

Die Beugungsbilder von Ultraschall nach Einzel- und Mehrfachspalten werden aufgenommen und ausgewertet.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Beugung (Diffraktion)

Alle fortschreitenden Wellen (Wasserwellen, Schall- und Ultraschallwellen, Lichtwellen u.a.) breiten sich in einem homogenen Medium geradlinig aus. Bringt man ein undurchdringliches Hindernis in das Wellenfeld, so entwirft das Hindernis in erster Näherung ein geometrisch ähnliches Schattenbild.

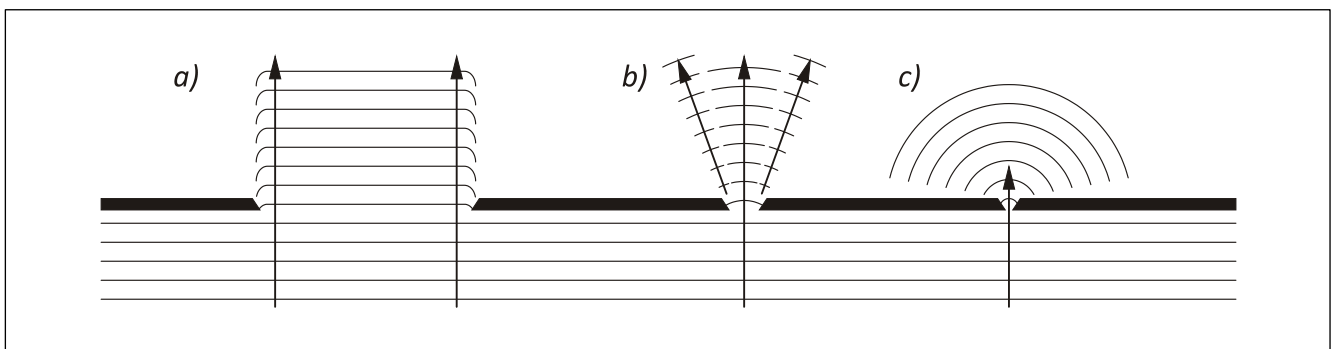


Bild 1: Durchgang einer ebenen Welle der Wellenlänge λ durch eine Öffnung b

a) durch eine Öffnung $b \gg \lambda$; b) durch eine Öffnung $b = \lambda$; c) durch eine Öffnung $b \ll \lambda$

Sind die Abmessungen eines Hindernisses oder einer darin enthaltenen Öffnung groß gegenüber der Wellenlänge, erhält man durch ein Wellenfeld eine exakte Schattenabbildung (**Bild 1a**).

Sind jedoch Hindernisabmessungen und Wellenlänge miteinander vergleichbar, ist eine Schattenprojektion nicht möglich. Wellen dringen dann merklich über die geometrische Grenze in den Schattenraum ein. Abweichend von der geradlinigen Ausbreitung werden sie gebeugt (**Bild 1b**).

Qualitativ wird das Beugungsphänomen durch das Huygenssche Prinzip verständlich. Ein Loch im Hindernis, das klein gegenüber der Wellenlänge ist, wirkt wie ein Punkt, von dem eine kugelförmige Elementarwelle ausgeht (**Bild 1c**).

Durch den Rand des Hindernisses wird ein Teil der Elementarwellen abgeblendet, die von der Phasenfläche ausgehen, welche momentan in Höhe der Öffnung liegt. Da die fehlenden Elementarwellen für eine ungestörte Wellenausbreitung erforderlich sind, entstehen zwangsläufig Randstörungen. Zur quantitativen Erklärung von Beugungserscheinungen verbessert Fresnel das Verfahren von Huygens:

Die Amplitude einer Welle in einem Raumpunkt ergibt sich aus der Überlagerung (Interferenz) aller dort eintreffenden Elementarwellen unter Berücksichtigung ihrer Phase (Huygens-Fresnelsches-Prinzip).

1.2 Beugung am Spalt und am Gitter

1.2.1 Beugung am Spalt

Eine ebene Welle der Wellenlänge λ fällt senkrecht auf einen Spalt der Breite b in einem Hindernis. Hinter dem Spalt kann ein Beugungsbild mit Maxima und Minima der Intensität (**Bild 2**) beobachtet werden.

