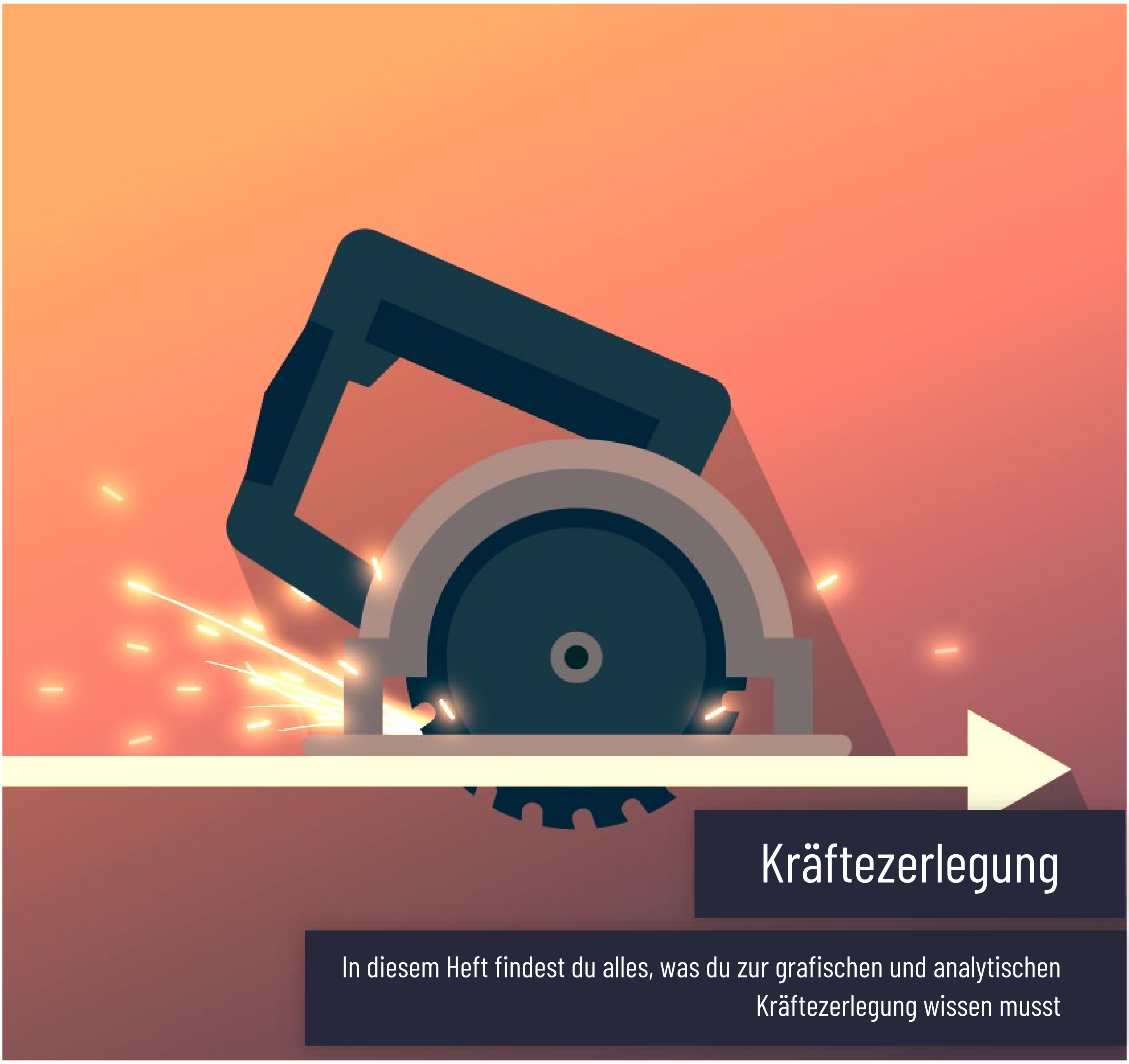
TechMech
WISSEN

10.26127/BTUOpen-6102



Kräftezerlegung

In diesem Heft findest du alles, was du zur grafischen und analytischen Kräftezerlegung wissen musst

Die Hintergründe der Kräftezerlegung

Was ist der Zusammenhang zwischen den Kraftkomponenten und einem rechtwinkligen Dreieck?

Wie funktioniert die grafische Kräftezerlegung?

Mithilfe von Koordinatensystem, Maßstab und Kraftvektor eine Kraft in ihre Komponenten zerlegen. → S. 5

Kraftkomponenten berechnen

Wenn Kraftkomponenten und Kraft ein rechtwinkliges Dreieck bilden, werden die Komponenten mit Sinus und Cosinus berechnet. → S. 10

Inhalt

Lernziele

- Definition der Kraftzerlegung kennen
- Grund für die Zerlegung von Kräften kennen
- Kraftzerlegung mit Koordinatensystem, Maßstab & Kraftvektor durchführen
- Kraftzerlegung mit Winkelfunktionen Sinus & Cosinus durchführen
- Kraftzerlegung mit analytische Methode durchführen
- Zusammenhang zwischen rechtwinkligem Dreieck & Kraftkomponenten erkennen

Kräftezerlegung

Die Kräftezerlegung beschreibt die Aufteilung einer Kraft in seine Kraftkomponenten. Dabei gibt es zwei Möglichkeiten, die in der Praxis oft miteinander einhergehen: die grafische und analytische Art der Kräftezerlegung. Zum besseren Verständnis wird auf den folgenden Seiten zum Teil getrennt auf die zwei Verfahren hingewiesen.

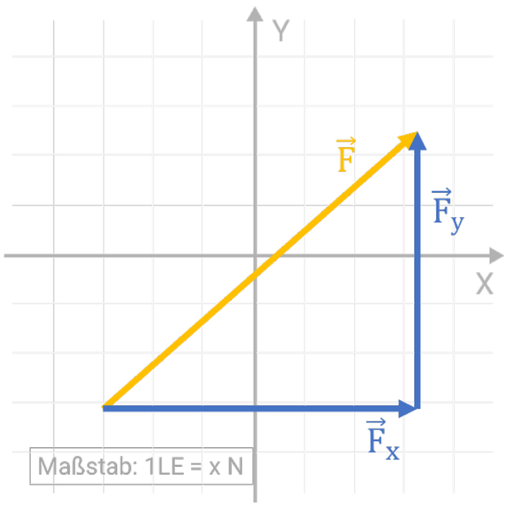
Steckbrief: Grafische Kräftezerlegung

Das kann ich: Eine Kraft in zwei Komponenten aufteilen.

Das brauche ich: Richtungen, in die die Kraft zerlegt werden soll, ein Koordinatensystem, ein Maßstab und ein Geodreieck.

Meine größte Schwäche: Die Lösung ist nicht ganz so genau wie bei meiner Schwester der "analytischen Kräftezerlegung", aber dafür macht es mit mir mehr Spaß und ich bin anschaulicher!

Das bin ich:



Steckbrief: Analytische Kräftezerlegung

Das kann ich: Eine Kraft in zwei Komponenten aufteilen, ohne wissen zu müssen, wie sie überhaupt im Koordinatensystem aussehen.

Das habe ich gern: Jede Kraft, die in einem Koordinatensystem liegt und einfach in ihre x- und y-Komponente zerlegt werden kann.

Beste Freunde Sinus und Cosinus!!! Damit kriege ich jede Kraft klein!

Das bin ich:

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

Winkel α bezogen auf die x–Achse

Grafische Kräftezerlegung – Neues aus dem Meerschweinkäfig

Francesca – Werkstatt Zentrale, Oktober 2041

Das Wetter spielt verrückt - so super hot es jetzt in der *summer time* ist, so freezy kalt ist es auch im Winter. Zeit, für die zwei Labormeerschweinchen Siggi und Bruni eine Schlittenfahrt zu machen. Die beiden unterstützen mich bei der Arbeit in der Werkstatt im Hauptquartier und über die Zeit haben wir uns lieben gelernt. Die beiden sind schon etwas Besonderes und managen ihren Alltag weitestgehend autonom – da ist es auch nicht verwunderlich, dass sie mal ausbüchsen und eine Runde rodeln. Ich verstehe ja alles und lasse ja den Schweinen alle Freiheiten, aber bei waghalsigen Dingen, wie Schlittenfahren, gilt *Safety first*! Das bedeutet in diesem Fall, dass ich erstmal checken muss, mit welcher Kraft die beiden Nager den Berg neben dem Hauptquartier runtergrooven, damit sie sich kein Bein brechen. Dabei bediene ich mich der Kräftezerlegung. Watch out!

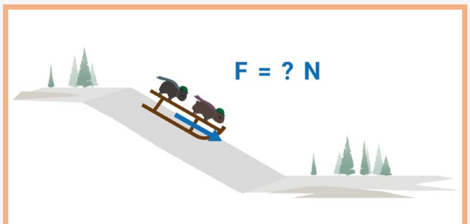


Abb.: Mit welcher Kraft schlittern Siggi und Bruni den Berg herunter?

Wozu dient die Kräftezerlegung? Fragt ihr euch da vielleicht? Beispielsweise ist die Kraftzerlegung relevant, wenn ich wissen will, wie ein Frachtschiff durch zwei Schlepper in den Hafen manövriert werden soll oder mit welcher Kraft Siggi und Bruni den Berg runterschlittern.

