

Unter Verwendung eines Foucault-Pendels wird die Erddrehung nachgewiesen. Die auftretende Corioliskraft und der Breitengrad des Versuchsortes werden bestimmt.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Corioliskraft

In rotierenden Systemen tritt neben der Zentrifugalkraft noch eine zweite Scheinkraft auf, die nach ihrem Entdecker Gaspard Gustave de Coriolis (1792 – 1843) benannt ist. Wichtig ist die Corioliskraft vor allem in der Meteorologie bei der Entstehung von Windsystemen.

Zur Herleitung: In der Mitte einer Drehscheibe, die sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω dreht (**Bild 1**), befindet sich ein Beobachter. Er schießt eine Kugel mit der Geschwindigkeit v ab. Diese Kugel ist nach dem Abschuss mit der Scheibe durch keinerlei Kräfte verbunden, sondern fliegt frei durch den Raum. Für einen Beobachter außerhalb der Scheibe bewegt sich die Kugel also geradlinig mit der konstanten Geschwindigkeit v nach außen. Nach der Zeit $t = r/v$ ist sie im Abstand r vom Zentrum angelangt. In dieser Zeit hat sich die Scheibe aber um den Winkel $\alpha = \omega \cdot t$ weitergedreht. Daher stellt der Beobachter auf der Scheibe fest, dass sich die Kugel nicht über dem Punkt A seiner Scheibe befindet, sondern über dem Punkt B. Sie ist von der Scheibe aus gesehen um die Strecke $y = r \cdot \alpha$ nach rechts abgelenkt worden, senkrecht zur erwarteten Flugrichtung. Die Strecke über die Flugzeit ausgedrückt ergibt:

$$y = r \cdot \alpha = v \cdot t \cdot \omega \cdot t = v \cdot \omega \cdot t^2.$$

Der Beobachter auf der Scheibe muss diese Ablenkung auf eine Beschleunigung zurückführen, die senkrecht zur Geschwindigkeit wirkt. Der Bewegungsablauf $y \sim t^2$ lässt auf eine konstante Beschleunigung a schließen, denn diese führt zu $y = \frac{1}{2} a \cdot t^2$. Der Vergleich liefert

$$a_c = 2\omega \cdot v \quad \text{Coriolis-Beschleunigung} \quad (1)$$

Dieser Beschleunigung entspricht eine Kraft

$$F_c = m \cdot a = m \cdot 2\omega \cdot v \quad \text{Coriolis-Kraft} \quad (2)$$

Eine solche Kraft spürt der Beobachter auch, wenn er sich selbst oder einen seiner Körperteile mit der Geschwindigkeit v bewegt.

An dem Ergebnis ändert sich nichts, wenn die Bahn der Kugel nicht durch den Mittelpunkt Z der Scheibe geht. Wenn v nicht senkrecht zu Drehachse steht, sondern mit ihr den Winkel α bildet, ist die Coriolis-Beschleunigung

$$\vec{a}_c = 2\vec{v} \times \vec{\omega} \quad a_c = 2v \cdot \omega \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