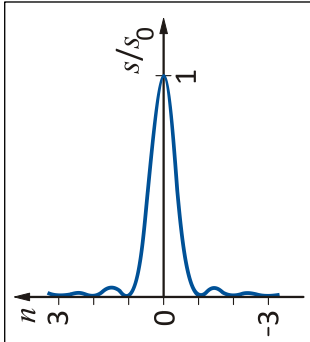


Bild 2: Intensitätsverteilung bei Beugung am Spalt

Die vorliegende Interferenzerscheinung entsteht durch Überlagerung der Elementarwellen, die von jedem Punkt der Spaltöffnung ausgehen. Von der einfallenden Welle betrachtet man zur Herleitung der Interferenzbedingung und der Intensitätsverteilung auf die verschiedenen Richtungen ein paralleles Wellenbündel unter dem Beugungswinkel α (**Bild 3**). In der Spaltebene durch **A** und **C** haben alle Wellen noch die gleiche Phase; in der Ebene durch **B** und **C** haben sie Wege zwischen **O** und $\overline{AB} = b \cdot \sin \alpha$ zurückgelegt. Der Gangunterschied beträgt also $\Delta L = b \cdot \sin \alpha$; er dient als Kriterium für Verstärkung bzw. Auslöschung der gebeugten Strahlen.

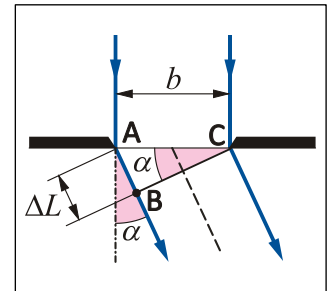


Bild 3: Gebeugtes Wellenbündel am Spalt

Bei $\alpha = 0$ ($\Delta L = 0$) haben alle enthaltenen Wellen die gleiche Phase und verstärken sich ausnahmslos; in geradliniger Verlängerung der Einfallrichtung liegt das Hauptmaximum.

Beträgt $\Delta L = \lambda$ (bzw. ein Vielfaches $n \cdot \lambda$), denkt man sich das Wellenbündel in zwei (bzw. $2n$) gleich große Teilbündel zerlegt. So haben benachbarte Teilbündel im Mittel einen Gangunterschied von $\frac{1}{2}\lambda$ und löschen sich bei der Überlagerung gegenseitig aus.

In allen anderen Richtungen beobachtet man die nicht ausgelöschte Restintensität. Man erhält also bei der Beugung am Spalt vollständige Auslöschung, d. h. Beugungsminima für

$$b \cdot \sin \alpha = n \cdot \lambda \quad (1)$$

Bei $n = 0$ befindet sich das Hauptmaximum; symmetrisch zu beiden Seiten, ungefähr in der Mitte zwischen den Minima, liegen die Nebenmaxima (**Bild 2**).

1.2.2 Beugung am Gitter

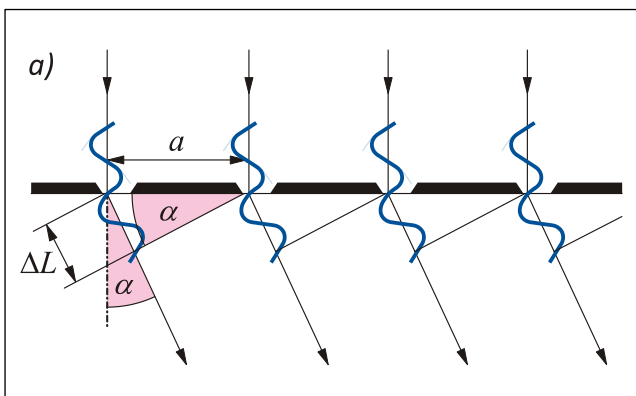
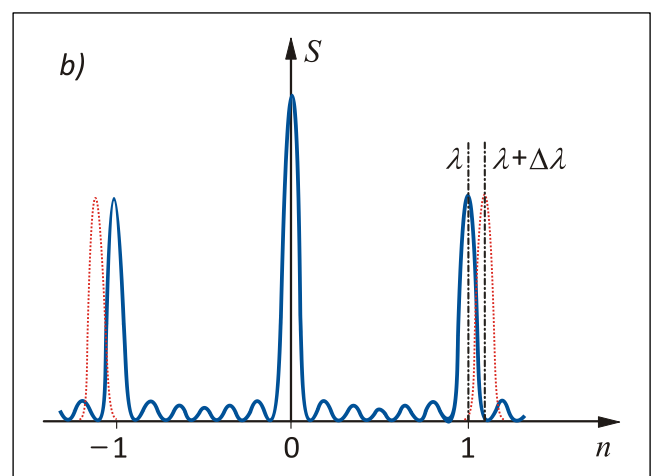


