

Die Abhängigkeiten von Druck und Strömungsgeschwindigkeit in einer Luftströmung sowie die Kraftwirkung auf Körper in dieser Luftströmung sollen veranschaulicht werden.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Strömende Flüssigkeiten (Hydrodynamik) und Gase (Aerodynamik)

Strömende Flüssigkeiten und Gase sind Gegenstand der **Strömungsmechanik**. Diese beschreibt den **Transport von Fluiden** (Flüssigkeiten oder Gasen) aufgrund der Schwerkraft oder von Druckdifferenzen unter Berücksichtigung der **Viskosität** (Reibung). In der Hydrodynamik werden die inkompressiblen (*Dichte $\rho = \text{konst.}$*) und in der Aerodynamik die kompressiblen Strömungen untersucht. Auch Gase sind näherungsweise inkompressibel, wenn ihre Strömungsgeschwindigkeit höchstens ein Drittel der Schallgeschwindigkeit beträgt (*in Luft: ca. $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$*). Die Strömungsmechanik kann je nach Berücksichtigung der Reibung in die Strömung idealer Fluide (*reibungsfrei*) und in die Strömung realer Fluide eingeteilt werden.

1.2 Grundgleichungen von Strömungen idealer, inkompressibler Fluide

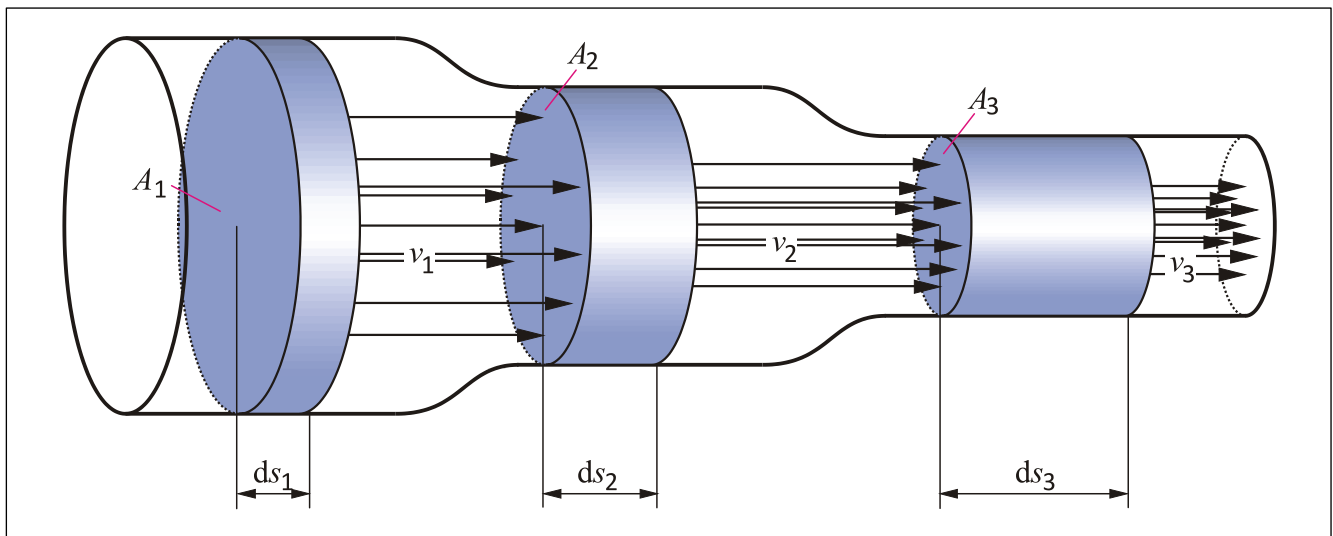


Bild 1: Konstanz des Volumenstromes

Bei einer stationären Strömung mit der Geschwindigkeit v muss der Volumenstrom

$$\dot{V} = A \cdot \frac{ds}{dt} = A \cdot v$$

durch jede Querschnittsfläche A konstant sein:

$$\dot{V} = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \text{konst.} \quad (1)$$

Dies nennt man die **Kontinuitätsgleichung** für inkompressible Strömungen: in Verengungen muss die Strömung schneller sein (**Bild 1**).