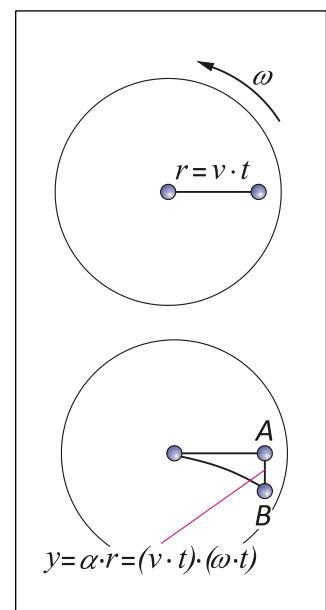


Bild 1: Zur Berechnung der Coriolis-Kraft

1.2 Foucault-Pendel

Jean Bernard Léon Foucault (1819 – 1868) hat Anfang 1851 im Pantheon zu Paris mit einem 67m langen Pendel die Erddrehung einem größeren Zuschauerkreis vorgeführt. Er benutzte bei seinem Versuch die Tatsache, dass sich die Schwingungsebene eines Fadenpendels bei Drehung seines Aufhängepunktes nicht ändert, sofern der Beobachter an der Drehung nicht teilnimmt. Dreht sich dagegen wie beim Foucaultschen Versuch der Beobachter mit, so dreht sich von dessen Standpunkt aus die Schwingungsebene des Pendels. Wenn nämlich die Pendelaufhängung nicht starr, sondern in jeder Richtung frei ist, gibt es im ruhenden System keine Kraft, die das schwingende Pendel aus seiner Bahn ablenkt. Denn die auf den Pendelkörper einwirkende Kraft setzt sich aus der Gewichtskraft und der Fadenspannung zusammen; und diese beiden Kräfte haben keine Komponente quer zur Schwingungsebene.

Ursache der beobachteten Änderung der Schwingungsebene ist die im vorigen Abschnitt behandelte Coriolis-Kraft.

1.3 Messprinzip

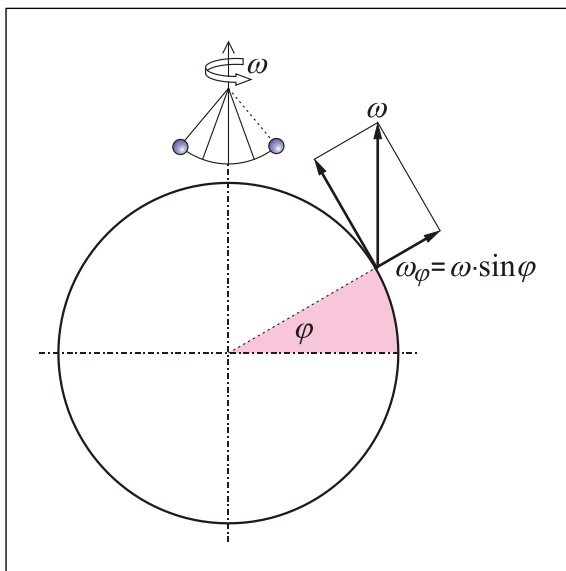


Bild 2: Für die Drehung der Schwingungsebene wirksame Komponente der Winkelgeschwindigkeit ω

Die Winkelgeschwindigkeit für ein auf einem geographischen Pol aufgestelltes Fadenpendel ist für einen nicht an der Erdrotation (mit T_E als Rotationsdauer der Erde) beteiligten Beobachter die gleiche wie für den an der Rotation teilnehmenden Beobachter:

$$\omega = \frac{2\pi}{T_E} \approx \left(\frac{360^\circ}{24h} = \frac{15^\circ}{1h} = \frac{0,25^\circ}{1min} \right) \quad (4)$$

(siehe auch **Abschnitt 3.2**) Befindet sich das Pendel nicht am geographischen Pol, sondern an einem Ort der geographischen Breite φ , so schwingt es als Schwerependel in der Ebene eines Großkreises. In dieser Ebene wirkt von der Rotationsgeschwindigkeit ω der Erde die Komponente

$$\omega_\varphi = \omega \cdot \sin \varphi \quad (5)$$

Die durch den Großkreis festgelegte Schwingungsebene des Pendels dreht sich daher an diesem Ort mit der Winkelgeschwindigkeit ω_φ .

Über diese Drehung der Schwingungsebene eines Fadenpendels wird die Erdrotation nachgewiesen. Wenn die Winkelgeschwindigkeit ω bekannt ist, kann aus der Messung von ω_φ der Breitengrad des Versuchsortes ermittelt werden.

Hat das Pendel die Amplitude A , so verschiebt sich der Umkehrpunkt P_1 des Pendels bei n Vollschnungen um l nach P_2 (**Bild 3**). n wird klein gewählt, so dass für l statt des Bogens die gerade Verbindung zwischen P_1 und P_2 genommen werden kann.

