

Randomisierte Algorithmen

Prof. Dr. Klaus Meer, Ameen Naif

Aufgabenblatt 5
Version 06.07.2016

Aufgabe 1.

Zeigen Sie die folgende Ungleichungen:

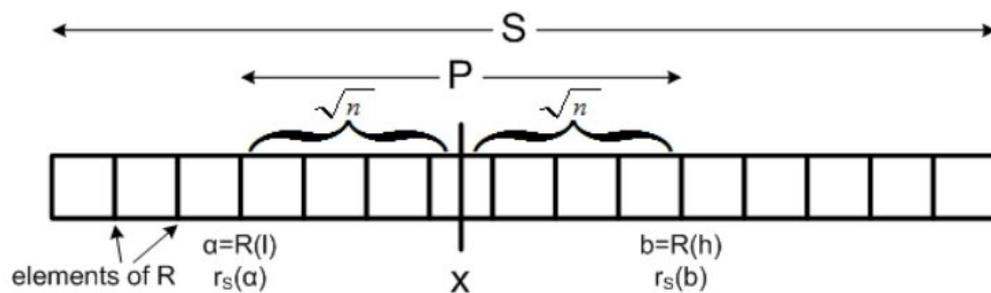
- (a) $(1 + \frac{1}{n})^n \leq e$
- (b) $(1 - \frac{1}{n})^{n-1} \geq \frac{1}{e}$
- (c) $n! \geq (\frac{n}{e})^n$
- (d) $\forall k \leq n: \binom{n}{k}^k \leq \binom{n}{k} \leq \frac{n^k}{k!} \leq (\frac{ne}{k})^k$.

Aufgabe 2.

Zeigen Sie $n^{3/4} \log n^{3/4} \in o(n)$, indem Sie die Regel von L'Hospital anwenden.

Aufgabe 3.

Bei Lazy-Select Algorithmus von Floyd und Rivest wird aus S randomisiert eine Menge P gewählt, die einerseits groß genug ist, um S_k zu enthalten und andererseits klein genug, um sie schnell zu sortieren. Wobei S Zahlenmenge mit $|S| = n$, $k \in \{1, \dots, n\}$ und S_k das k -kleinste Element in S sind.



Nun Zeigen Sie:

- (a) die Wahrscheinlichkeit, dass $S_k \notin P$, ist $O(n^{-\frac{1}{4}})$.
- (b) die Wahrscheinlichkeit, dass $|P| > 4n^{\frac{3}{4}} + 2$, ist auch $O(n^{-\frac{1}{4}})$.
- (c) und die Laufzeit von Alg. ist $2n + o(n)$.