

Die Halbleiterphysik und damit verbundene Begriffe sollen anhand von Halleffekt- und Leitfähigkeitsmessung in Abhängigkeit von der Temperatur verdeutlicht werden.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Bändermodell

Sehr reine, undotierte Halbleiter verhalten sich bei sehr tiefen Temperaturen wie Isolatoren. Im Kristallgitter (*Diamantstruktur*) eines Elementhalbleiters wie Silizium (Si) oder Germanium (Ge) bilden alle Valenzelektronen (*vier pro Atom*) kovalente Elektronenpaarbindungen zwischen den 4-wertigen Atomen.

Bei zunehmender Temperatur treten Gitterschwingungen auf. Die Schwingungsenergie beträgt $\frac{2}{3}k \cdot T$ pro Atom und ist statistisch über die Atome verteilt. So wird bei einigen Atomen die Schwingungsenergie so groß, dass dort die Bindungen zu den Nachbaratomen aufbrechen.

Das vorher eine Valenzbindung ausübende Elektron ist damit quasifrei geworden und kann sich im Kristall bewegen, es kann einem elektrischen Feld folgen und dabei einen Stromfluss bewirken. Das undotierte Halbleitermaterial wird somit bei zunehmender Temperatur mehr und mehr leitfähig, es ist eigenleitend.

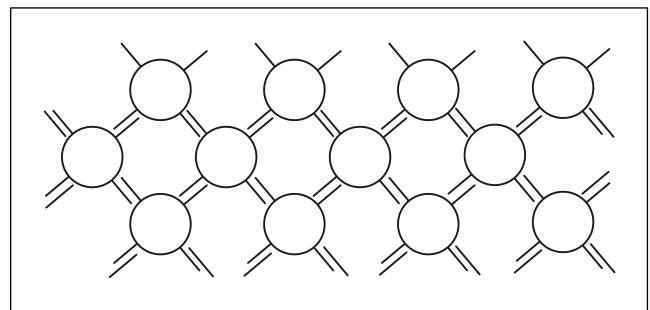
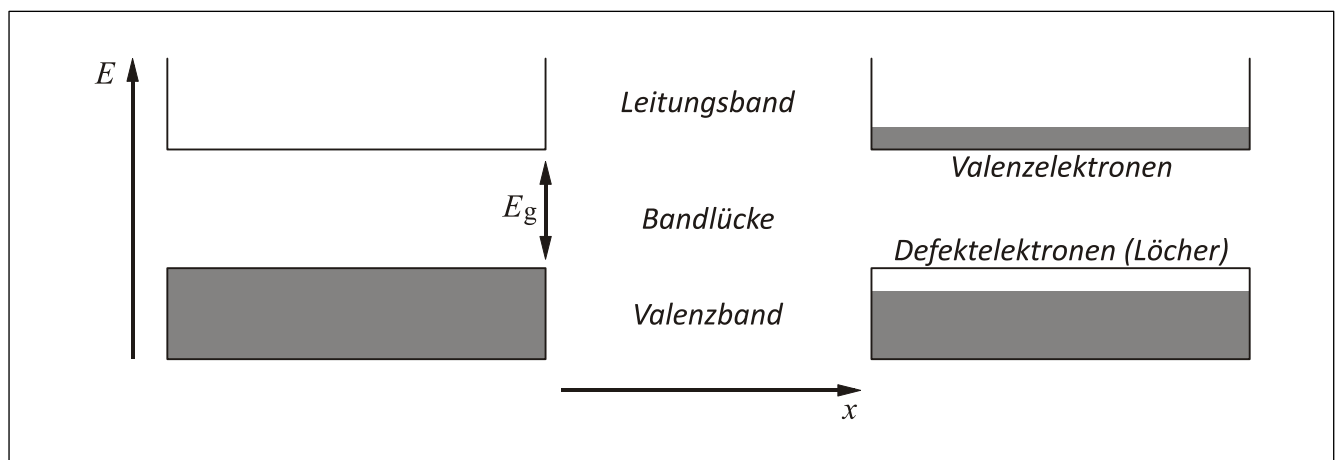


Bild 1: Darstellung kovalenter Elektronenpaarbindungen

Im Energiebänderschema oder Bändermodell der Halbleiterphysik werden die Elektronen nach ihrer Energie klassifiziert. Elektronen in Valenzbindungen besetzen das energetisch tiefere Valenzband. Die quasifreien Elektronen, die nicht mehr an der Bindung teilhaben, besetzen Zustände im energetisch höher liegenden Leitungsband.



a) bei sehr tiefer Temperatur

b) bei höherer Temperatur

Bild 2: Elektronenenergie im Halbleiter

Hinweis:

In der Quantenmechanik wird gezeigt, dass wegen des Pauli-Prinzips die im Einzelatom scharfen Energiezustände aufsplitten müssen; die Kristallelektronen besetzen daher gewisse Energiebereiche, sog. Energiebänder, die voneinander durch eine „verbotene Zone“, den Bandabstand oder die sogenannte Gap-Energie E_g , getrennt sind.