Um ein Fluidvolumen

$$\Delta V_1 = A_1 \cdot \Delta s_1$$

durch die Querschnittsfläche A_1 in die Strömungsröhre einzubringen, muss vom dort herrschenden Druck p_1 die Arbeit

$$W_1 = F_1 \cdot \Delta s_1 = p_1 \cdot A_1 \cdot \Delta s_1 = p_1 \cdot \Delta V_1$$

aufgebracht werden. Wegen der Inkompressibilität tritt bei A_2 dann ein gleich großes Volumen

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

aus und verrichtet gegen p_2 die Arbeit

$$W_2 = F_2 \cdot \Delta s_2 = p_2 \cdot A_2 \cdot \Delta s_2 = p_2 \cdot \Delta V_2 .$$

Diese Arbeiten müssen sich unterscheiden, und zwar um den Betrag der kinetischen Energie, der dem durchgeschobenen Volumenelement zugeführt werden muss ($v_2 > v_1$ falls $A_2 < A_1$), bzw. den es abgibt:

$$\begin{aligned} W_1 - W_2 &= p_1 \cdot \Delta V_1 - p_2 \cdot \Delta V_2 \\ &= (p_1 - p_2) \cdot \Delta V \\ &= \frac{1}{2} \rho \cdot \Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2) \end{aligned}$$

Überall in einem strömenden, idealen Fluid gilt also die **Bernoullische Gleichung**:

$$p_{ges} = p_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 = \text{konst.} \quad (2)$$

Der statische Druck p_{stat} ist der Druck, der durch das umgebende Medium erzeugt wird. Der dynamische oder Staudruck p_{dyn} beschreibt die kinetische Energie der Strömung und wird wie folgt dargestellt:

$$p_{dyn} = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2. \quad (3)$$

Ihre Differenz ist der Gesamtdruck p_{ges}

$$p_{ges} = p_{stat} + p_{dyn}. \quad (4)$$

1.3 Druckmessung

Zur Messung der einzelnen Druckarten, die auf einen Körper in einer Strömung entsprechend Gleichung (2) wirken können, sind spezielle Messsonden entwickelt worden.

1.3.1 Drucksonde

Befindet sich in der strömenden Luft eine entsprechend **Bild 2a** geformte Drucksonde, so ergeben sich an den markierten Stellen folgende Druckverhältnisse:

Auf den mit der **Ziffer 1** gekennzeichneten linken Schenkel des Flüssigkeitsmanometers wirkt der Luftdruck p_L . Die tangential an der Messsonde vorbeiströmende Luft bewirkt einen Sog am zweiten Schenkel des Manometers (**Ziffer 2**). Somit kann der statische Druck p_{stat} gemessen werden.

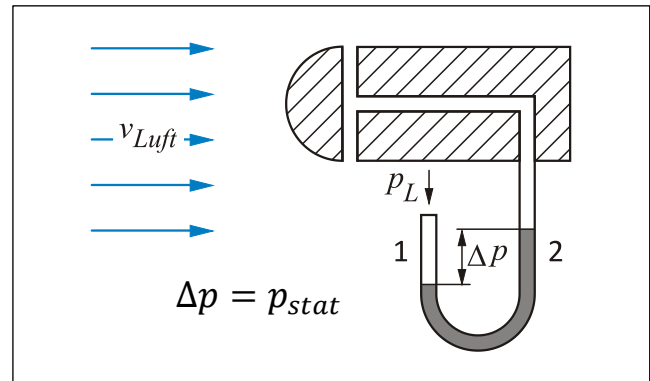


Bild 2a: Drucksonde zur Messung des statischen Druckes p_{stat}

1.3.2 Pitot-Rohr

Im Pitot-Rohr (**Bild 2b**) wird die Luft, die durch eine in Strömungsrichtung verlaufende Öffnung eintreten kann, gestaut ($v=0$). Damit ergibt sich aus der abzulesenden Höhendifferenz der Gesamtdruck

$$p_{ges} = p_{stat} + p_{dyn}$$

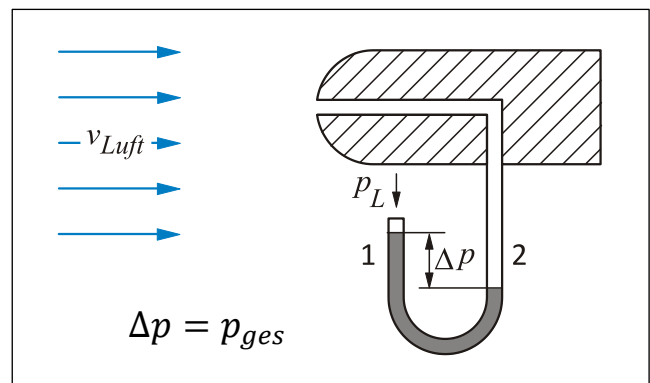


Bild 2b: Pitot-Rohr zur Messung des Gesamtdruckes

1.3.3 Prandtl'sches Staurohr

Eine Kombination aus Drucksonde und Pitot-Rohr ermöglicht die Bestimmung des Staudruckes als Differenzmessung vom Gesamtdruck p_{ges} und dem statischen Druck p_{stat} (**Bild 2c**).

Aus diesem Staudruck kann sofort die Strömungsgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{2 \frac{p_{dyn}}{\rho}}$$

bestimmt werden. Am Manometer befindet sich für diese Messvariante eine Geschwindigkeitsskala.

