

Theoretische Informatik (FH)

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

Übungsblatt 6

Übungstermin: 18.01.2018

Aufgabe 1

Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

Aufgabe 2

Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass jede reguläre Sprache entscheidbar ist, aber nicht jede entscheidbare Sprache regulär ist.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass jede kontextfreie Sprache entscheidbar ist, aber nicht jede entscheidbare Sprache kontextfrei ist.

Aufgabe 5

Zeigen Sie:

1. Zu jeder semi-entscheidbaren Sprache L gibt es unendlich viele verschiedenen Turingmaschinen M , die L semi-entscheiden.
2. Zu jeder entscheidbaren Sprache L gibt es unendlich viele verschiedenen Turingmaschinen M , die L entscheiden.

Aufgabe 6

Zeigen Sie: L entscheidbar $\Rightarrow \bar{L}$ entscheidbar.

Aufgabe 7

Ist die Klasse REC der entscheidbaren Sprachen abgeschlossen unter Schnitt, Vereinigung, Komplementbildung, Konkatenation? Begründen Sie jeweils kurz Ihre Antwort.

Aufgabe 8

Ist die Klasse RE der semi-entscheidbaren Sprachen abgeschlossen unter Schnitt, Vereinigung, Konkatenation? Begründen Sie jeweils kurz Ihre Antwort.

Aufgabe 9

Seien A_1, \dots, A_n paarweise disjunkte, semi-entscheidbare Teilmengen von $\{0, 1\}^*$ und sei A die Vereinigung der Mengen A_1, \dots, A_n . Zeigen Sie: Falls A entscheidbar ist, dann sind auch alle Mengen A_i semi-entscheidbar ($i = 1, \dots, n$).

Aufgabe 10

Sei f eine Funktion aus Σ^* nach Σ^* . Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

1. f berechenbar \Rightarrow Bild(f) semi-entscheidbar
2. f berechenbar \Rightarrow Def(f) semi-entscheidbar
3. f berechenbar und total \Rightarrow Bild(f) entscheidbar.
4. f berechenbar und total \Rightarrow Def(f) entscheidbar.

Aufgabe 11

Betrachten Sie ein Alphabet Σ und für $i \in \mathbb{N}$ Sprachen $L_i \subseteq \Sigma^*$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

1. $(\forall i \in \mathbb{N} : L_i \in \text{REG}) \implies \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L_i \in \text{REG}$
2. $(\forall i \in \mathbb{N} : L_i \in \text{CFL}) \implies \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L_i \in \text{CFL}$
3. $(\forall i \in \mathbb{N} : L_i \in \text{REC}) \implies \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L_i \in \text{REG}$
4. $(\forall i \in \mathbb{N} : L_i \in \text{RE}) \implies \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L_i \in \text{RE}$

Aufgabe 12

Sei Σ ein Alphabet, so dass für das Halteproblem H gilt: $H \subset \Sigma^*$ und sei c ein weiteres Zeichen, das nicht in Σ liegt. Betrachten Sie den Homomorphismus $h : (\Sigma \cup \{c\})^* \rightarrow (\Sigma \cup \{c\})^*$ für den $h(c) = \lambda$ und $h(a) = a$ für alle $a \in \Sigma$ sowie die Sprache:

$$L := \{w \in (\Sigma \cup \{c\})^* \mid \exists \alpha, \beta \in (\Sigma \cup \{c\})^* \exists a, b \in \Sigma : w = \alpha \cdot a \cdot b \cdot \beta\}$$

Zeigen Sie, dass $\{w \in (\Sigma \cup \{c\})^* \mid h(w) \in H \vee w \in L\}$ nicht entscheidbar ist, aber die reguläre Pumpingeigenschaft hat.

Aufgabe 13

Zeigen Sie, dass es nicht-entscheidbare Sprachen gibt, welche die reguläre Pumpingeigenschaft haben.

Aufgabe 14

Seien $L, L' \subseteq \{a, b\}^*$. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

1. Sind L und L' entscheidbar, so sind auch $L \cap L'$ und $L \cup L'$ entscheidbar
2. Ist $L \cap L'$ entscheidbar, so sind auch L und L' entscheidbar.
3. Ist $L \cup L'$ aufzählbar, so sind auch L und L' aufzählbar.
4. Sind L und L' nicht entscheidbar, so ist auch $L \cup L'$ nicht-entscheidbar..
5. Ist L^* aufzählbar, so ist auch L aufzählbar.