Strukturelle Komplexitätstheorie

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1
Sei p ein Poynom mit Koeffizienten in $\mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \{\$\}^* \to \{\$\}^*$mit $f(\$^i) := \$^{p(i)}$ in Polynomialzeit berechnet werden kann.

Aufgabe 2
Sei $L := \{u\$v\$^t \mid u \in \{0,1\}^*$ ist Code einer Turingmaschine, $v \in \{0,1\}^*$ ein Input für T_u, $t \in \mathbb{N}$ und T_u angesetzt auf Input v stoppt akzeptierend in weniger als t Schritten$\}$.

Zeigen Sie, dass L NP-vollständig ist.

Beachten Sie, dass nicht alle Turing-Maschinen das Eingabe-Alphabet $\{0,1\}$ haben.

Aufgabe 3
Zeigen Sie:

$$\mathrm{SAT} \leq^{\mathrm{P}}_{\mathrm{mo}} \mathrm{3SAT}$$

Aufgabe 4
Zeigen Sie:

$$\mathrm{EBF}_{\mathrm{DNF}} \in \mathrm{P}$$

($\mathrm{EBF}_{\mathrm{DNF}}$ ist die Menge der erfüllbaren aussagenlogischen Formeln in disjunktiver Normalform.)

Aufgabe 5
Zeigen Sie, dass 2SAT in P liegt. (Recherchieren Sie hierzu unter "Resolutionsverfahren".) Wieso zeigt dieses Verfahren nicht auch, dass 3SAT in P liegt?

Aufgabe 6
Durch Anwendung der Regeln von de Morgan sowie den Distributivitätsgesetzen kann man eine beliebige aussagenlogische Formel in eine äquivalente aussagenlogische Formel in konjunktivere Normalform umwandeln. Skizzieren Sie ein deterministisches Programm für diese Umwandlung. Ist diese Umwandlung eine polynomiale Reduktion von EBF auf SAT? (EBF ist die Menge der erfüllbaren aussagenlogischen Formeln).

Aufgabe 7
Geben Sie eine Reduktion von EBF auf SAT an.
Hinweis: Betrachten Sie zu Booleschen Formeln F_1, F_2, F_3 sowie einer neuen Varable X die Erfüllbarkeit von $(F_1 \wedge F_2) \vee F_3$ sowie der gemeinsamen Erfüllbarkeit der Formeln $F_1 \vee X$, $F_2 \vee X$, $F_3 \vee \overline{X}$.