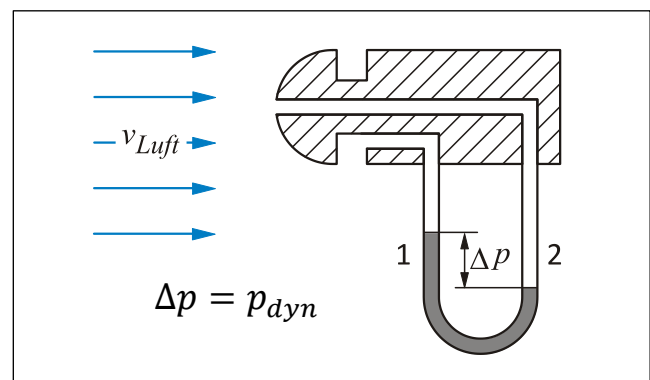


Bild 2c: Prandtl'sches Staurohr zur Bestimmung des dynamischen Druckes

1.4 Volumenstrommessung

Im Experiment wird zur Volumenstrombestimmung das Venturi-Rohr (*Venturi-Düse*) verwendet. Dieses gestattet, an zwei Stellen mit unterschiedlichem Querschnitt die Differenz der statischen Drücke zu messen (**Bild 3**). Daraus sind die Strömungsgeschwindigkeit und der Volumenstrom bestimmbar.

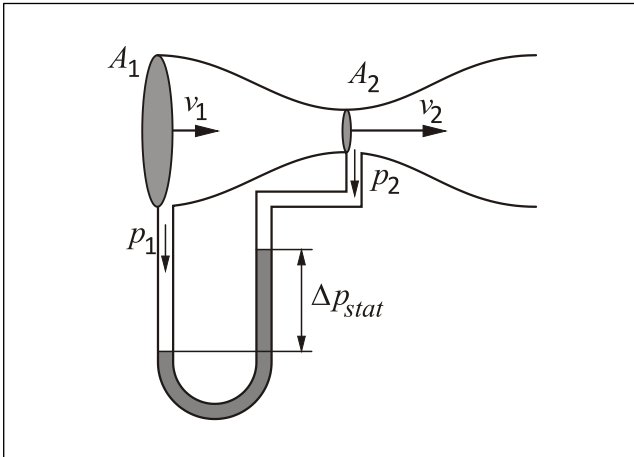


Bild 3: Venturi-Rohr

Nach Bernoulli gilt:

$$\Delta p_{stat} = p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2).$$

Aus der Gleichung (1) folgt:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2}.$$

Für v_2 eingesetzt ergibt das:

$$\begin{aligned} \Delta p_{stat} &= \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} \cdot v_1^2 - v_1^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 \left(\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right) \end{aligned}$$

Somit errechnet sich v_1 aus:

$$v_1 = \sqrt{2 \frac{\Delta p_{stat}}{\rho \cdot \left(\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right)}} \quad (5)$$

und der Volumenstrom bestimmt sich gemäß $\dot{V} = A \cdot v = A_1 \cdot v_1$ zu

$$\dot{V} = A_1 \cdot \sqrt{2 \frac{\Delta p_{stat}}{\rho \cdot \left(\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right)}} \quad (6)$$

1.5 Umströmen von Körpern

Während bei einer **laminaren Strömung** die Geschwindigkeitsvektoren der Fluide annähernd parallel verlaufen, ändern sich in der **turbulenten Strömung** die Geschwindigkeitsvektoren ursprünglich benachbarter Teilchen ständig nach Richtung und Größe. Die Teilchen driften auseinander, die Strömung ist verwirbelt. Streng genommen ist eine turbulente Strömung deshalb immer instationär. Als stationär

