

Im Jahre 1842 machte **Christian Johann Doppler** (1803 – 1853) für auftretende Wellenbewegungen eine Entdeckung von großer Bedeutung. Sie besagt:

Die Schwingungszahl einer Wellenbewegung an einem Beobachtungsort ändert sich, wenn Beobachter (Empfänger) und Sender der Welle gegeneinander bewegt werden.

In diesem Versuch wird ein Ultraschallsender mit einer Geschwindigkeit v_S relativ zu einem ruhenden Mikrofon bewegt. Hierbei wird der Zusammenhang in guter Näherung zwischen Empfängerfrequenz f_E und Sendefrequenz f_S bei besagter Geschwindigkeit v_S untersucht. Daraus ergibt sich folgende Beziehung:

$$f_S = f_E \cdot \left(1 + \frac{v_S}{c}\right) \quad c: \text{Schallgeschwindigkeit} \quad (1)$$

1. Theoretische Grundlagen

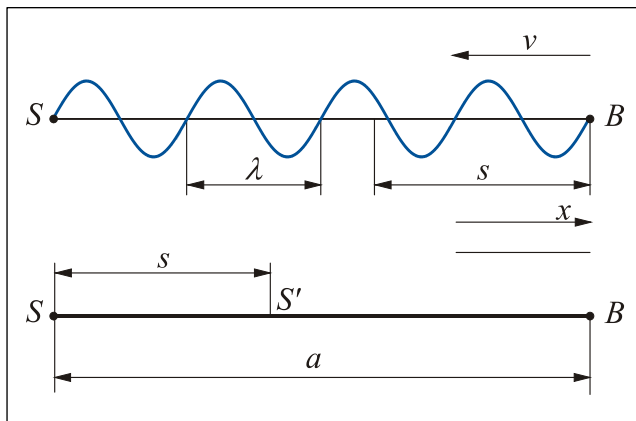


Bild 1: Zur Entstehung des Dopplereffektes

- bei ruhender Schallquelle und bewegtem Beobachter
- bei bewegter Schallquelle und ruhendem Beobachter

Der Vorgang wird am Beispiel einer Schallwelle erläutert. In **Bild 1a** ist der Entstehungsort einer Schallwelle der Frequenz f_S mit **S** und der Ort des Beobachters mit **B** bezeichnet. Der ganze Raum zwischen **B** und **S** ist mit fortschreitenden Wellen erfüllt, die am Ohr des zunächst ruhenden Beobachters vorbeiziehen. Denkt man sich für einen Augenblick die in **Bild 1a** gezeichnete Wellenreihe erstarrt, so wird auch das Ohr des Beobachters nicht mehr von Wellen getroffen. Dies ist aber sofort wieder der Fall, wenn sich der Beobachter in Richtung des Pfeils (*negative x-Richtung*) mit der Geschwindigkeit $v_E = s/t$ auf die Schallquelle zu bewegt. Dann treffen in der Zeit t so viele Wellen auf sein Ohr, wie auf die in dieser Zeit zurückgelegte Strecke s entfallen, nämlich s/λ .

Das entspricht einer Frequenz der Größe $s/\lambda \cdot t$. Mit

$$\lambda = \frac{c}{f_S}$$

wird aus diesem Ausdruck $f_S \cdot v_E/c$. Wird die gedachte Erstarrung des Wellenzuges aufgehoben, tritt zu der Frequenz $f_S \cdot v_E/c$ noch die Sendefrequenz f_S hinzu, so dass für die Gesamtfrequenz f_E , die vom Beobachter wahrgenommen wird, gilt:

$$f_E = f_S \cdot \left(1 + \frac{v_E}{c}\right) \quad (2)$$

Bewegt sich also der Beobachter auf die Schallquelle zu, so nimmt er eine größere Schwingungszahl pro Sekunde wahr, d.h. der Ton der Schallquelle erscheint höher. Entfernt sich umgekehrt der Beobachter von der Schallquelle, so ist in Gleichung (2) die Geschwindigkeit v_E negativ zu nehmen, d.h. der Ton wird tiefer.

Eine ähnliche Überlegung kann man anstellen, wenn der Empfänger in Ruhe bleibt und die Schallquelle sich mit der Geschwindigkeit v_S auf ihn zu bewegt.