In dieser Bandlücke, auch „verbotenes Band“ genannt, gibt es keine von Elektronen besetzbaren Energiezustände. Die Wahrscheinlichkeit zur thermischen Anregung und damit die Konzentration n quasi freier Elektronen im Leitungsband wird beschrieben durch eine exponentielle Funktion

$$n(T) = n_0 \cdot e^{-\frac{E_g}{2k \cdot T}} \quad (1)$$

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$: Boltzmann-Konstante

T : absolute Temperatur

Für einen praktisch anwendbaren Transistor oder integrierten Schaltkreis darf sich das elektrische Verhalten nur wenig mit der Temperatur ändern. Die Verwendung von eigenleitendem Halbleitermaterial, dessen Elektronenkonzentration bzw. Widerstand exponentiell temperaturabhängig ist, kommt dafür nicht in Frage. Man verwendet deshalb für solche Zwecke dotiertes Halbleitermaterial. In das hochreine Grundmaterial wird durch Dotieren eine bestimmte Konzentration von 3- oder 5-wertigen Fremdatomen (*Störstellen*) eingebaut. Dadurch sind im dotierten Halbleiterkristall zusätzlich zu den Valenzelektronen überschüssige bzw. fehlende Elektronen, so genannte Defektelektronen oder Löcher, vorhanden, die zum Stromtransport zur Verfügung stehen.

Der Temperaturgang der Elektronenkonzentration wird im undotierten, eigenleitenden Zustand durch die Exponentialfunktion der Gleichung (1) beschrieben:

$$n \sim e^{-\frac{E_g}{2k \cdot T}}$$

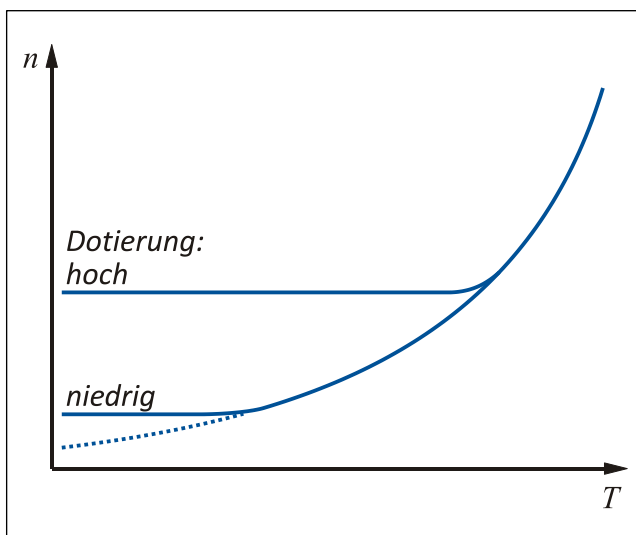


Bild 3: Schematische Darstellung des Temperaturverlaufs

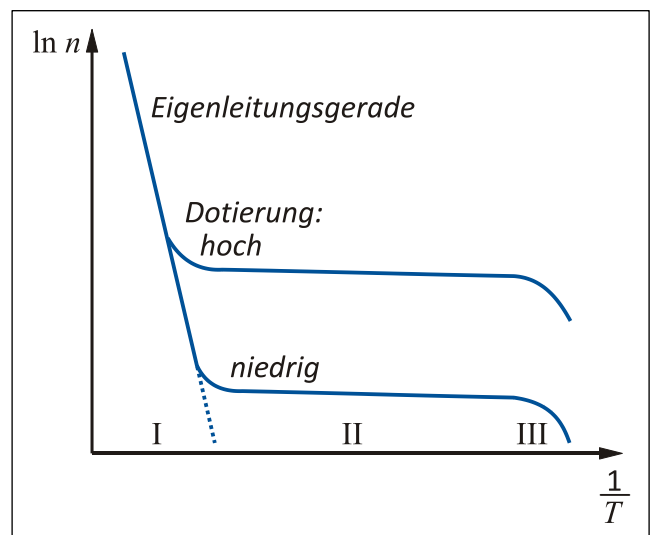


Bild 4: Schematische Darstellung des Temperaturverlaufs $\ln(n) = f(T^{-1})$

Im dotierten Zustand ist die Elektronenkonzentration n bzw. die Löcherkonzentration p praktisch konstant, weil die Dotierungskonzentration meist um mehr als vier Größenordnungen höher liegt als die Ladungsträgerkonzentration bei Zimmertemperatur infolge der Eigenleitung.