Bild 4: Beugung am Gitter

a) gebeugtes Wellenbündel für Beugungsmaxima 1. Ordnung



b) Beugungszentrum 0. und 1. Ordnung

Setzt man eine große Zahl von Spalten in gleichen Abständen nebeneinander, so erhält man ein Gitter. Den Abstand zweier benachbarter Spalte bezeichnet man als Gitterkonstante a . Fällt eine ebene Welle

senkrecht auf das Gitter, so wird jeder Einzelspalt mit gleicher Phase erregt. Nach dem Huygensschen Prinzip treten von dort über die Ausbildung von Elementarwellen nach allen Richtungen Wellen aus. Das Beugungsspektrum ergibt sich aus der Überlagerung der Wellen, die in gleicher Richtung von den Spalten ausgehen (**Bild 4**).

Zur Herleitung der Interferenzbedingung betrachtet man ein Wellenbündel unter dem Beugungswinkel α . Im rechtwinkligen Dreieck ist $\Delta L = a \cdot \sin \alpha$. Man beobachtet Intensitätsmaxima, wenn der Gangunterschied benachbarter Teilwellen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge beträgt: $\Delta L = n \cdot \lambda$. Damit ergeben sich Beugungsmaxima

$$a \cdot \sin \alpha = n \cdot \lambda \quad (2)$$

und man erhält die Maxima der mit der Ordnung $n=0 \pm 1, \dots$ in **Bild 4b** dargestellten Intensitätsverteilung. Die gebeugte Intensität nimmt (wie in einem Spalt) mit zunehmender Ordnung nach beiden Seiten hin rasch ab.

Die Lage der Beugungsmaxima ist von der Spaltzahl unabhängig, ihre Intensität und Schärfe wächst mit der Anzahl der Spalte. Weil die gesamte gebeugte durch die einfallende Intensität bestimmt wird, konzentriert eine hohe Spaltzahl die Energie in intensiven und dafür schmalen Interferenzstreifen. Außerhalb der Beugungsmaxima löschen sich die Teilwellen gegenseitig weitgehend aus.

Charakteristische Daten für die Beugung am Mehrfachspalt

	Spaltanzahl	Hauptmaxima bei $\sin \alpha =$	Anzahl der Minima zwischen 2 Hauptmaxima	Anzahl der Nebenmaxima zwischen 2 Hauptmaxima	Intensität $\hat{I}_0^2$ der Hauptmaxima	„Mittlere“ Breite des Hauptmaximums $\Delta \sin \alpha =$
Doppelspalt	2	$k \cdot \lambda/a$	1	0	$4 \hat{I}_0^2$	$\lambda/2a$
Dreifachspalt	3	$k \cdot \lambda/a$	2	1	$9 \hat{I}_0^2$	$\lambda/3a$
Vierfachspalt	4	$k \cdot \lambda/a$	3	2	$16 \hat{I}_0^2$	$\lambda/4a$
N-fachspalt	N	$k \cdot \lambda/a$	N-1	N-2	$N^2 \cdot \hat{I}_0^2$	$\lambda/N \cdot a$

Tabelle 1: Daten für Beugung am Mehrfachspalt

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe: Die Intensitätsverteilung einer Ultraschallwelle lässt sich nach dem Versuchsaufbau (siehe **Bild 5**) untersuchen. Dazu stellt ein Funktionsgenerator ein Rechtecksignal ($f_s=40 \text{ kHz}$) dem Sender bereit. Berechnen Sie die Wellenlänge λ mit der sich die Schallwelle bei Raumtemperatur ($\vartheta_{RT}=23 \pm 1 \text{ °C}$) ausbreitet und auf den Empfänger trifft. Die Schallgeschwindigkeit c_{RT} ergibt sich