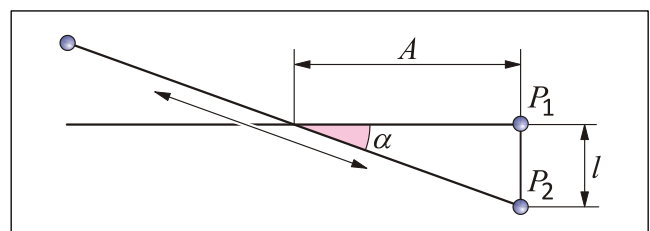


Bild 3: Verschiebung des Umkehrpunktes

$$l = A \cdot \alpha \quad (6)$$

Die Zeit für diese Drehung ist

$$T_n = n \cdot T \quad (7)$$

wenn T die Dauer einer Vollschrwingung ist. Damit ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit der Drehung zu

$$\omega_\varphi = \frac{\alpha}{n \cdot T} = \frac{l}{A \cdot n \cdot T} \quad (8)$$

Der Umkehrpunkt des Pendelfadens wird mit Hilfe einer Halogenleuchte P projiziert und so die kleine Länge l messbar gemacht. Wenn β der Vergrößerungsfaktor der Projektion ist (**Bild 4**), dann ergibt sich:

$$L = \beta \cdot l \quad (9)$$

(L : gemessene Länge in der Projektion)

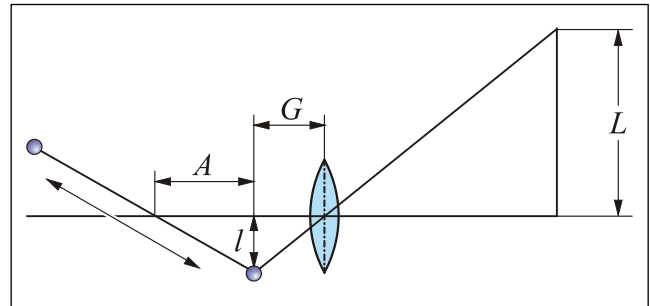


Bild 4: Verschiebung des Umkehrpunktes in der Projektion

Für die Winkelgeschwindigkeit des Labors gegen die räumlich konstante Schwingungsebene des Pendels ergibt sich:

$$\omega_\varphi = \frac{L}{A \cdot n \cdot T \cdot \beta} \quad (10)$$

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe 1: Leiten Sie die Schwingungsgleichung eines mathematischen Pendels (*Fadenpendels*) her und fertigen Sie dazu eine Skizze mit den auftretenden Kräften am Fadenpendel an.

Aufgabe 2: In welcher Weise ändert sich die Schwingungsdauer T eines Pendels, wenn die Auslenkung über 10° erhöht wird?

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Stahlkugel, (Masse der Kugel $m = (840 \pm 5) \text{ g}$), Halogenleuchte, Stromversorgungsgerät, Haltemagnet Linse $f = 50 \text{ mm}$, Stoppuhr, Projektionsfläche

2.2.2 Versuchshinweise

Aufgabe 1: Bestimmung der Pendellänge l aus der Schwingungsdauer T

- Ermitteln Sie die Schwingungsdauer T aus **5 Versuchsreihen** (mindestens **20 Schwingungen**).
- Bestimmen Sie den Abstand zwischen Mittellinie der Kugel und dem Boden h_b (geg.: Raumhöhe h und Abstand zwischen Decke und Pendelaufhängung h_a). Ermitteln Sie daraus die Pendellänge l .

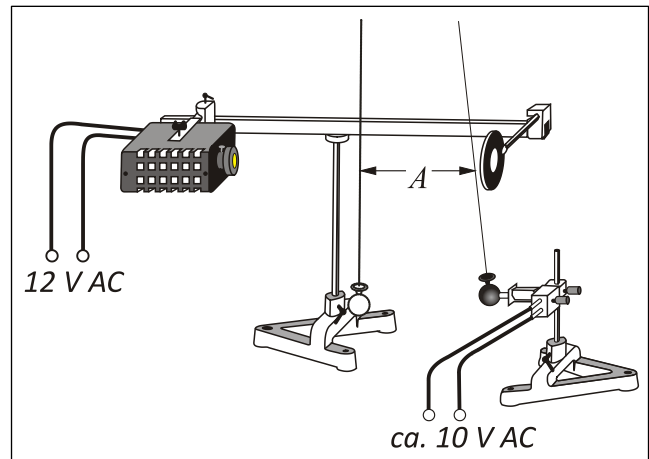
$$h = h_a + l + h_b$$

Aufgabe 2: Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit ω_φ für den Messort**Hinweise:**