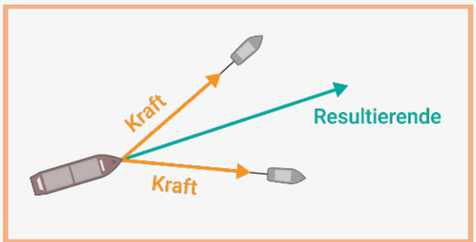


Abb.: Die Schleppboote zerlegen die eigentlich benötigte Kraft des Frachters

Mit dem Kraftzerlegen teile ich eine Kraft in zwei Komponenten auf. Diese Kraftkomponenten greifen am gleichen Angriffspunkt an wie die Ausgangskraft. Die Kraftwirkung der Ausgangskraft ist äquivalent zu der Wirkung der beiden Kraftkomponenten zusammen. Die Richtung der Kraftkomponenten ist abhängig von den Wirkungslinien, die für die Kraftzerlegung vorgegeben sind.

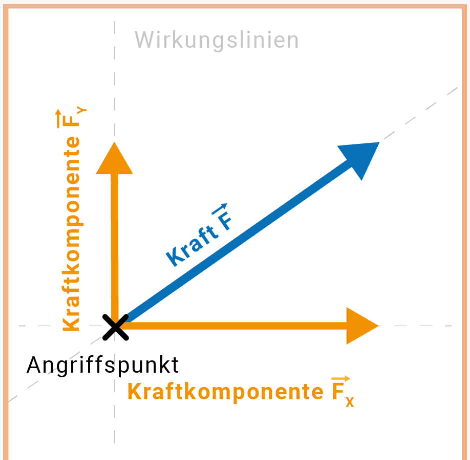


Abb.: Eine in ihre Kraftkomponenten zerlegte Kraft.

Welche Hilfsmittel benötige ich für das grafische Kraftzerlegen? Fragt ihr euch vielleicht als nächstes. Zur Kraftzerlegung werden zwei Richtungen benötigt, in die die Kraftkomponenten zeigen. Weiterhin wird ein Maßstab benötigt, um die tatsächlichen Beträge der Kraftkomponenten zu berechnen. Für uns sieht das dann ungefähr so aus:

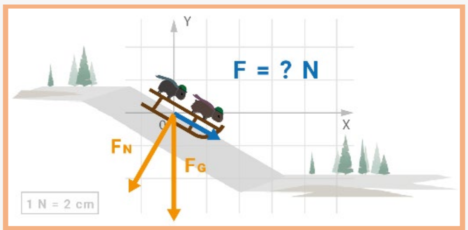


Abb.: Unser Beispiel im Koordinatensystem mit Maßstab und wirkenden Kräften.

F_N beschreibt die Normalkraft, die senkrecht zu ihrer Unterlage wirkt. F_G ist die Gewichtskraft, also die Kraft, die Richtung Erdmittelpunkt wirkt. Zur Vereinfachung können wir auch ein Krafteck und damit zur besseren Weiterbearbeitung ein Dreieck bilden. Das machen wir, indem wir F_N und F_G durch Verschiebung der blauen Kraft zu einem rechtwinkligen Dreieck komplementieren.

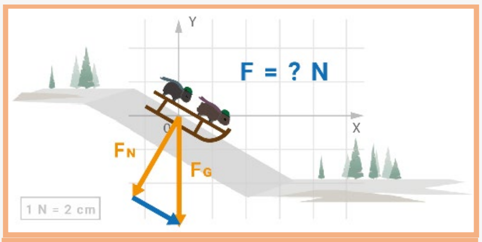


Abb.: Bildung eines Kraftecks durch die Verschiebung der gesuchten Kraft.

Am praktischsten ist es, wenn die Kraftkomponenten in x-, y- oder z-Richtung des Koordinatensystems zeigen. D. h., sie sind parallel zu einer Koordinatenachse. In der Ebene werden nur x- und y-Richtung betrachtet. Bei dem vorliegenden *Rocky Mountain* ist das nicht der Fall – Null Problemo – wir drehen einfach das Koordinatensystem zur Vereinfachung, dass es wieder passt. Nun liegen die gesuchte Kraft und F_N auf den Achsen. Was gemacht werden kann, wenn die wirkenden Kräfte nicht parallel zu den beiden Achsen sind, erfahrt ihr am Ende des Textes.

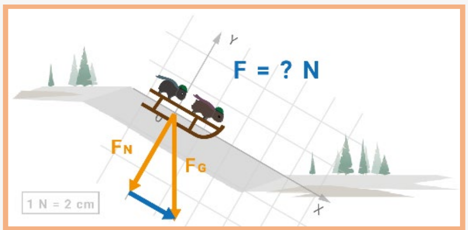
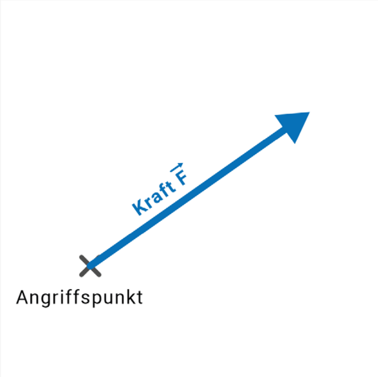


Abb.: Drehung des Koordinatensystems, um das Ablesen zu erleichtern

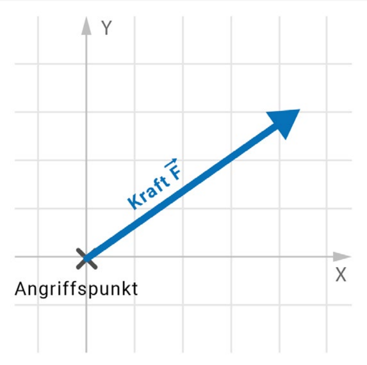
Der Vorteil des Einsatzes eines Koordinatensystems ist, dass die Kräfte und ihre Wirkungslinien senkrecht zueinander stehen und somit die Kraftkomponenten mittels der Winkelfunktionen Sinus und Cosinus bestimmt werden können. Die Kräfte spannen demnach ein rechtwinkliges Dreieck auf, was die Nutzung der Winkelfunktionen Sinus und Cosinus sowie des Satz des Pythagoras bzw. durch das Lotfällen eine Bestimmung der Kräfte ermöglicht.

Wie zerlege ich denn nun Kräfte grafisch? - Die halbe Miete haben wir schon erledigt! Hier noch mal das anfängliche Vorgehen:

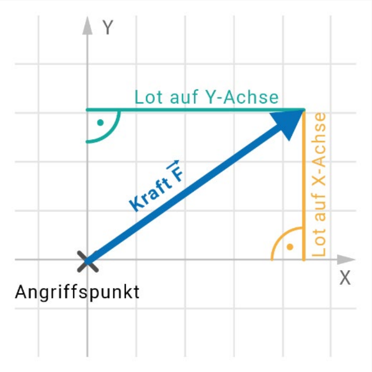
1. Zeichne die zu zerlegende Kraft zunächst maßstäblich mit ihrem Angriffspunkt.



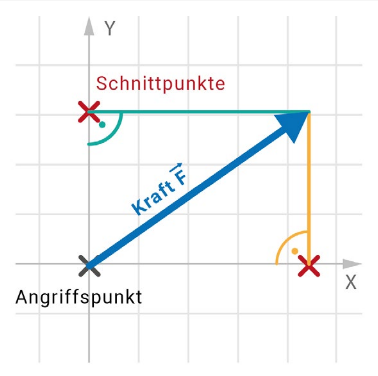
2. Lege die Kraft so in ein Koordinatensystem, dass der Angriffspunkt im Koordinatenursprung liegt. Die Kraft soll in ihre x- und y-Komponente aufgeteilt werden, d. h., die Komponenten sollen in die x- bzw. y-Richtung zeigen und parallel zu den Koordinatenachsen sein.



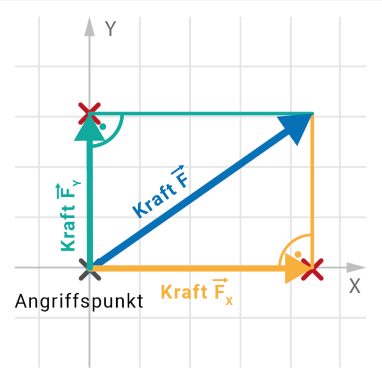
3. Trage nun jeweils ein Lot von der Pfeilspitze (Senkrechte von einem Punkt aus zu einer anderen Gerade) auf die Koordinatenachsen ab.



4. Zeichne dann die so entstandenen Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen ein.



5. Zeichne jetzt über den Koordinatenursprung (Angriffspunkt) und die neuen Punkte die Kraftpfeile ein.



6. Miss / Lies die Kraftpfeilbeträge in Längeneinheiten (Länge der Kraftpfeile im Koordinatensystem) aus bzw. ab und rechne sie mittels Maßstab in die Kraftbeträge der Kraftkomponenten um.

Da fehlt bei meinem Fall ja nur noch der letzte Punkt 6 – also – noch schnell die Pfeillänge mit dem Geodreieck ablesen und dann können die Meerschweine losdüsen.