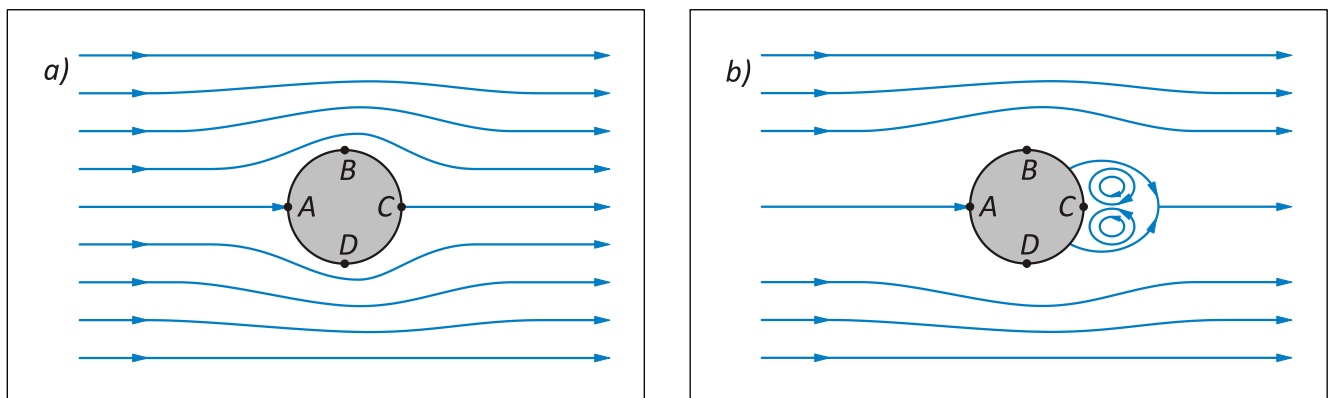


Bild 4: Umströmen zylindrischer Körper **a)** reibungsfreie Strömung **b)** reibungsbehaftete Strömung

wird sie angesehen, wenn die über den Querschnitt gemittelte Geschwindigkeit von der Zeit unabhängig ist.

Eine **Wirbelbildung** tritt auf, wenn sich die zunächst laminar strömenden Schichten ablösen. Die Entstehung von Wirbeln kann modellmäßig erklärt werden. **Bild 4a** zeigt den reibungsfreien Idealfall. Während an den Punkten A und C die Strömungsgeschwindigkeit $v=0$ und deshalb nach der Bernoulli-Gleichung der statische Druck maximal ist, wird an den Punkten B und D die Geschwindigkeit am größten ($v = v_{max}$) und deshalb der Druck am geringsten. Ohne Wirkung einer Reibungskraft werden die Flüssigkeitsteilchen von A nach B beschleunigt und durch die zunehmende Druckkraft von B nach C auf $v=0$ wieder abgebremst; entsprechendes gilt für den Weg ADC. Unter der Wirkung von Reibungskräften in der sogenannten **Grenzschicht** werden die Fluidteilchen jedoch vor dem Punkt C zur Ruhe kommen. Dadurch wird eine Drehbewegung eingeleitet, und es bildet sich hinter dem Zylinder ein Wirbelpaar mit entgegengesetztem Drehsinn (**Bild 4b**). Die Wirbel lösen sich ab und werden mit der äußeren Strömung mitgenommen. Es bildet sich eine Wirbelstraße. Zu ihrer Aufrechterhaltung ist eine ständige Arbeitsleistung erforderlich, die sich im **Strömungswiderstand** äußert.

Die gesamte Widerstandskraft F_W setzt sich aus zwei Anteilen zusammen (**Bild 5**):

1. Reibungswiderstandskraft F_R durch bloße Grenzschichtreibung,
2. Druckwiderstandskraft F_D durch Wirbelbildung.

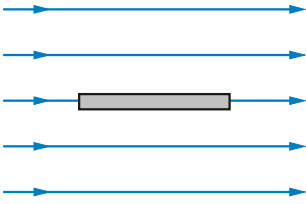
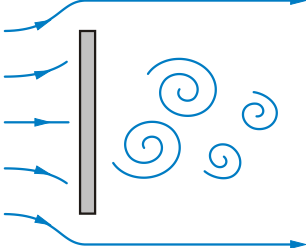
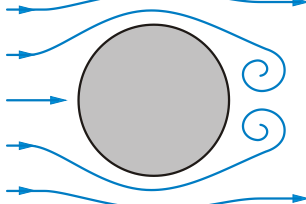
Reiner Reibungswiderstand	Reiner Druckwiderstand	Reibungs- und Druckwiderstand
 Längs überströmte Platte	 Quer angeströmte Platte	 Überströmte Kugel

Bild 5: Widerstände bei Strömungen

Für F_W ergibt sich eine quadratische Zunahme mit der Geschwindigkeit v :

$$F_W = F_R + F_D = c_W \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (7)$$

A : Querschnittsfläche des Körpers senkrecht zur Strömungsrichtung
 ρ : Dichte des strömenden Mediums

Der Proportionalitätsfaktor c_W in der Gleichung (7) ist dimensionslos und wird **Widerstandsbeiwert** genannt. Widerstandsbeiwerte für verschiedene Körper sind in **Bild 6** zusammengestellt. Sie werden experimentell ermittelt und hängen innerhalb gewisser Grenzen auch von v ab.