Nach **Bild 1b** hat die Schallquelle **S** nach der Zeit t den Ort **S'** erreicht, so dass $v_S = s/t$ ist. Während sie die Strecke s durchläuft, sendet sie $f_S \cdot t$ Wellen aus. Die erste der von **S** zur Zeit $t=0$ ausgehenden Wellen erreicht den Beobachter in **B** zur Zeit

$$t_1 = \frac{a}{c} ,$$

wenn $a = \overline{BS}$ ist. Die nach der Zeit t von **S'** ausgehende Welle erreicht den Ort **B** zur Zeit

$$t_2 = t + \frac{a - s}{c} .$$

Es kommen also die während der Zeit t von der Schallquelle ausgesandten $f_S \cdot t$ Wellen in dem Zeitintervall

$$t_2 - t_1 = t - \frac{s}{c}$$

in **B** an. Das entspricht einer vom Beobachter in **B** wahrgenommenen Frequenz:

$$f_E = \frac{f_S \cdot t}{t - \frac{s}{c}} = \frac{f_S}{1 - \frac{v_S}{c}} \quad (3)$$

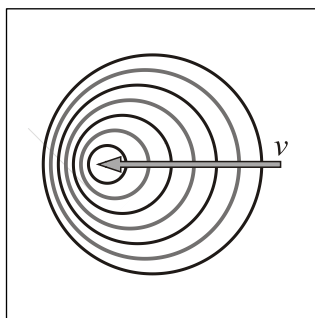


Bild 2: Wellenausbreitung einer nach links bewegten Schallquelle

Ist also die Geschwindigkeit v_S positiv, d. h., nähert sich die Schallquelle mit v_S dem Beobachter, so erhöht sich der Ton, ist aber die Geschwindigkeit v_S negativ, d. h., entfernt sich die Schallquelle vom Beobachter, so ist der Ton tiefer wahrzunehmen.

Man kann ferner beobachten, dass eine schnell herannahende Schallquelle, z.B. ein Flugzeug, erst kurz vor dem Vorbeifliegen hörbar wird. Dagegen ist es noch längere Zeit wahrzunehmen, während es sich entfernt. Die Erklärung dafür gibt **Bild 2**. Darin ist die Ausbreitung von Wellen dargestellt, die von einer nach links bewegten Schallquelle ausgehen. Die vor der Schallquelle zusammengedrängten Wellenflächen erreichen einen links befindlichen Beobachter nur wenig früher als die Schallquelle selbst, während ein Beobachter auf der rechten Seite die Schallquelle auch bei größerer Entfernung noch wahrnimmt.

Entwickelt man für $1/(1 - v/c)$ in eine Reihe

$$\frac{1}{1 - \frac{v}{c}} = \left(1 - \frac{v}{c}\right)^{-1} = 1 + \frac{v}{c} + \left(\frac{v}{c}\right)^2 + \left(\frac{v}{c}\right)^3 + \dots ,$$

und ist $v \ll c$, so kann man die höheren Potenzen von v/c vernachlässigen und die Gleichung (3) geht in Gleichung (2) über.

Schließlich ist noch der Fall möglich, dass sich sowohl Schallquelle als auch Beobachter mit den Geschwindigkeiten v bzw. v' aufeinander zu- bzw. voneinander fortbewegen. Dann erhält man für die vom Beobachter aufgenommene Schwingungszahl die kombinierte Gleichung:

$$f_E = f_S \cdot \frac{1 + \frac{v_E}{c}}{1 - \frac{v_S}{c}} = f_S \cdot \frac{c + v_E}{c - v_S} \quad (4)$$

2. Versuch

2.1 Versuchsvorbereitung

Aufgabe: Berechnen Sie die zu erwartende Frequenzverschiebung für eine Geschwindigkeit von $v = \pm 0,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Hin- und Rückfahrt). Als Sendefrequenz benutzen Sie die Frequenz des Funktionsgenerators aus der Versuchsdurchführung. Verwenden Sie zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit die Gleichung (5). Für die Schallgeschwindigkeit c_0 ergibt sich

$$c_0 = \sqrt{\frac{\kappa \cdot R_0 \cdot T_0}{M_{\text{Luft}}}} \quad (5)$$

Adiabatexponent: $\kappa=1,4$

Gaskonstante: $R_0=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$

Molares Volumen: $V_m=22,414 \text{ dm}^3/\text{mol}$

Dichte: $\rho_L=1,29 \text{ kg/m}^3$

Raumtemperatur: $\vartheta_{RT}=22 \text{ }^\circ\text{C}$

abs. Temperatur bei 0°C : $T_{0^\circ\text{C}}=273,15 \text{ K}$

Isobare Zustandsänderung: $c_p=1,005 \text{ J/(g}\cdot\text{K)}$

Isochore Zustandsänderung: $c_v=0,718 \text{ J/(g}\cdot\text{K)}$

Spezifische Parameter von Luft

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

auf Laufschienen fahrbarer Hochtonlautsprecher, regelbarer Motor, Messmikrofon, zwei Gabellichtschranken, Funktionsgenerator, Digitalzähler

2.2.2 Versuchshinweise

- Untersuchen Sie die Abhängigkeit der Frequenzverschiebung Δf von der Relativgeschwindigkeit v zwischen Quelle und Empfänger.