Wird der Halbleiter jedoch stark erwärmt, so werden zunehmend Ladungsträger ins Leitungsband angeregt, bis schließlich die thermisch bedingte Konzentration die Dotierungskonzentration wieder überwiegt: die horizontale Gerade für n mündet in den exponentiellen Verlauf der Eigenleitung (**Bild 3**).

Meist wird der Temperaturgang nicht als $n(T)$, sondern in der Form $\ln(n)$ in Abhängigkeit von T^{-1} aufgetragen (**Bild 4**). Dabei erscheint der exponentielle Verlauf bei Eigenleitung (*Bereich I*) als fallende Gerade, deren Steigung durch $E_g/2k$ bestimmt ist. Bei Störstellenleitung (*Bereich II*) gilt $n = \text{konst.}$; bei sehr tiefer Temperatur (*Bereich III*) ist die thermische Energie so gering, dass die zusätzlichen Elektronen von den Störstellenatomen eingefangen werden.

Der Temperaturgang der spezifischen Leitfähigkeit $\kappa(T)$ verläuft sehr ähnlich zu $n(T)$. Es überlagert sich nur der schwache Temperaturgang der Beweglichkeit, die mit zunehmender Temperatur abnimmt. Im Eigenleitungsbereich I überwiegt jedoch das exponentielle Anwachsen der Elektronenkonzentration den Einfluss der Beweglichkeit.

1.2 Hall-Effektes (Edwin Herbert Hall 1879)

Wird entsprechend **Bild 5** eine dünne Metallplatte P von einem gleichmäßig über ihren Querschnitt verteilten Strom I durchflossen, so ist zwischen den zwei Punkten V (vorn) und H (hinten), die am Rande der Platte zu beiden Seiten gleich weit von der Stromzuleitung entfernt liegen, keine Potentialdifferenz vorhanden.