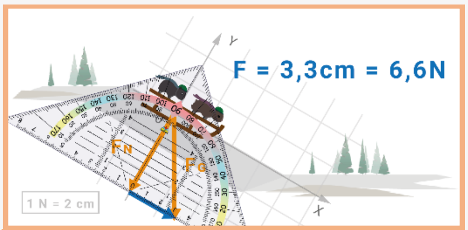
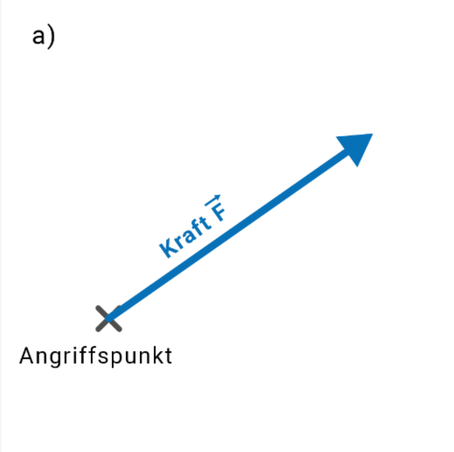


Abb.: Ablesen der gewünschten Größen und umrechnen anhand des Maßstabs.

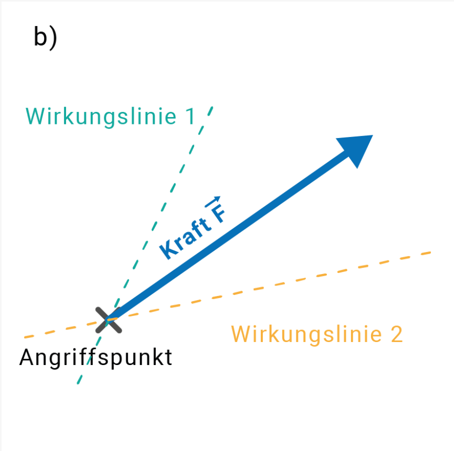
Mit 6,6N kann ich die Meerschweine gedankenlos rodeln lassen. Am Ende des aufregenden Tages sind Siggi und Bruni etwas durchgefroren, aber ohne broken bones ins Hauptquartier zurückgekehrt. Jetzt heißt es erstmal heißen Zitronentee trinken und gemeinsam aufwärmen.

Hinweis: *Sind die Wirkungslinien nicht senkrecht der Koordinatenachsen, so gilt folgender Ablauf:*

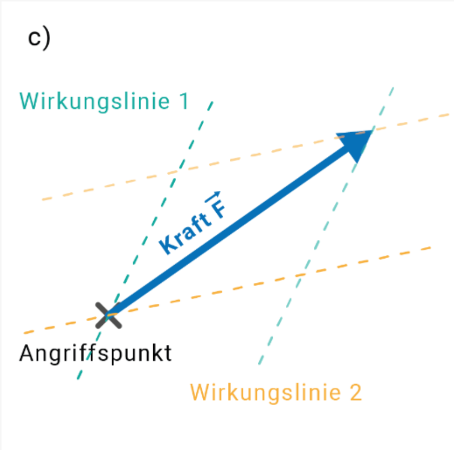
Zunächst werden die Kraft maßstäblich und der Angriffspunkt gezeichnet (a).



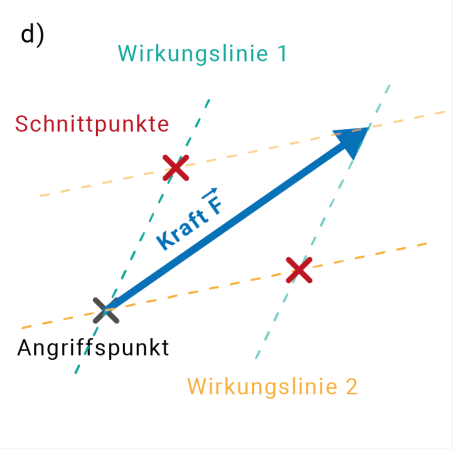
Anschließend werden die Wirkungslinien gezeichnet (b).



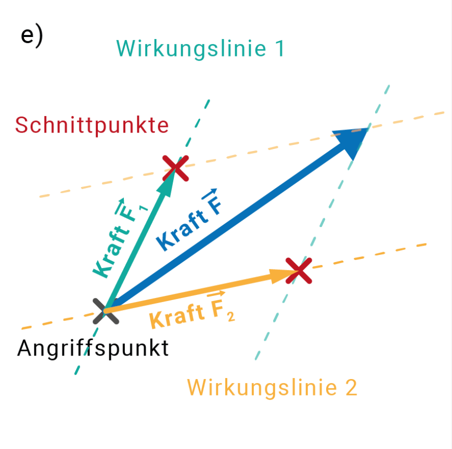
Die Wirkungslinien werden parallel in den Endpunkt der zu zerlegenden Kraft verschoben (c).



Die verschobenen und vorgegebenen Wirkungslinien erzeugen Schnittpunkte (d).



Der Angriffspunkt und die entstandenen Schnittpunkte ergeben die neuen Kraftvektoren (e).



Die Kraftbeträge werden zuletzt in Längeneinheiten ausgemessen und mittels Maßstab in den Kraftbetrag umgerechnet. Yeah! *#scienceforlife!*

Schau dir dazu auch das Video an:

https://youtu.be/eYl7VTri9tY

Witze gegen den Weltuntergangsblues

Drei Ingenieure diskutieren, welchen Beruf Gott wohl hat.

Sagt der Erste: "Gott muss Maschinenbauer sein. Seht euch nur das Skelett an: Ein Wunderwerk an Mechanik!"

Der Zweite erwidert: "Auf keinen Fall. Gott ist Elektroingenieur. Denkt mal an das Nervensystem - die ganzen Leitungen und Verknüpfungen, das ist doch wirklich absolute Spitze!"

Darauf der Dritte: "Nein, Gott ist definitiv Bauingenieur. Wer sonst würde eine Abwasserleitung durchs Vergnügungsviertel legen?"

Analytische Kräftezerlegung – How to Schiffe schleppen

Francesca – Zentrale, Mai 2039

Heute werde ich über mein etwas *cringiges* Hobby erzählen – Boote. Frachter, Ruderboote, Speed-Boote, ich finde sie alle *impressionante*! Lange bevor ich zur Zentrale kam, entdeckte ich dadurch meine Leidenschaft zur Mechanik.

Es begann alles in Rotterdam, wo meine Familie und ich, *long time ago*, oft Urlaub machten. Dieses Booteding fasziniert uns alle, und so war der größte Hafen Europas unser #1 Spot.

Immer wieder sahen wir Containerschiffe, die über zwei kleinere Boote in den Hafen rein- oder rausgezogen wurden. *What the hell?* Dachte ich schon damals – schafft das große Schiff das nicht alleine? Schafft es nicht! Die zwei kleinen Boote sind flexibler und wendiger. Aber warum braucht es zwei, und warum bewegt sich der Containerriese Richtung Mitte der beiden Kleinen?

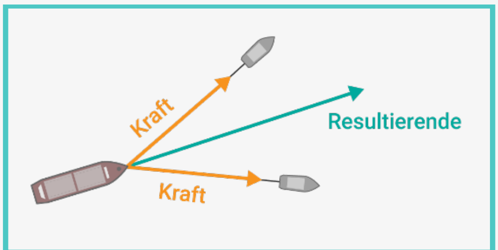


Abb.: Ein Frachtschiff wird von zwei kleinen Schiffen gezogen.

Wieso, weshalb, warum? Wer nicht fragt, bleibt dumm. Meine Eltern, beide naturwissenschaftlich interessiert, erklärten es folgendermaßen: Die kleinen Schiffe bugsieren den Riesen durch die engen Kanäle. Und es sind deshalb zwei, weil sie dadurch noch wendiger sind und es allein zu schwer wäre – sie teilen sich quasi die aufzuwendende Kraft auf.

Wozu dient diese Kraftzerlegung? – Frage ich meine Eltern - „Mit dem Kraftzerlegen…“, erklärten sie weiter, „…kann eine Kraft, also die aufzuwendende Kraft, in zwei Komponenten aufgeteilt werden. Diese sogenannten Kraftkomponenten greifen am gleichen Schiffsanker (Angriffspunkt) an – wie die notwendige Kraft (= Ausgangskraft). Die Kraftwirkung der Ausgangskraft ist äquivalent zu der Wirkung der beiden Kraftkomponenten zusammen. Die zwei Boote machen sich also das Leben leichter. Wie wenn zwei Personen eine schwere Einkaufstasche tragen. Die Richtung der Kraftkomponenten ist dabei abhängig von den Wirkungslinien, die für die Kraftzerlegung vorgegeben sind.“

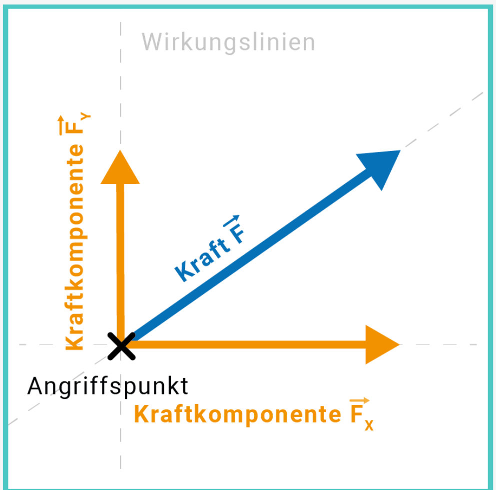


Abb.:Eine Kraft und ihre Kraftkomponenten mit jeweiligen Wirkungslinien

Jetzt wollte ich es ganz genau wissen – „Wie kann ich das berechnen?“.

Ich weiß, etwas *nerdy*, aber ich konnte und kann nicht anders.

Ich frage weiter:

Was brauche ich denn zum analytischen Kraftzerlegen?