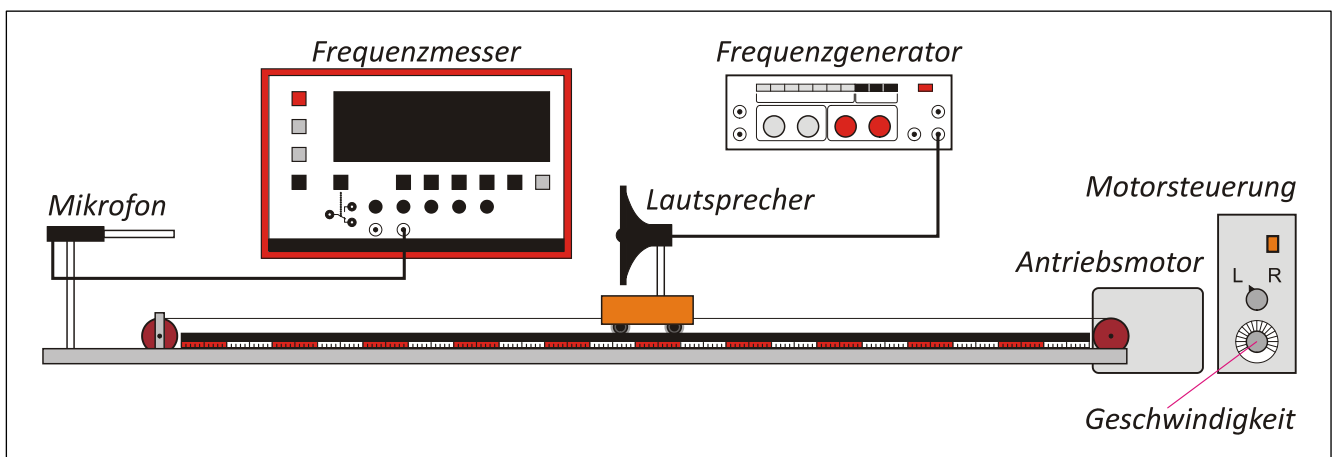


Bild 3: prinzipieller Versuchsaufbau

- Achten Sie darauf, dass Mikrofon und Lautsprecher sich auf einer gemeinsamen Achse befinden (siehe **Bild 3**).
- Stellen Sie die Ruhefrequenz f_S **von 30 kHz** am Funktionsgenerator ein.

Hinweis:

Bedienungshinweise für Mikrofon und Funktionsgenerator sowie den Digitalzähler finden Sie am Praktikumsplatz.

- Die Versuchsdurchführung erfordert einiges Geschick. Üben Sie deshalb vor Beginn der Messung das Fahren mit dem Messwagen.
- Bei der Versuchsdurchführung ist das Anschlusskabel des Lautsprechers mit der Hand mitzuführen!

a) Frequenzmessung (f_S, f_R, f_L)

- Fahren Sie den Wagen an das linke Fahrbahnde vor das Mikrofon. Lesen Sie bei stillstehender Schallquelle die Frequenz f_S am Digitalzähler ab.
- Fahren Sie den Wagen mit konstanter Geschwindigkeit zunächst nach rechts und lesen Sie die Frequenz f_R während der Fahrt ab. Halten Sie den Wagen bei ca. $\frac{3}{4}$ der Strecke an.
- Fahren Sie den Wagen mit konstanter Geschwindigkeit nun nach links und lesen Sie die Frequenz f_L während der Fahrt ab. Halten Sie den Wagen vor dem Mikrofon an.
- Führen Sie diese Messung mit gleicher Geschwindigkeit **5-mal** durch.

b) Geschwindigkeitsmessung (Δt)

- Postieren Sie die Gabellichtschranken zur Geschwindigkeitsmessung so an der Fahrbahn, dass der seitwärts am Wagen angebrachte Zeiger (*kleiner Drahtstift*) die Lichtschranken unterbrechen kann.
- Schalten Sie den Digitalzähler auf Zeitmessung um.
- Fahren Sie den Wagen mit beibehaltener Geschwindigkeit (wie **Aufgabe a**) durch die Gabellichtschranken und lesen Sie die Zeitspanne Δt am Digitalzähler ab.
- Führen Sie diese Messung ebenfalls **5-mal** durch.
- Messen Sie die Weglänge Δs zwischen den Gabellichtschranken.

c) Messwiederholung

- Wiederholen Sie diese Schrittfolge (*analog zu Aufgabe a und b*) für **5 weitere Geschwindigkeitsstufen (zwischen 0,1 und 0,6 m/s)**.
- Nutzen Sie dazu den gekennzeichneten Drehzahlbereich am Schalterpult (*Kennzeichnung ist ein Winkelemesser*).