*Luftzug während der gesamten Versuchsdauer unbedingt vermeiden!
Der Ring, an dem das Pendel hängt, darf den Aufhängehaken nicht berühren!*

Einstellen der Amplitude A

- Richten Sie das Pendel so aus, dass es ruhig hängt.
- Überprüfen Sie, ob sich der Pendelfaden in der Mitte der optischen Bank bzw. in der Mitte der Sichtachse befindet. Sollte dies nicht sein, verschieben Sie den Rolltisch vorsichtig.
- Stellen Sie die Abbildungslinse $f=50\text{ mm}$ mit Hilfe der Kreuzmuffe so ein, dass der Pendelfaden auf der Projektionsfläche scharf abgebildet wird. Notieren Sie sich die Position der Abbildungslinse auf der optischen Bank.
- Damit ausreichend Licht für die Abbildung des Fadens auf der Projektionsfläche zur Verfügung steht, muss sich die Leuchtwendel durch Verschieben des Lampeneinsatzes auf der Mitte der Abbildungslinse zeigen (evtl. Papier anhalten).
- Verschieben Sie nun die Abbildungslinse ans Ende der optischen Bank in Richtung der Projektionsfläche.
- Lenken Sie den Pendelfaden mit Hilfe der Stahlkugel so weit aus, dass diese durch den eingeschalteten Elektromagneten gerade noch gehalten wird.
- Stellen Sie die Abbildungslinse mit Hilfe der Kreuzmuffe wieder so ein, dass der Pendelfaden an der Projektionsfläche scharf abgebildet wird. Notieren Sie sich erneut die Position der Abbildungslinse. (Differenz aus beiden ist die Amplitude A)

**Bild 5:** Versuchsaufbau**Durchführung der Messung**

- Schieben Sie die Abbildungslinse mit Hilfe der Kreuzmuffe **ca. 1 cm** wieder zurück in Richtung Halogenleuchte, so dass das Fadenbild gerade noch zu erkennen ist. Das ist nötig, damit Sie bei der dreißigsten Schwingung noch das Fadenbild erkennen können.
- Markieren Sie die Null-Position des Pendelfadens auf der Projektionsfläche.
- Starten Sie die Pendelschwingung durch Abschalten des Elektromagneten.
- Zählen Sie die Anzahl der Schwingungen mit.
- Markieren Sie die Fadenposition auf der Projektionsfläche **nach 5 bis 30 Schwingungen in Schrittwerten von 5 Schwingungen** (Auswertung nach Beendigung des Versuches)
- Nehmen Sie zur Bestimmung der Projektionslänge **L 3 Versuchsreihen** auf!

Bestimmung des Vergrößerungsfaktors β

- Bringen Sie den Abbildungsmaßstab mit Hilfe der Kreuzmuffe an der optischen Bank an.
- Verschieben Sie diesen in die Brennebene der Abbildungslinse, so dass die Skale auf der Projektionsfläche scharf abgebildet wird.
- Messen Sie nun das Projektionsbild B der Skale G (1/10mm Teilung) aus.
- Bestimmen Sie daraus den Vergrößerungsmaßstab β .

$$\beta = \frac{B}{G}$$

- Bauen Sie den Abbildungsmaßstab wieder ab.

Anmerkung:

Die kleine Stahlkugel zwischen Pendelkugel und Haltemagnet soll ein Abrollen und damit eine Seitwärtsauslenkung des Pendels bei der Auslösung verhindern.