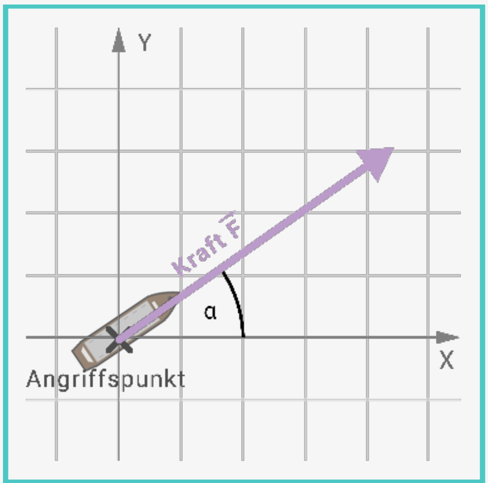


Abb.: Kraft, die in ihre x- und y-Komponente zerlegt werden soll.

„Du benötigst zwei Richtungen, in welche die Kraftkomponenten zeigen sollen", sagten meine Eltern. „In den meisten Fällen werden die Kräfte mittels Koordinatensystem zerlegt. Um es einfach zu halten, zeigen die Kraftkomponenten dann meist in x-, y- und z-Richtung des Koordinatensystems. D. h., sie sind parallel zu einer Koordinatenachse. In der Ebene werden nur x- und y-Richtung betrachtet. Der Vorteil des Einsatzes eines Koordinatensystems ist, …", sagen sie weiter, „…dass die Wirkungslinien senkrecht zueinander stehen und somit die Kraftkomponenten mittels Sinus– und Cosinusfunktion bestimmt werden können. Die Kraftkomponenten spannen dadurch ein rechtwinkliges Dreieck auf. So kann ich die Winkelfunktionen Sinus und Cosinus sowie den Satz des Pythagoras nutzen. Und genau das wollen wir uns zu eigen machen – die Sinus- und Cosinusfunktion sowie den Satz des Pythagoras."

Und **wie zerlege ich Kräfte analytisch?** – frage ich schließlich.

Zum besseren Verständnis machst du am besten immer zuerst eine Skizze. Dazu zeichnest du zunächst die zu zerlegende Kraft mit ihrem Winkel in ein Koordinatensystem ein. Da die Zeichnung nur der Veranschaulichung dient, muss der Kraftbetrag nicht maßstäblich gezeichnet werden.

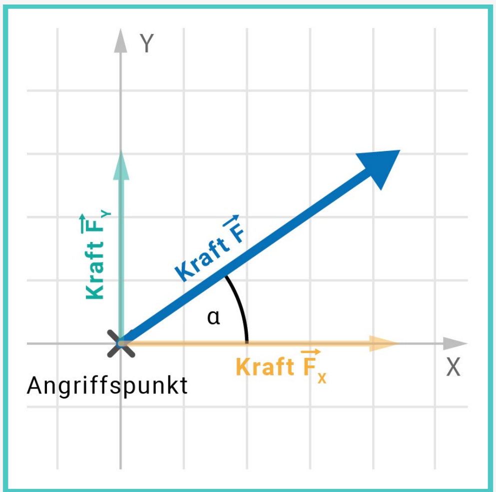


Abb.: Kraft und die Kraftkomponenten in x- und y-Richtung.

Die Kraft, die im Koordinatensystem liegt, teilst du dann in ihre x- und y-Komponente auf. Die Komponenten zeigen dann also in die x- bzw. y-Richtung und sind parallel zu den Koordinatenachsen.

Die Kraftkomponenten und die Ausgangskraft kannst du außerdem auch als Kraftdreieck darstellen. Das machst du, indem du eine Komponente so verschiebst, dass ein Dreieck entsteht.

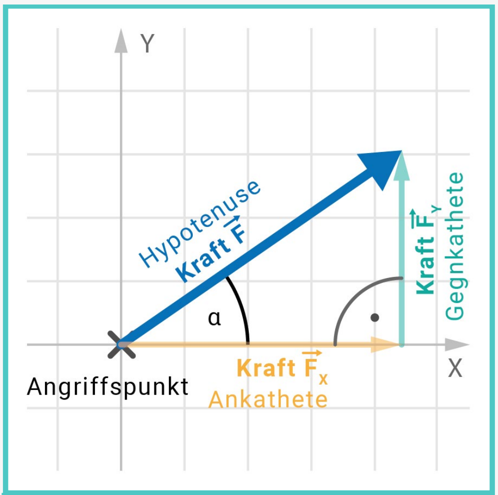


Abb.: Die Kraft und die Kraftkomponenten in x- und y-Richtung erzeugen ein rechtwinkliges Dreieck.

Hier ist es ein rechtwinkliges Dreieck. Mit den Winkelfunktionen kannst du jetzt die Komponenten aus der Ausgangskraft und dem Winkel die Kräfte bestimmen.

Der Cosinus und der Sinus eines Winkels sind mit folgenden Formeln definiert:

$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{|\vec{F}_x|}{|\vec{F}|} = \frac{F_x}{F}$$

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{|\vec{F}_y|}{|\vec{F}|} = \frac{F_y}{F}$$

Durch Umstellen nach F_X ergeben sich folgende Formeln für die x- und y-Komponente:

$$F_x = F \cdot \cos\alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin\alpha$$

Nach all den Informationen meiner Eltern kann ich jetzt aber ganz konkret an meinem **Beispiel** mit dem Frachter und den Schleppbooten arbeiten!

Aus Datenblättern über den Frachter weiß ich, dass eine Kraft von F_1 = 250 N aufgebracht werden muss, um den Frachter zu bugsieren. Sie wirkt aktuell unter einem von mir geschätzten Winkel von **α** = 34°. Wie groß sind die x- und y-Komponenten $F_{1,x}$ und $F_{1,y}$ der Schlepperboote?

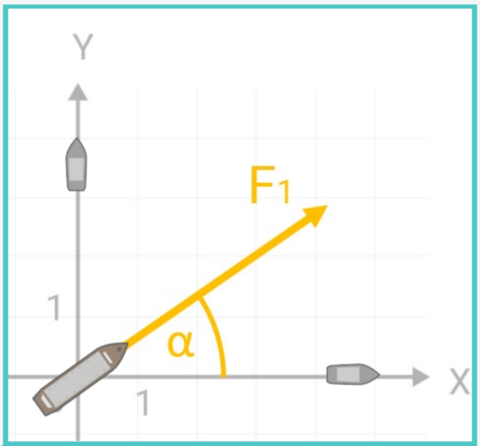


Abb.: Kraft F_1 soll in ihre x- und y-Komponente zerlegt werden.

Lösung:

$$F_{1,x} = F_1 \cdot cos(\alpha) = 250N \cdot cos(34°)$$

$$F_{1,x} = 207{,}3N$$

$$F_{1,y} = F_1 \cdot sin(\alpha) = 250N \cdot sin(34°)$$

$$F_{1,y} = 139{,}8N$$

Yeah! #scienceforlife!

Wenn ich jetzt mal einen Hafen besuche (die Besuche sind wegen der vielen Arbeit in der Werkstatt selten geworden), denke ich gern an die *good old times* zurück und sende meinen Eltern eine Postkarte – und die Kräftezerlegung begleitet mich im Alltag immer noch!

Schau dir auch das Video zum Thema analytische Kräftezerlegung an:

https://youtu.be/RUkKGJWnWKQ

Übungsaufgaben

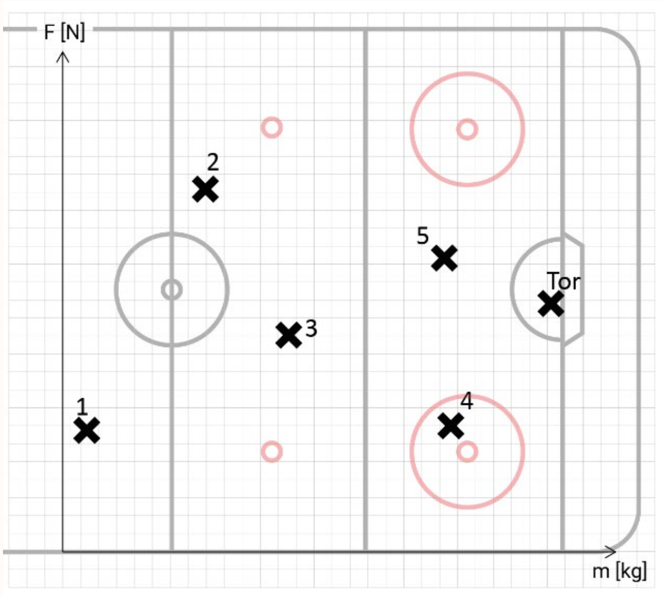
Grafische Kräftezerlegung

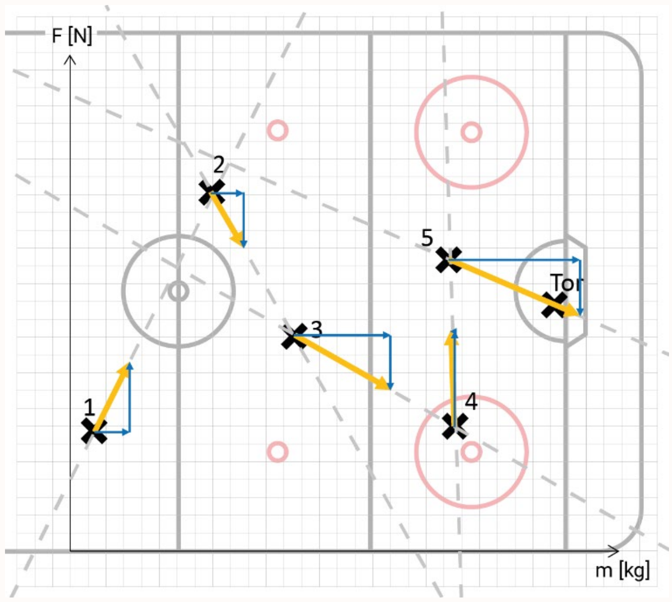
Aufgabe 1: Eishockey

Neben den ganzen Miseren und Katastrophen der Welt sehnen sich die Menschen ab und zu nach etwas Leichtigkeit. Die finden sie zum Beispiel beim Eishockeyspiel Eishase vs. Schneegorilla. Beim Eishockey konnten mit moderner Technologie Fortschritte bei der Auswertung und Vorhersage gemacht werden. Durch innovative Aufnahmen lassen sich die Spielzüge detailreich untersuchen. Team Eisgorilla hat das Auswärtsspiel mit fünf Toren haushoch verloren. Um in Richtung Tor zu kommen, werden die Spieler*innen des gegnerischen Teams mit klugen Pässen umspielt. In der Abbildung sind die Punkte 1-5 markiert, an denen jeweils ein Pass bzw. Torschuss gemacht wurde. Die Trainerin der Eisgorillas lädt nun zur Auswertung, um zukünftige Spiele besser zu gestalten.
Die Kräfte, mit denen der Puck jeweils gepasst wurde, betragen:
F_1 = 250 N, F_2 = 200 N, F_3 = 350 N, F_4 = 300 N, F_5 = 450 N

1. Zeichne die Kräfte gemäß eines geeigneten Maßstabs in die Spielfeld- Abbildung ein.
2. Teile die Kräfte jeweils in ihre x- und y-Komponente auf und zeichne diese in die Spielfeld-Abbildung ein.
3. Lies die Länge der Kraftkomponentenpfeile ab.
4. Berechne mithilfe des Maßstabs die Länge des Kraftpfeils in den Betrag der Kraftkomponenten um.

Lösung Aufgabe 1:



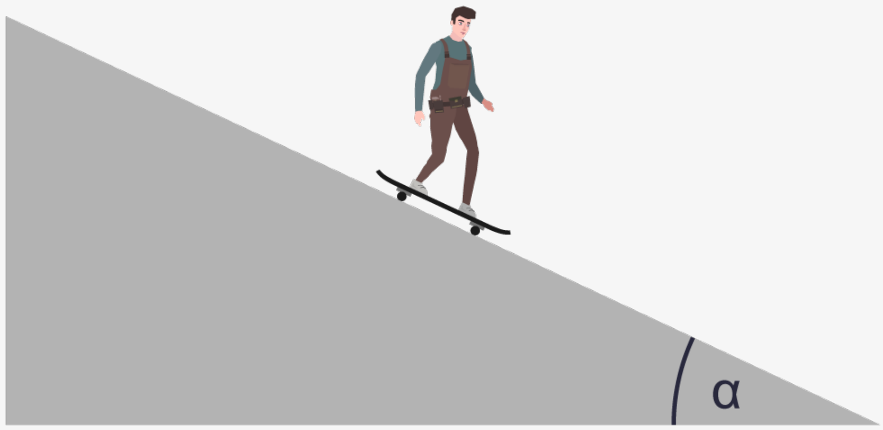


$F_{1,x}$ = 110 N	$F_{1,y}$ = 221 N
$F_{2,x}$ = 103 N	$F_{2,y}$ = -176 N
$F_{3,x}$ = 304 N	$F_{3,y}$ = -172 N
$F_{4,x}$ = -10 N	$F_{4,y}$ = 303 N
$F_{5,x}$ = 413 N	$F_{5,y}$ = -177 N

Aufgabe 2: Schiefe Ebene

Sparen, sparen, sparen – auch bei der Mobilität heißt es, Ressourcen zu sparen. Deswegen steigen die, die es können auf autonome Vehikel, wie das Fahrrad oder das Skateboard um. Ein Anfänger in dem Metier mit der Masse m = 65kg stellt sich auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel **α** =25° auf ein Skateboard. 25° klingt nicht so schlimm, könnte aber für ihn schlimm sein. Besser vorher eine Berechnung machen und gucken, ob er nicht doch den Hügel zu Fuß überwindet.
Wie groß ist die Normalkraft F_N, die senkrecht zur schiefen Ebene wirkt, und wie groß ist die Hangabtriebskraft F_H, mit der die Person hangabwärts beschleunigt wird? (*Hinweis*: Erdbeschleunigung = 9,81m/s²)

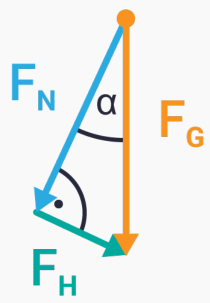
1. Bestimme die Größen F_N und F_H über den grafischen Lösungsweg.
    a. Zeichne alle Kräfte mit einem geeigneten Maßstab in die Abbildung ein und lies anschließend die Größe der beiden Kräfte ab.
    b. Berechne die Gewichtskraft der Person F_G .
    c. Zeichne die Kraft F_G mit einem geeigneten Maßstab in dieselbe Abbildung ein.
    d. Zeichne nun die beiden Kräfte F_N und F_H in die Abbildung ein.
    e. Miss die Länge der Kraftpfeile und rechne die Länge in den Betrag der Kräfte um.
2. Berechne die Größen F_N und F_H über den analytischen Lösungsweg.
    a. Berechne die Gewichtskraft F_G der Person.
    b. Berechne mithilfe der Formel für den Sinus und Cosinus eines Winkels die Kräfte F_N und F_H .
3. Vergleiche deine Ergebnisse des analytischen und grafischen Lösungswegs. Notiere was dir auffällt



Lösung Aufgabe 2:

$$F_G = m \cdot a = 65\ kg \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} = 637{,}65\ N$$

$$\sin\alpha = \frac{F_H}{F_G}$$



$$F_H = F_G \cdot \sin\alpha = 637{,}65\ N \cdot \sin(25°) = 269{,}48\ N$$

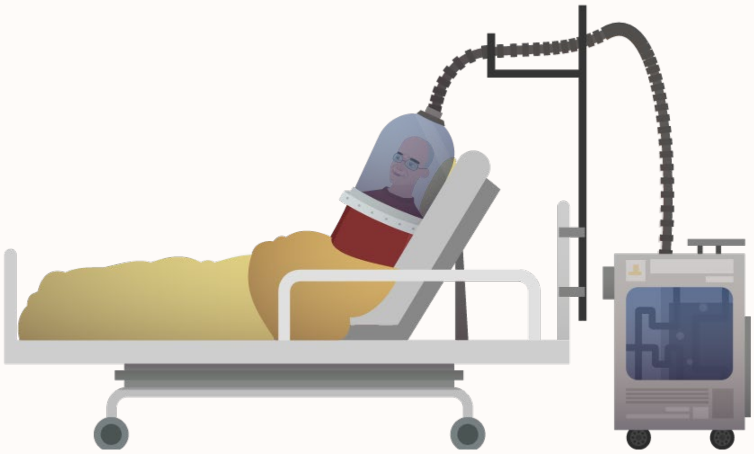
$$\cos\alpha = \frac{F_N}{F_G}$$

$$F_N = F_G \cdot \cos\alpha = 637{,}65\ N \cdot \cos(25°) = 577{,}91\ N$$

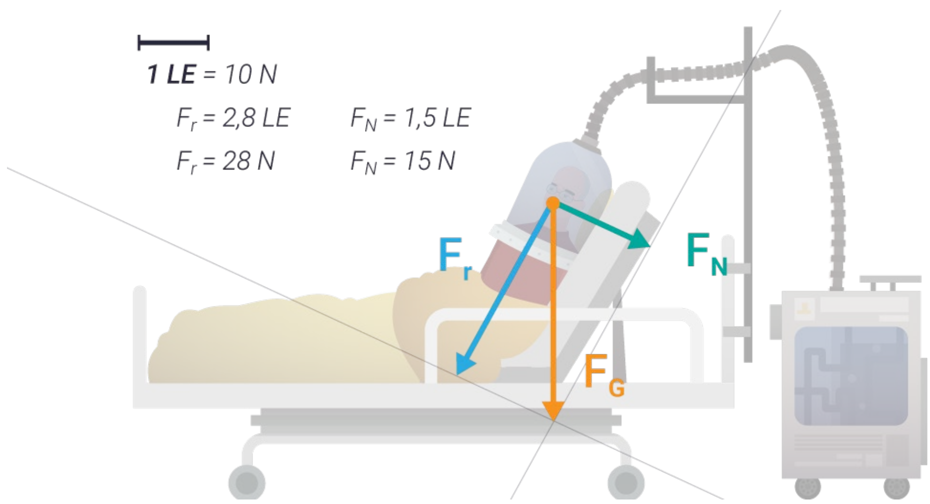
Aufgabe 3: Sauerstoffhelm

Im Krankenhaus kommen genau zur richtigen Zeit die neuen speziellen Sauerstoffhelme zum Einsatz. Durch die erhöhte Luftverschmutzung und Virenlast ist die Anzahl der Patient*innen auf der Lungenstation sehr hoch. Da einige Patient*innen sehr schwach sind, gilt es zu prüfen. welche Kraft bei einer geneigten Liegeposition auf die Schultern wirkt.
Die Gewichtskraft ist maßstäblich eingezeichnet. Zerlege die Gewichtskraft des Sauerstoffhelms zum einen in die Kraft, die auf die Schultern wirkt und zum anderen in die Normalkraft F_N, die auf das Bett wirkt und gib die Kraftbeträge an.