Achtung:

Vorsicht bei der Bedienung des Antriebsmotors!

- Messen Sie die Raumtemperatur.

2.3 Versuchsauswertung

- Berechnen Sie die Mittelwerte der Frequenzverschiebungen Δf_R und Δf_L (*Hin- und Rückfahrt*) sowie die der Zeitdifferenz Δt und die Messabweichungen aus systematischem und zufälligem Fehler (*Mittelwert, Standardabweichung, t -Verteilung*).
- Gehen Sie dabei tabellarisch vor und fertigen Sie jeweils für ein ausgewähltes Beispiel der Frequenzverschiebungen Δf_R und Δf_L und der Geschwindigkeit v eine Beispielrechnung mit Fehlerrechnung an.
- Stellen Sie die gemessene Abhängigkeit in einem Diagramm der Funktion $\Delta f = f(v)$ graphisch dar (*lineare Regression verwenden*). Dabei sind die Vorzeichen der Geschwindigkeiten zu beachten.
- Tragen Sie in das Diagramm die theoretisch erwartete Kennlinie mit ein (aus der *Vorbetrachtung*).
- Bestimmen und Vergleichen Sie die Anstiege beider Kennlinien unter Verwendung von Anstiegsdreiecken.
- Diskutieren Sie das Ergebnis.

Beachten Sie dabei die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit

$$c_{RT} = c_0 \cdot \sqrt{\frac{T_{RT}}{T_0}} \quad (6)$$

3. Ergänzungen

3.1 Vertiefende Fragen

Bei Schallwellen in einem Gas ist jede Störung eine lokale Druck- und Dichteänderung des Gases. Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen in idealen Gasen ergibt sich

$$c = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{p}{\varrho}} \quad (7)$$

Dabei ist p der Druck des Gases, ϱ die Dichte, c_p und c_v die spezifische Wärme bei konstantem Druck bzw. bei konstantem Volumen V . Da die Dichte ϱ noch vom Druck p abhängt, wird in Gleichung (6) die Zustandsgleichung für 1 Mol eines idealen Gases

$$p \cdot V = R_0 \cdot T \quad (8)$$

R_0 : allgemeine Gaskonstante

T : absolute Temperatur

eingesetzt und man erhält:

$$c = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{R_0 \cdot T_0}{M}} \quad (9)$$

M : Masse eines Gasmols

Die Schallgeschwindigkeit in idealen Gasen ist demnach unabhängig vom Druck und wächst mit der Temperatur.

Aufgabe 1: Weisen Sie anhand einer Berechnung die Gültigkeit von Gleichung (6) und Gleichung (9) durch einen Vergleich der Ergebnisse nach.

Aufgabe 2: Wie ändern sich die Messergebnisse, wenn Mikrofon und Lautsprecher vertauscht werden? Geben Sie, wenn eine Änderung vorhanden ist, diese prozentual an.

3.2 Ergänzende Bemerkungen

Große Bedeutung hat der Dopplereffekt in der Optik und speziell in der Astrophysik erlangt. Betrachtet man einen Stern, der ein Linienspektrum aussendet und dessen Entfernung sich relativ zur Erde nicht ändert, so stimmt die Lage seiner Spektrallinien, die verschiedenen Lichtfrequenzen entsprechen, mit den Linien aus einer irdischen (*ruhenden*) Lichtquelle überein. Bewegt sich dagegen der Stern relativ zur Erde, so muss nach Gleichung (3) eine Veränderung der Schwingungszahl des Lichtes am Beobachtungsort, d.h. eine Verschiebung der Linien im Spektrum eintreten. Nähert sich der Stern, so tritt eine Erhöhung der Schwingungszahl, also eine Verschiebung der Spektrallinien nach dem violetten Ende des Spektrums auf. Umgekehrt lässt eine Verschiebung der Linien nach dem roten Ende auf eine Entfernung der Lichtquelle, also des Sternes schließen. Man hat in der geschilderten Weise in der Tat Stern-geschwindigkeiten zu bestimmen vermocht; für Fixsterne in unserer Milchstraße ergeben sich Geschwindigkeiten von $3\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$.