$$c_{RT} = \sqrt{\frac{\kappa \cdot R_0 \cdot T_{RT}}{m_{mol}}}.$$

Adiabatexponent: $\kappa=1,4$

Gaskonstante: $R_0=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

Dichte: $\varrho_L=1,29 \text{ kg/m}^3$

Molares Volumen: $V_m=22,414 \text{ dm}^3/\text{mol}$

Spezifische Parameter von Luft

- Legen Sie am X-Y-Schreiber ein Blatt ein.
- Stellen Sie den Schalter auf „**Chart**“.
- Stellen Sie nun den Drehtisch auf Winkel **+45°**.
- Senken Sie den Schreibstift mit „**Pen**“ ab.
- Bewegen Sie den Drehtisch langsam, aber kontinuierlich **von +45° nach -45°**. Die Kurve wird dann aufgezeichnet.
- Heben Sie den Schreibstift an.
- Beschriften Sie die Messkurve.
- Verändern Sie die Spaltbreiten entsprechend der Aufgabenstellung (**b_1 bis b_3**).
- Nehmen Sie die nächsten beiden Kurven auf gleichem Blatt und mit gleicher Geräteeinstellung auf.
- Für die Spaltbreite **b_4** wiederholen Sie die Messung auf einem Extrablatt. Dazu stellen Sie den Drehtisch wieder auf den Winkel **0°** ein.
- Justieren Sie nun den Regler am Empfängerverstärker so, dass am X-Y-Schreiber die maximale Amplitude entsteht.
- Notieren Sie sich die Raumtemperatur und die Messunsicherheit.

Aufgabe 2: Bestimmung der Gitterkonstante a bei unterschiedlichen Spalten gleicher Breite

- Nehmen Sie die Intensitätsverteilung der Ultraschallwelle nach einer variablen Zahl von Spalten gleicher Breite und nach einem Gitter auf.
- Entfernen Sie zuerst die Spaltplatten und legen Sie das Gitter von vorn ein (*Magnetstreifen andrücken*).
- Bewegen Sie etwas den Drehtisch
- Justieren Sie den Regler am Empfängerverstärker so, dass am X-Y-Schreiber die maximale Amplitude entsteht.
- Messung erfolgt analog zur **Aufgabe1**.
- Untersuchen Sie zuerst nur das Gitter.
- Untersuchen Sie die **Spalten 5 bis 1**. Stellen Sie dabei die entsprechenden Spalte durch Abdecken des restlichen Gitters mittels der Spaltplatten ein.
- Ändern Sie während der Messung **nicht** die Verstärkung.
- Verwenden Sie für jede Messung ein neues Blatt.

2.3 Versuchsauswertung

Aufgabe 1: Bestimmung der Spaltbreite b durch Intensitätsverteilungen von Ultraschallwellen

1b) Bestimmung der Spaltbreite durch Wellenlänge λ und Winkel α

- Interpretieren Sie die aufgenommenen Kurven.
- Berechnen Sie die Wellenlänge λ bei Raumtemperatur und die bestimmen Sie die Messunsicherheiten durch eine Fehlerrechnung.
- Ermitteln Sie den Winkel α und die bestimmen Sie die Messunsicherheiten durch eine Fehlerrechnung.

Hinweis:

$2x_{max}$ ist der maximale Abstand der Messkurve zwischen $+45^\circ$ und -45° und entspricht $2\alpha_{max}$.

$2x$ ist der Abstand der Minima bzw. der Maxima der aufgenommenen Messkurve.

- Berechnen Sie die Spaltbreiten b aus den Kurven entsprechend der Gleichung (1) und die Messunsicherheiten durch eine Fehlerrechnung.
- Vergleichen Sie die Spaltbreiten aus der **Aufgabe 1a)** und **1b)**. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 2: Bestimmung der Gitterkonstante a bei unterschiedlichen Spalten gleicher Breite

- Kleben Sie bei der Auswertung die Blätter mittig untereinander.
- Interpretieren Sie die aufgenommenen Kurven.
- Berechnen Sie die Gitterkonstante a aus der aufgenommenen Intensitätsverteilungen nach Gleichung (2) aus den Kurven mit **Gitter, für 5, 4 und 3 Spalte**. Dazu kalibrieren Sie die x-Achsen der aufgenommenen Intensitätsverteilungen (**Gesamtbereich $\Delta\alpha = 2\alpha_{max} = 90^\circ$**).
- Bestimmen Sie die Messunsicherheiten durch eine Fehlerrechnung.
- Vergleichen und diskutieren Sie die Ergebnisse mit den Angaben des Herstellers.