$m = 3\ kg$
$F_G = 30N$



Lösung:

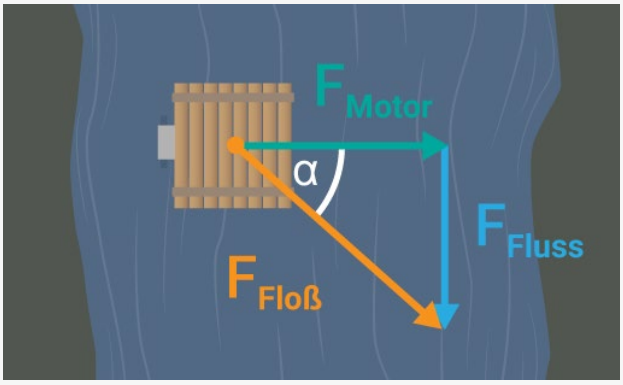


Übungsaufgaben

Analytische Kräftezerlegung

Aufgabe 1: Flussüberquerung

Durch wiederholte Erdrutsche sind Schäden an einige Brücken über der Spree entstanden. Bis die Sicherheit der Brücken überprüft ist und die Benutzung von den verantwortlichen Statiker*innen freigegeben wird, werden für die Überquerung der Spree einfach Floße genutzt.
Ein Motor treibt das Floß dazu mit der Kraft F_M senkrecht zum Ufer über den Fluss. Durch die Strömung der Spree mit der Kraft F_S wird das Floß bei der Überquerung in einem Winkel von **α** = 20° flussabwärts abgetrieben.
Die Gesamtkraft, die auf das Floß wirkt, beträgt $F_{Floß}$ = 98 N
Zeichne die Kräfte des Motors F_{Motor} und der Strömung F_S sowie die bekannten Winkel in die Prinzipskizze ein (nicht maßstäblich).
Berechne die Größe der beiden Kräfte F_{Motor} und F_{Fluss}.



Lösung:

$$sin\alpha = \frac{F_S}{F_{Floß}} \quad cos\alpha = \frac{F_M}{F_{Floß}}$$

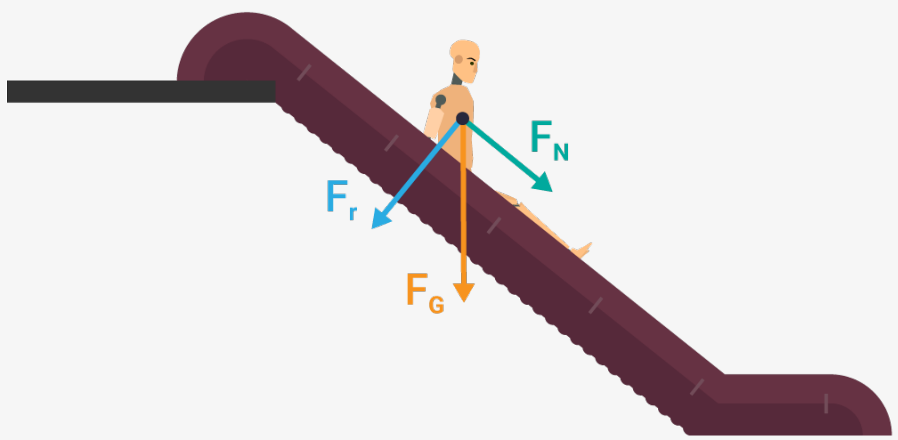
$$F_{Fluss} = F_{Floß} \cdot sin\alpha \qquad F_{Motor} = F_{Floß} \cdot cos\alpha$$

$$F_{Fluss} = 98N \cdot sin20° \qquad F_{Motor} = 98N \cdot cos20°$$

$$F_{Fluss} = 33{,}5N \qquad F_{Motor} = 92{,}1N$$

Aufgabe 2: Notrutsche

Immer wenn es brennt, Eingänge verloschen sind oder aus anderen Gründen Höhenunterschiede überwunden werden müssen, ist es Zeit für die Verwendung von Notrutschen. Bei der Auslegung von Notrutschen für die Evakuierung von Gebäuden stellt sich immer die Frage, wie lang die Rutsche sein muss. Eine kürzere Rutsche bedeutet weniger Kosten, allerdings erhöht sich somit auch der Rutschwinkel und damit die Rutschgeschwindigkeit und damit die Unfallgefahr für die zu rettenden Personen.
Bei einer Person mit einer Masse m von 95 kg soll die Hangabtriebskraft F_T nicht größer als 600 N betragen. Wie lang muss die Rutsche bei einer Evakuierungshöhe h von 7 m mindestens sein, sodass ein sicheres Rutschen gewährleistet wird?



Lösung:

Geg: m = 95 kg, F_T = 600 N, h = 7 m, g = 9,81 m/s²

Ges: l in m

Lös:

$$F_G = m \cdot g = 95kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 931.95N$$

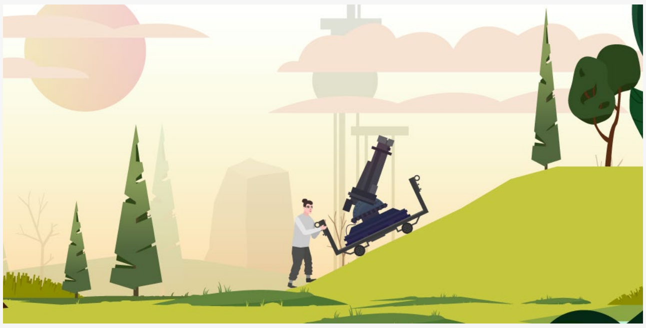
$$sin(\alpha) = \frac{F_H}{F_G} = \frac{600N}{931{,}95N} \rightarrow \alpha = 40.08°$$

$$sin(\alpha) = \frac{h}{l} \rightarrow l = \frac{h}{sin(\alpha)} = \frac{7m}{sin(40{,}08°)} = 10.87m$$

Aufgabe 3: Wagen am Hügel

Zum wiederholten Male bricht eine Heuschreckenplage über Brandenburg hinein. Durch die zum Teil schwierige geografische Lage muss viel Hand angelegt werden. In einem speziellen Fall muss ein Wagen mit Insektenschutzmittel und Fangnetzen einen Hügel hochgeschoben werden. Der Hügel hat eine Steigung von 30 %. Der vollbeladene Wagen hat eine Masse von 85 kg.

Wie groß ist die Kraft, die die Person auf den Wagen ausüben muss, um ihn nach oben zu schieben? Wie groß ist die Normalkraft? Zeichne die wirkenden Kräfte in die qualitative Zeichnung ein.



Lösung:

Ges: F_N, F_H

Geg: m = 85 kg, g = 9,81 m/s², Steigung von 30 %

Lös:
Berechnung Gewichtskraft des Wagens:

$$F_G = m \cdot g = 85kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 833.55N$$

Umrechnung Steigung in Prozent in Steigung in Grad:

$$tan\alpha = \frac{30}{100} \rightarrow \alpha = 16{,}7°$$

Berechnung Hangabtriebskraft:

$$sin(\alpha) = \frac{F_H}{F_G}$$
$$F_H = F_G \cdot sin\alpha$$

$$F_H = 833{,}55N \cdot sin(16{,}7°) = 239{,}62N$$

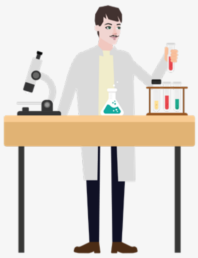
Berechnung Normalkraft:

$$cos(\alpha) = \frac{F_T}{F_G}$$
$$F_T = F_G \cdot cos\alpha$$

$$F_T = 833{,}55N \cdot cos(16{,}7°) = 798{,}68N$$

Experiment

Kräftezerlegung mit Gummibändern



Hallo Freunde! Ich bin es mal wieder, Prof. Ernst Albern. Heute habe ich ein interessantes Experiment für dich mitgebracht. Das eignet sich super für Zwischendurch und macht deutlich, was es mit der Kräftezerlegung auf sich hat. Alles was du dafür brauchst sind drei Gummibänder, eine Sicherheitsnadel und ein Gegenstand, welches als Massestück dient.

Wenn ein Massestück an ein Gummiband gehängt wird, dehnt sich das Gummiband aufgrund der nach unten wirkenden Gewichtskraft des Massestücks. Je größer die wirkende Kraft auf das Gummiband ist, desto größer ist die Dehnung. Das geht natürlich nicht endlos, irgendwann reißt das Gummiband. Doch für dieses Experiment reicht die Vereinfachung, dass die Dehnung des Gummibands und die wirkende Kraft linear sind.

Material:

- 3 gleiche Gummibänder
- Sicherheitsnadel
- Gegenstand zum ranhängen (evtl. Faden oder Seil zum Befestigen)

Durchführung:

1. Alle drei Gummibänder werden in die Sicherheitsnadel gehängt.
2. Der Gegenstand wird an eins der Gummibänder gehängt. Hier ist die Wahl eines passenden Gegenstandes wichtig. Dieser darf logischerweise nicht so schwer sein, dass das Gummiband reißt, auf der anderen Seite soll eine deutliche Dehnung des Gummibandes erkennbar sein.
3. Anschließend hältst du alles an den anderen beiden Gummibändern fest. Die Dehnung der Gummibänder lassen nun Ruckschlüsse auf die wirkenden Kräfte zu.