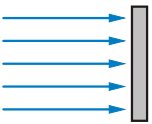
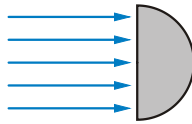
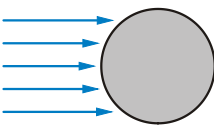
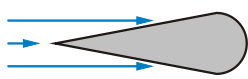
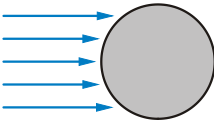
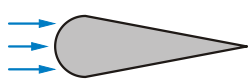
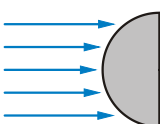
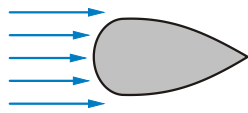
Platte 	1,1 ... 1,3	Halbkugel (hinten) 	mit Boden 1,2 ohne Boden 1,3
Zylinder 	0,6 ... 1,0	Kegel mit Halbkugel 	0,16 ... 0,2
Kugel 	0,3 ... 0,4	Halbkugel mit Kegel 	0,07 ... 0,09
Halbkugel (vorn) 	mit Boden 0,4 ohne Boden 0,34	Stromlinienkörper 	0,055

Bild 6: Beispiele für Widerstandsbeiwerte unterschiedlicher Körper

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe: Für eine Scheibe und eine Kugel gleicher Abmessung ($r=5\text{cm}$) sollen mit Hilfe eines Windkanals die c_W -Werte bei einer Windgeschwindigkeit von $v=10\text{ m/s}$ bestimmt werden. Dabei wurden für die Scheibe eine Widerstandskraft von $F_{W(1)}=610\text{ mN}$ und für die Kugel $F_{W(2)}=150\text{ mN}$ gemessen. (Luftichte $\rho_L=1,29\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$)

Wie groß sind die c_W -Werte?

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Saug- und Druckgebläse, Windkanal, Feinmanometer, Kraftmesser, Venturi-Rohr, Widerstandskörper

2.2.2 Versuchshinweise

Hinweis:

Für **Aufgabe 2** sind einige Umbauten am Versuchsstand vorzunehmen.

Daher wird empfohlen nach der **Aufgabe 1** zunächst die **Aufgabe 3** und zum Schluss erst die **Aufgabe 2** durchzuführen!

Aufgabe 1: Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit von Luft bei veränderlichem Strömungsquerschnitt

- Überprüfen Sie den Versuchsaufbau entsprechend **Bild 7**.

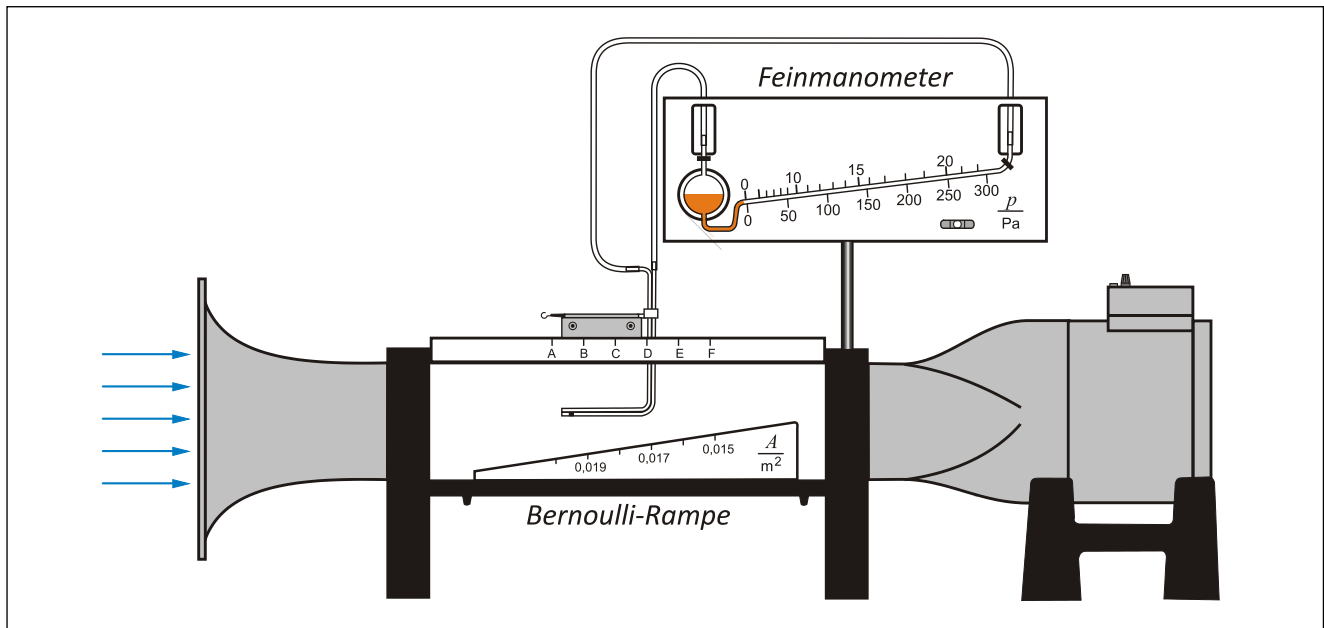


Bild 7: Versuchsaufbau Aufgabe 1

Vorbereitung des Feinmanometers zur Messung:

- Benetzen Sie die Kapillare mit Manometerflüssigkeit durch vorsichtiges Kippen des Manometers.
- Richten Sie das Manometer horizontal aus.