2.3 Versuchsauswertung**Aufgabe 1:** : Bestimmung der Pendellänge l aus der Schwingungsdauer T

- Berechnen Sie die theoretische Schwingungsdauer T aus den Kenndaten des Fadenpendels.
- Bestimmen Sie die mittlere Schwingungsdauer T und die Messunsicherheit durch eine Fehlerrechnung aus der Summe des systematischen und des zufälligen Fehlers (*Mittelwert, Standardabweichung, t-Verteilung*).
- Berechnen Sie die theoretische Pendellänge l aus den gemessenen Werten der Schwingungsdauer T .
- Vergleichen und diskutieren Sie die berechneten mit den gemessenen Werten der Pendellänge l und der Schwingungsdauer T .

Aufgabe 2: Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit ω_φ für den Messort

- Stellen Sie den Abstand des Umkehrpunktes L zur der Anzahl der Schwingungen n in je einem Diagramm der Funktion $L = f(n)$ graphisch dar.
- Bestimmen Sie die Anstiege unter Verwendung von Anstiegsdreiecken und ermitteln Sie die maximal relativen Messunsicherheiten unter Verwendung von festzulegenden Fehlerbalken.
- Berechnen Sie die gewichteten Mittelwerte der ermittelten Anstiege.
- Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit ω_φ entsprechend der Gleichung (10) und bestimmen Sie die Messunsicherheiten durch eine Fehlerrechnung (*absolut und relativ*). Verwenden Sie dazu die berechnete Schwingungsdauer T von **Aufgabe 1**.

Aufgabe 3: Berechnung von Breitengrad und Corioliskraft

- Verwenden Sie bei der Berechnung des Breitengrades von Senftenberg als Versuchsort die Gleichungen (4) und (5).
- Geben Sie die Messunsicherheit durch eine Fehlerrechnung für den bestimmten Breitengrad an.
- Gegeben ist die Dauer eines Sternentages („tatsächliche“ Rotationsdauer der Erde $T_E = 86164$ s). Vergleichen Sie das Ergebnis einschließlich der bestimmten Messunsicherheit mit dem Tabellenwert für Senftenberg: $\Phi = 51^\circ 31' 20''$.

- Berechnen Sie die Corioliskraft für den Nulldurchgang des Pendels. Dabei nehmen Sie eine Auslenkung von $\Delta\varphi = 10^\circ$ an.

3. Ergänzung

3.1 Ergänzende Bemerkungen

Dieses Experiment wurde bereits 1661 von Vincenzo Viviani (1622 - 1703) in Florenz und 1833 von Bartholini in Rimini beschrieben.

Beide Versuche waren Foucault unbekannt, als er 1850 in der Pariser Sternwarte und 1851 sehr eindrucksvoll im Pantheon in Paris das nach ihm benannte Experiment durchführte. Er benutzte eine ca. 30 kg schwere Kupferkugel an einem 67 Meter langen Faden.

3.2 Vertiefende Fragen

Aufgabe 1: Bei der Zerlegung der Winkelgeschwindigkeit ergibt sich neben der bisher betrachteten Komponente $\omega_\varphi = \omega \cdot \sin \varphi$ eine weitere. Erläutern Sie deren Bedeutung und Auswirkung.

Aufgabe 2: Worin besteht der Unterschied zwischen einem „*Sonnentag*“ und einem „*Sterntag*“? Weshalb wird bei der Angabe der Winkelgeschwindigkeit der Erde (*Gleichung (4)*) der „*Sterntag*“ verwendet?

Aufgabe 3: Geben Sie die Schwingungsdauer des Pendels im Originalexperiment von Foucault an!

Aufgabe 4: Warum verwendet man beim Foucaultschen Pendelversuch einen schweren Aufhängkörper an einem sehr langen Pendelfaden?

Aufgabe 5: Die Ausdehnung der Stadt Senftenberg beträgt rund **4 km**. Auf wie viel Bogensekunden ($1''$) ist die Angabe der Breite $\Phi = 51^\circ 31' 20''$ nur sinnvoll, wenn die Lage des Messortes innerhalb der Stadt nicht weiter spezifiziert wird?