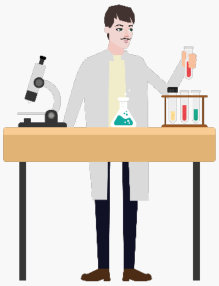
4. Vergleiche die wirkenden Kräfte miteinander. Wie verändern sich die Längen der Gummibänder (bzw. die wirkenden Kräfte), wenn der Winkel zwischen den beiden oberen Gummibändern verändert wird? Wann sind die Kräfte in den beiden oberen Gummibändern gleich groß?

Beobachtung:

Je größer die Spreizung der oberen Gummis, desto weiter werden sie auseinander gezogen, vertikale Kräfte heben sich gegenseitig auf. Wenn die beiden Gummis den gleichen Winkel zur Horizontalen haben, dann ist die Kraft in beiden gleich groß. Die beiden vertikalen Kräfte der oberen Gummis sind gleich groß wie die Kraft im unteren Gummi.

Experiment

Kraftzerlegung an der schiefen Ebene



Hallo Freunde! Ich bin es mal wieder, Prof. Ernst Albern. Heute habe ich mal wieder ein sehr sehr interessantes Experiment mitgebracht. Und zwar geht es um die Kraftzerlegung an der schiefen Ebene.

Auf der Erde wirkt auf jeden Körper die Gewichtskraft. Diese berechnet sich – wie ihr sicherlich wisst – aus dem Produkt der Masse des Körpers und dem Ortsfaktor $g = 9{,}81\ m/s^2$.

Wenn ein Körper sich auf einer geraden Ebene befindet, bewegt er sich in der Regel nicht. Die Ebene wirkt mit einer Kraft auf den Körper, die genauso groß ist wie die Gewichtskraft und hält ihn im Gleichgewicht. Wenn sich ein Körper allerdings auf einer schiefen Ebene befindet, fängt er an runterzurutschen oder zu rollen. Aber welche Kraft zieht den Körper die Ebene herunter? Eins kann ich schon mal verraten: es ist nicht die komplette Gewichtskraft – diese teilt sich an der schiefen Ebene nämlich in die Hangabtriebskraft und die Normalkraft auf.

Die Hangabtriebskraft wirkt parallel zur Ebene und zieht den Körper entlang der Ebene nach unten. Und die Normalkraft wirkt senkrecht zur Ebene und hält den Körper auf der Ebene, sodass dieser nicht „abhebt“.

Lass uns diese Kräftezerlegung an der schiefen Ebene mal genauer untersuchen.

Aufgabe:

Belege die Formeln zur Zerlegung der Gewichtskraft an der schiefen Ebene mit Sinus und Cosinus.

Hinweis:

- Es werden nicht die Hangabtriebskraft und die Normalkraft selbst gemessen, sondern die entsprechenden Gegenkräfte. Die (gemessenen) Gegenkräfte haben den gleichen Betrag wie die gesuchten Kräfte und wirken in die entgegengesetzte Richtung. Daher kann die gesuchte Kraft aus der gemessenen Gegenkraft bestimmt werden.

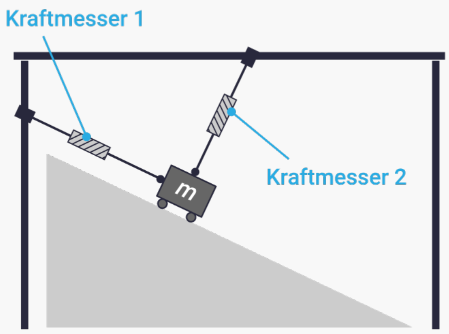
- Für Lehrende: Prinzip der Wechselwirkung (Kraft und Gegenkraft) sollte bekannt sein.

Material:

- zwei Kraftmesser
- verstellbare schiefe Ebene / Winkelmesser
- kleiner Wagen oder Rolle mit Masse (Masse ist bekannt)

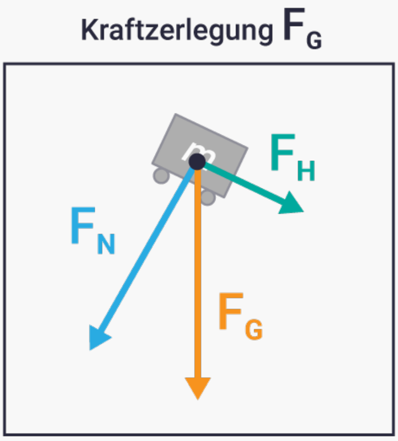
Versuchsaufbau:

- Die Masse wird auf der schiefen Ebene platziert
- Zwei Kraftmesser werden an der Masse befestigt
    - Kraftmesser 1 verläuft parallel zur schiefen Ebene
    - Kraftmesser 2 verläuft senkrecht zur schiefen Ebene



Vorüberlegungen:

- Zeichne ein, wie sich die Gewichtskraft F_G in die Hangabtriebskraft F_H und die Normalkraft F_N aufteilt:



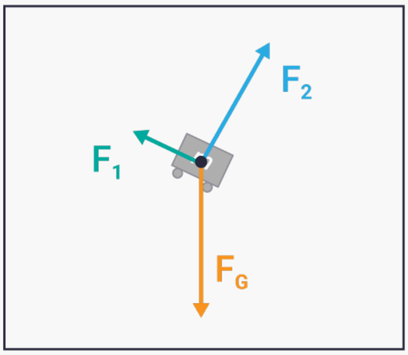
- Zeichne die wirkenden Kräfte ein (Kraft der beiden Kraftfedermesser F_1 und F_2 und die Gewichtskraft F_G)
- In welcher Beziehung stehen die Federkräfte der Kraftmesser mit der Hangabtriebs- und Normalkraft der Masse?

Die Federkraft des Kraftmessers 1 gleicht die <u>Hangabtriebskraft</u> aus

→ am Kraftmesser 1 lässt sich der Betrag von $\underline{F_H}$ ablesen

Die Federkraft des Kraftmessers 2 gleicht die <u>Normalkraft</u> aus

→ am Kraftmesser 2 lässt sich der Betrag von $\underline{F_N}$ ablesen



wirkende Kräfte

$F_G + F_1 + F_2 = 0$

→ **Gleichgewicht**

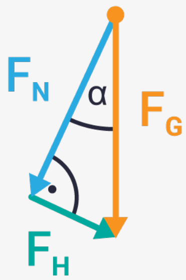
Durchführung:

- Wenn die Kraftmesser korrekt angebracht sind, kann die schiefe Ebene entfernt werden, ohne dass sich die Masse bewegt → die Summe der wirkenden Kräfte ist Null ($F_1 + F_2 + F_G = 0$)
- Für verschiedene Neigungswinkel sollen der Betrag der Hangabtriebskraft und der Normalkraft abgelesen werden
- Bei jedem Neigungswinkel müssen die Kraftmesser neu eingestellt werden, dass sie senkrecht bzw. parallel zur schiefen Ebene bleiben.

Messwerte:

Neigungswinkel α				
Gewichtskraft F_G				
Hangabtriebskraft F_H				
Normalkraft F_N				

Zeichne das Kräftedreieck aus F_G, F_H, und F_N und zeichne die bekannten Winkel ein. Mit welchen geometrischen Formeln lassen sich F_N und F_H berechnen?



$$\sin \alpha = \frac{F_H}{F_G}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_N}{F_G}$$

Berechne für die genutzten Neigungswinkel die erwartete Normal- und Hangabtriebskraft.

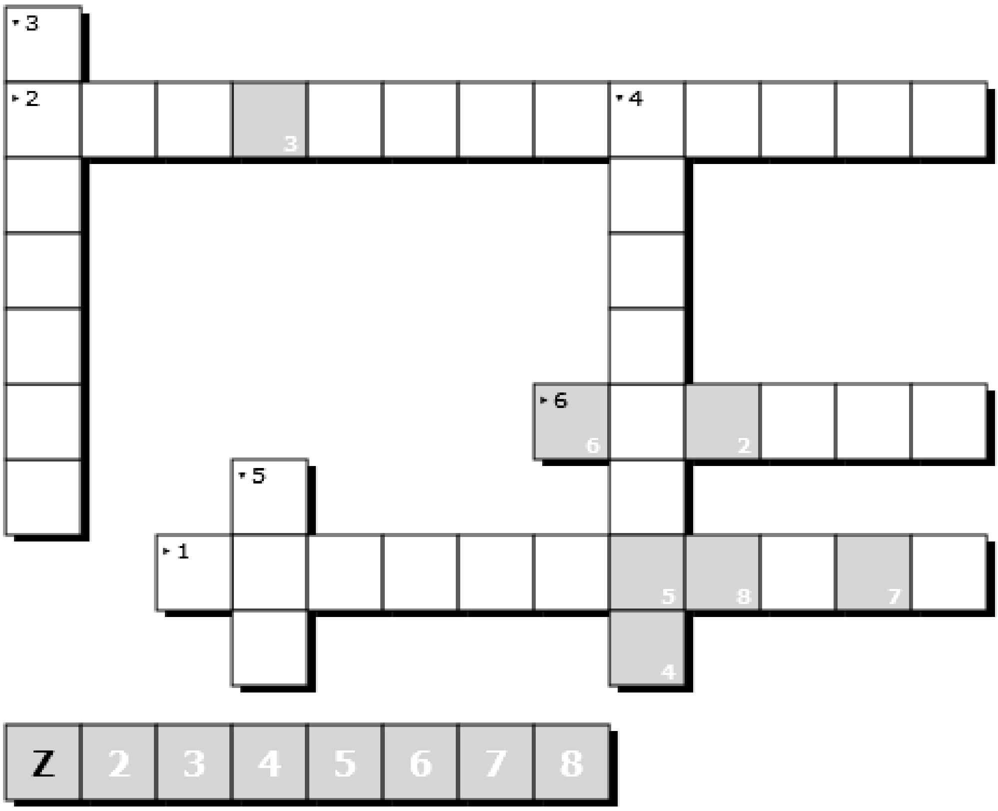
Neigungswinkel **α**				
Gewichtskraft F_G				
Hangabtriebskraft F_H				
Normalkraft F_N				

Vergleiche die Werte aus den beiden Tabellen. Unterscheiden sich die Werte? Woraus ergeben sich Unterschiede?