Messsonde mit Feinmanometer:

- als Drucksonde (siehe **Abschnitt 1.3.1**)
- als Pitot-Rohr (siehe **Abschnitt 1.3.2**)
- als Prandtl'sches Staurohr (**Abschnitt 1.3.3**)

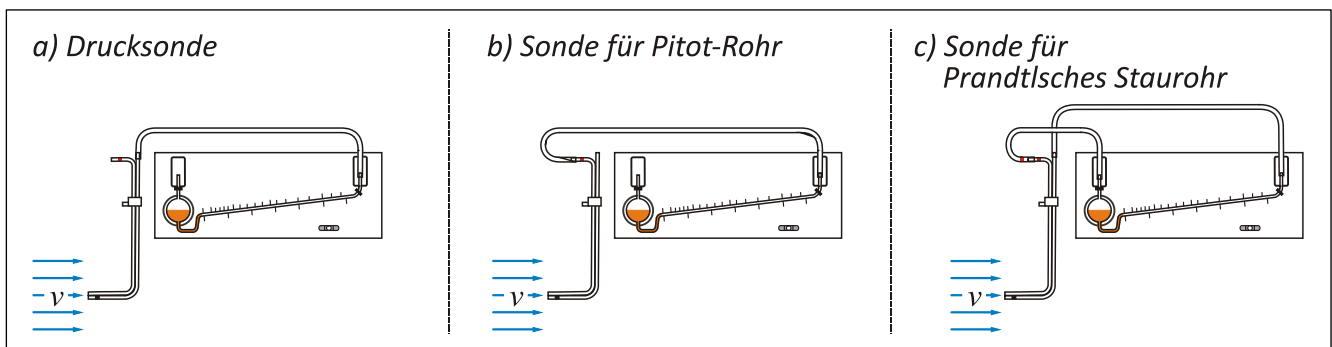


Bild 8: Aufbaumöglichkeiten für die Druckmessungen

- Messen Sie mit dem Feinmanometer die Druckdifferenzen (in den ersten beiden Fällen die Differenz zum Luftdruck).
- Beachten Sie die Richtung der zu erwartenden Druckänderung beim Anschluss des Feinmanometers.
- Stellen Sie das Gebläse (Saugseite benutzen!) auf **maximale Leistung** und schalten Sie es ein.
- Nehmen Sie jeweils eine Messreihe entsprechend der vorgegebenen Querschnittsmarkierungen auf.

Hinweis:

Die Vorderkante des Messwagens markiert die Messstelle!
Die Restschlitzfläche unbedingt gut abdecken!

Aufgabe 2: Bestimmung eines Volumenstromes bei **drei** verschiedenen Gebläsestärken unter Verwendung eines Venturi-Rohres

- Bauen Sie den Versuchsaufbau entsprechend **Bild 9** um (*Hilfestellung durch Laborpersonal*).

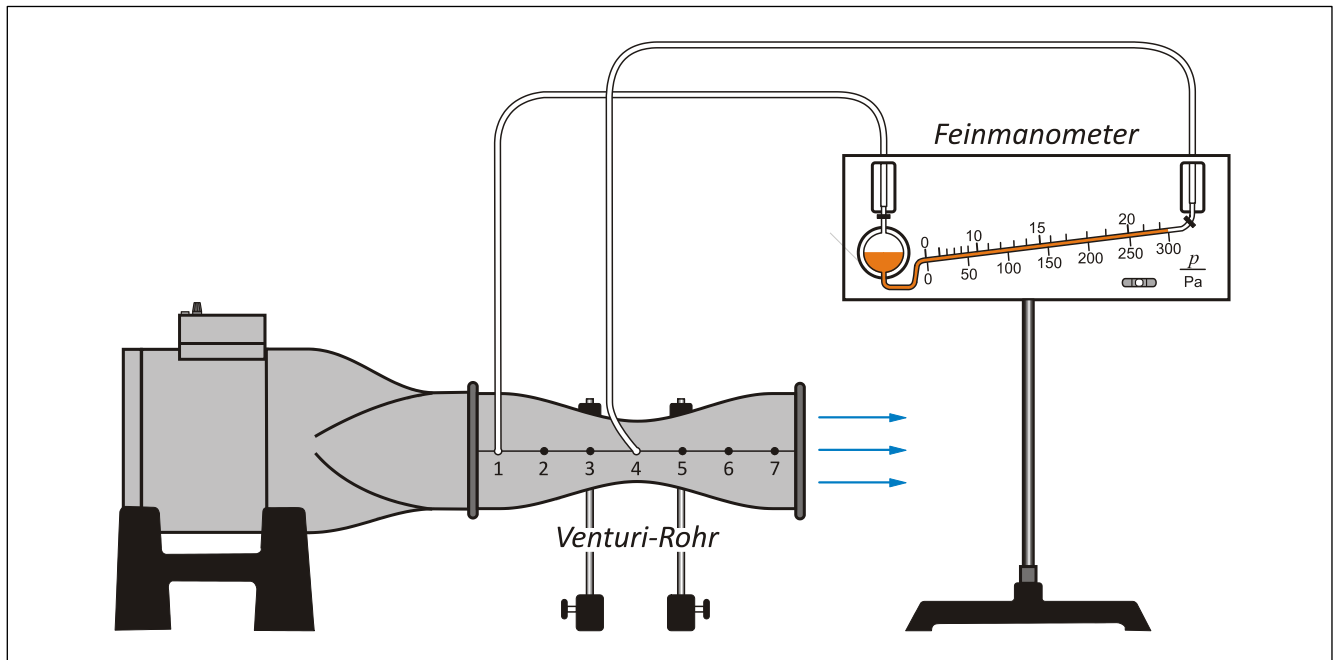


Bild 9: Versuchsaufbau Aufgabe 2

- Stellen Sie das Gebläse auf **minimale Drehzahl** und schalten Sie es erst dann ein. (*Bei zu hoher Strömungsgeschwindigkeit wird Manometerflüssigkeit vom Venturi-Rohr angesaugt und zerstäubt*).
- Bestimmen Sie die Druckdifferenz Δp zwischen den **Messstellen 1-2; 1-3; 1-4; 1-5; 1-6; 1-7**.
- Die **Messstelle 4** ist die engste Stelle am Venturi-Rohr, somit ist auch hier die größte Druckdifferenz zu erwarten. Aus diesem Grund stecken Sie die Messschläuche auf die **Messstellen 1 und 4**.
- Regeln Sie nun **langsam** das Gebläse auf eine höhere Drehzahl und beobachten Sie das Feinmanometer.

Hinweis:

Immer den Einschwingvorgang abwarten!

- Stellen Sie die Druckdifferenz auf ca. **$\Delta p = 300 \text{ Pa}$** ein und ändern Sie diese während der Messung nicht mehr.
- Beginnen Sie nun die Druckdifferenzmessung.
- Messen Sie nun die Druckdifferenz der anderen Messstellen.
- Führen Sie **zwei** weitere Messungen durch (**$\Delta p = (200 \dots 150) \text{ Pa}$ und $(50 \dots 100) \text{ Pa}$**).

Aufgabe 3: Nachweis der Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Körperform durch die Bestimmung des Widerstandsbeiwertes verschiedener Körper

- Bauen Sie den Windkanal entsprechend **Bild 10** um (*Hilfestellung durch Laborpersonal*).