Beobachtung:

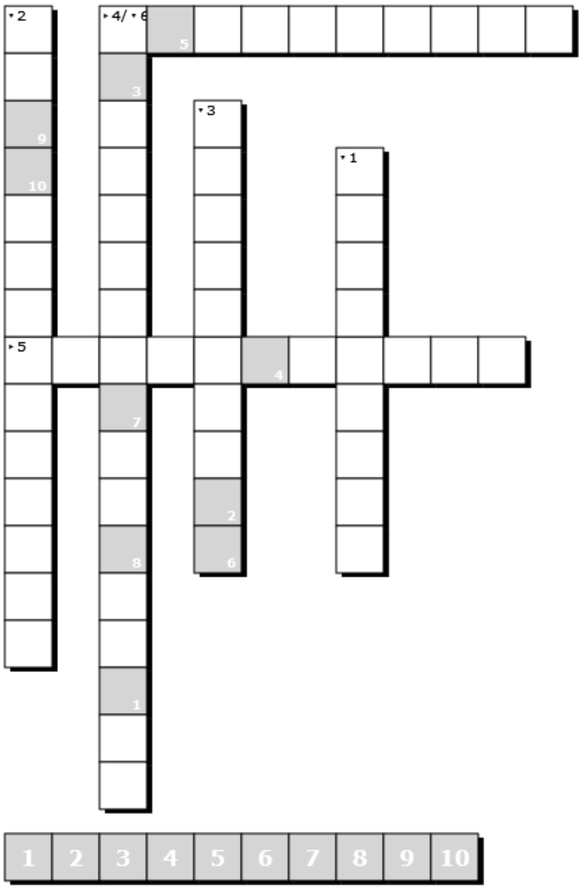
- ➔ Die Werte stimmen (mehr oder weniger) überein
- ➔ Kräftebetrachtung mit den geometrischen Formel sind somit korrekt
- ➔ Abweichungen ergeben sich durch Messfehler; ungenauen Aufbau

Kreuzworträtsel



1. In was wird die Kraft zerlegt?
2. Die Ausgangskraft und die Kraftkomponenten haben den gleichen …
3. Was wird benötigt, um die tatsächlichen Kraftbeträge im Koordinatensystem zu ermitteln?
4. Oft wird eine Kraft in ihre x- und y-Komponente zerlegt. Das heißt, die Komponenten sind … zu den Koordinatenachsen.
5. Die Senkrechte von einem Punkt aus zu einer Geraden (z. B. Koordinatenachse) heißt …
6. Die Wirkung der Ausgangskraft und die Wirkung der beiden Kraftkomponenten zusammen sind …

Kreuzworträtsel



Erstellt mit XWords - dem kostenlosen Online-Kreuzworträtsel-Generator
https://www.xwords-generator.de/de

1. Um Sinus und Cosinus für die Kräftezerlegung zu verwenden, müssen die Wirkungslinien der Kraftkomponenten … zueinander sein.
2. Die x- und y- Komponenten und die Kraft spannen ein … Dreieck auf.
3. Die Wirkung der Kraft und die Wirkung der beiden Kraftkomponenten zusammen sind …
4. Bei dem rechtwinkligen Dreieck aus Kraft und Kraftkomponenten entspricht die Kraft der …
5. Beim Zerlegen einer Kraft an der schiefen Ebene heißt die Kraftkomponente, die senkrecht zur Ebene wirkt, …
6. Beim Zerlegen einer Kraft an der schiefen Ebene heißt die Kraftkomponente, die parallel zur Ebene wirkt, …

Annoncen | Weiterführendes

Kraft zerlegen an der Tafel erklärt

Grafische Lösung mit Geodreieck, Stift und Tafel easy erklärt + Beispiel schiefe Ebene. #ohneTaschenrechner

Rechnerische Kraftzerlegung?!

Du hast das Gefühl, das ist höhere Mathematik? Jessica hilft dir aus und erklärt es dir live mit allen Hintergründen. +Nachweis.

https://www.youtube.com/watch?v=y_t33m3ckGg

AG Drohnenflug

OKTOXL, OKTO2 & HEXAXL vorrätig; Aufbau Laborumgebung, Einsatz in Lehre & Forschung; Mach mit!

https://www.b-tu.de/industrielle-informationstechnik/forschung/projekte/ag-drohnenflug#c58349

Eine Kiste zwei Seile – was nun

Video zum Kraft zerlegen mit sehr gutem Beispiel zur grafischen Lösung. Schritt für Schritt erklärt.

https://www.youtube.com/watch?v=UHtfbCRSAoE

Muggefug

Organisiert euch für eine bessere Zukunft Dir juckt es bei den aktuellen Themen auch unter den Fingernägeln und du kannst nicht ruhig bleiben? Komm zur FFF Ortsgruppe in Cottbus und engagier dich!

Cotti
https://chat.whatsapp.com/Hc2jZ3lzByvAWNEdbAdmWI
https://t.me/fffcottbus
https://www.instagram.com/fridaysforfuture.cottbus/

Senftenberg
https://chat.whatsapp.com/KxgewNoaDAwCUe0X5mrd83
https://t.me/joinchat/J3YphtA7gO85MzQ6
senftenberg@fridaysforfuture.is

Impressum

Kontext

Das Serious Game *re:construction- Bring die Welt ins Gleichgewicht* war Teil des ESF-geförderten Projekts Learn&Play, in dem ein digitales Berufs- und Studienorientierungsangebot für ingenieurwissenschaftliche Studiengänge entwickelt wurde. Von November 2021 bis Oktober 2022 wurden im Projekt *Teach&Play* weiterführende Lehr- und Lernmaterialien für den Unterricht erstellt und *re:construction* um ein Klassenmanagement-Tool erweitert.

Mehr zu den Hintergründen des Projekts und die Entwicklung des Serious Games erfahren Sie hier:

https://www.b-tu.de/ikmz/projekte/reconstruction

Haben Sie Interesse, das Serious Game in Ihre Lehre / Ihren Unterricht einzubinden? Dann schauen Sie sich unsere Empfehlungen zum Einsatz in der Lehre / im Unterricht und *Teach&Play* an.

RE:CONSTRUCTION
BRING DIE WELT INS GLEICHGEWICHT

learn & play

teach & play

Kontakt

leitung-ikmz@b-tu.de

Weitere Informationen

Projektverantwortliche:
Claudia Börner

Redaktion & Autor*innen:
Anna Seidel, Andrea Bölke, Carlotta Scheder-Bieschin, Franziska Weidle

Gestaltung und Layout:
Lukas Flagmeier

Fachdidaktik:
Carlotta Scheder-Bieschin

Korrektur:
Bianka Preuß

Über dieses Heft

Dieses Heft ist im Kontext des *Teach&Play* Projekts entstanden und Teil einer Reihe von Lehr- und Lernmaterialien für ingenieurwissenschaftliche Studiengänge mit dem Modul Technische Mechanik und richtet sich an Schüler:innen der Sekundarstufen 1 und 2 sowie Studienanfänger:innen.

Alle Magazine dieser Reihe:

Magazin 1 - Dreieck

Magazin 2 - Axiome

Magazin 3 – Kraft zerlegen

Magazin 4 – Kräfte-parallelogramm

Magazin 5 – Resultierende

Magazin 6 – Vektor

Magazin 7 – Kraftsysteme

Magazin 8 – Kraft

Magazin 9 – Tragwerkselemente, Ersatzmodell und Freischnitt

Alle Materialien sind abrufbar unter:
https://www.b-tu.de/ikmz/projekte/reconstruction/materialien

Nutzungshinweise

Dieses Heft ist für den Einsatz in der Lehre frei verwendbar.

DOI:
10.26127/BTUOpen-6102

Herausgeber

Brandenburgische Technische Universität Cottbus-Senftenberg

IKMZ
Projekt „Teach&Play“

Platz der Deutsche Einheit 2
03044 Cottbus

Brandenburgische Technische Universität Cottbus - Senftenberg

Gefördert durch das Ministerium für Wissenschaft, Forschung und Kultur aus Mitteln des Europäischen Sozialfonds und des Landes Brandenburg.

EUROPÄISCHE UNION
Europäischer Sozialfonds

LAND BRANDENBURG

Ministerium für Wissenschaft, Forschung und Kultur