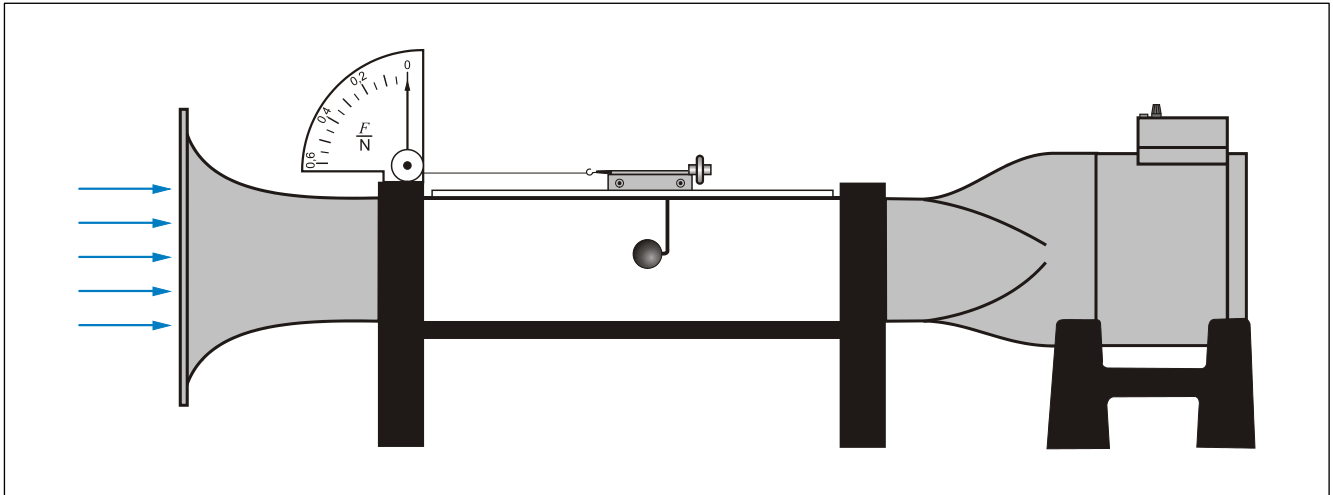


Bild 10: Versuchsaufbau **Aufgabe 3**

- Ersetzen Sie die Bodenrampe durch das Bodenbrett.
- Nehmen Sie die Laufschiene ab.
- Stellen Sie sorgfältig den Messwagen mit der Drucksonde auf die untere Kunststofflaufschiene.
- Stellen Sie das Gebläse auf maximale Leistung ein.
- Bestimmen Sie den dynamischen Druck p_{dyn} mittels Messanordnung „**Prandtl'sches Staurohr**“.
- Nehmen Sie die Drucksonde wieder aus dem Luftstrom.
- Die Geschwindigkeit wird in der Auswertung nach Gleichung (3) berechnet.

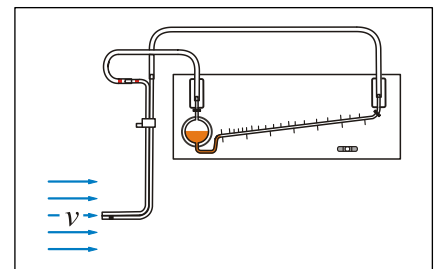


Bild 11: Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit

- Montieren Sie den Winkelhalter unter den Messwagen und verbinden Sie den Widerstandskraftmesser (*Faden*) mit dem Messwagen.
- Stecken Sie das Gegengewicht auf und decken Sie sorgfältig die Schlitz ab.
- Stecken Sie die sieben verschiedenen Widerstandskörper auf und bestimmen Sie die jeweilige Widerstandskraft F_W .
- Als achter Widerstandskörper dient ein Automodell. Bringen Sie es mit dem Halter an und bestimmen Sie ebenfalls die Widerstandskraft F_W .
- Messen Sie den Durchmesser der Widerstandskörper und schätzen Sie die Widerstandsfläche des Automodells ab.

2.3 Versuchsauswertung

Aufgabe 1: Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit von Luft bei veränderlichem Strömungs-querschnitt

- a) als Drucksonde (siehe **Abschnitt 1.3.1**)
- b) als Pitot-Rohr (siehe **Abschnitt 1.3.2**)
- c) als Prandtl'sches Staurohr (**Abschnitt 1.3.3**)

- Berechnen Sie aus den mit der Drucksonde (**a**) und dem Pitot-Rohr (**b**) erhaltenen Messwerten die Strömungsgeschwindigkeit v (Luftdichte: $\rho_L = 1,29 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$).
- Bestimmen Sie ebenfalls aus den mit dem Prandtl'schen Staurohr (**c**) erhaltenen Messwerten die Strömungsgeschwindigkeit v und vergleichen Sie diese mit denen von (**a**) und (**b**).
- Weisen Sie anhand einer graphischen Darstellung des Produktes $A \cdot v = f(A)$ die Kontinuitätsgleichung (1) nach und bestimmen Sie die entstandene Messunsicherheit.
- Stellen Sie in einem Diagramm die mittels Prandtl'schen Staurohrs berechnete Geschwindigkeit v als Funktion des veränderlichen Strömungsquerschnittes ($v = f(A)$) graphisch dar und bestimmen Sie den Funktionsanstieg (*Anstiegsdreieck*) sowie die maximale relative Messunsicherheit.

Aufgabe 2 Bestimmung eines Volumenstromes bei **drei** verschiedenen Gebläsestärken unter Verwendung eines Venturi-Rohres

- Stellen Sie in einem Diagramm die Druckdifferenz Δp in Abhängigkeit von den **Messstellen 2...7** zur **Messstelle 1** graphisch dar.
- Diskutieren Sie die Ergebnisse.
- Berechnen Sie den Volumenstrom $\dot{V}$ nach der Gleichung (4) aus der Druckdifferenz zwischen den Messstellen 1 und 4 (geg. Werte für d_1 und d_4 am Versuchsplatz, Luftdichte $\rho_L = 1,29 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$).

Aufgabe 3: Nachweis der Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Körperform durch die Bestimmung des Widerstandsbeiwertes verschiedener Körper

- Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeit v nach der Gleichung (3) und die Widerstandsbeiwerte nach der Gleichung (7)
- Bestimmen Sie exemplarisch für einen Wert die Messunsicherheit durch eine Fehlerbetrachtung (*absolut und relativ*). Geben Sie aber tabellarisch für alle Widerstandskraftwerte F_W und alle Widerstandsbeiwerte c_W die relativen Abweichungen an.
- Vergleichen und diskutieren Sie die Ergebnisse mit Tabellenwerten (siehe **Bild 6**).