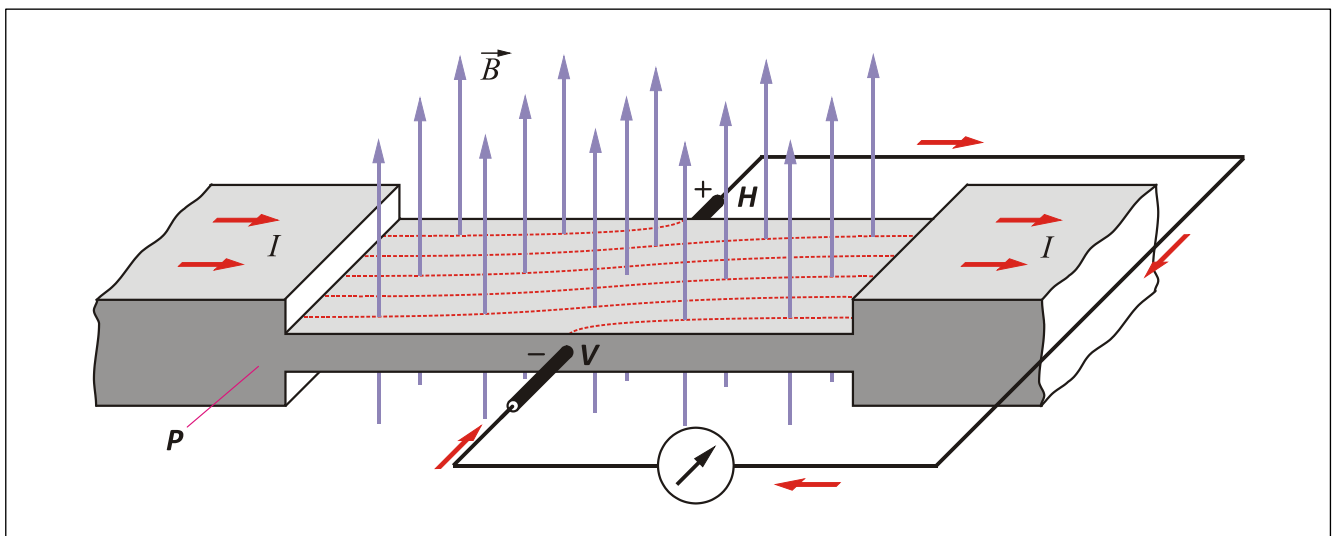


Bild 5: Hall-Effekt

Wirkt aber senkrecht zur Metallplatte ein Magnetfeld vom Betrag B , so tritt zwischen den Punkten V und H eine Spannung auf, und es fließt durch ein an diese Punkte angeschlossenes Galvanometer ein Strom. Die Ursache hierfür liegt in der Verbiegung der ursprünglich parallelen Elektronenbahnen in der Metallplatte P durch das Magnetfeld. Die Äquipotentialflächen erfahren dadurch eine Drehung gegen ihre ursprüngliche Lage. Für die **Hall-Spannung** U_H zwischen den Punkten V und H , die ursprünglich das gleiche Potential hatten, ergibt sich experimentell die Gleichung

$$U_H = R_H \cdot \frac{B \cdot I}{d_p} \quad (1)$$

Der Proportionalitätsfaktor R_H mit der Einheit $\text{cm}^3 \cdot \text{C}^{-1}$ wird als **Hall-Koeffizient** bezeichnet; B ist die magnetische Flussdichte und d_p die Dicke der Platte.

Der Hall-Koeffizient R_H kann nach Auswertung eines Experimentes positiv oder negativ sein. Danach unterscheidet man **positiven und negativen Hall-Effekt**.

1.3 Theoretische Überlegungen zur Herleitung von Gleichung (2)

Die Stromdichte J in Längsrichtung zur Metallplatte P ist:

$$J = \frac{I}{d_p \cdot b_p} = n \cdot e \cdot v_{el}, \quad b_p = \text{Probenbreite}; d_p = \text{Probendicke}$$

wenn n die Anzahl der Elektronen je Volumen, e die Ladung des Elektrons und v_{el} die (*gerichtete*) Geschwindigkeit eines Elektrons bedeuten. Es ist also

$$v_{el} = \frac{J}{n \cdot e} . \quad (3)$$

Auf die Ladungsträger, wirkt dann die **Lorentzkraft** F_L , wenn die Ladungsträger senkrecht zum Magnetfeld $\vec{B}$ und senkrecht zur Bewegungsrichtung ablenkt werden. In diesem Fall lautet der Betrag der Lorentzkraft:

$$F_L = e \cdot B \cdot v_{el} .$$

Sie bewirkt solange eine Querverschiebung der Elektronen, bis über die Coulomb-Kraft

$$F_C = e \cdot E_{tr} = e \cdot \frac{U}{b_p}$$

mit dem elektrischen Transversalfeld E_{tr} ein Gleichgewicht entsteht. Dann gilt

$$F_C = F_L$$

$$e \cdot \frac{U_H}{b_p} = e \cdot B \cdot v_{el} ,$$

woraus unter Benutzung von Gleichung (3) die gesuchte Gleichung für den Hall-Effekt folgt:

$$U_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot J \cdot B \cdot b = R_H \cdot \frac{B \cdot I}{d_p} .$$

Der Hall-Koeffizient selbst ist durch die folgende Beziehung gegeben:

$$R_H = \frac{1}{n \cdot e} . \quad (4)$$

Wird anstelle von v_{el} in Gleichung (3) die Elektronenbeweglichkeit

$$\mu = \frac{v_{el}}{|\vec{E}|}$$

eingeführt und beachtet, dass allgemein

$$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E} \quad \kappa: \text{elektrische Leitfähigkeit, } \kappa = 1/\varrho \text{ mit } \varrho: \text{spezifischer Widerstand}$$

ist, so folgt weiter mit Rücksicht auf das Vorzeichen von e

$$-\frac{1}{n \cdot e} = \frac{\mu}{\kappa} = \varrho \cdot \mu. \quad (5)$$

Damit ergibt sich für den Hall-Koeffizienten die weitere Beziehung

$$R_H = -\varrho \cdot \mu = -\frac{\mu}{\kappa} \quad (6)$$

Bei der in einer Halbleiterprobe möglichen Elektronen- (n) und Löcherleitung (p) ergibt sich unter den Voraussetzungen eines vereinfachten klassischen Modells zur Bewegung von Ladungsträgern die Beziehung

$$R_H = \frac{1}{e} \cdot \left(\frac{\kappa_p^2}{n_p \cdot \kappa^2} - \frac{\kappa_n^2}{n_n \cdot \kappa^2} \right) \quad (7)$$

wobei n_p bzw. n_n die Löcher bzw. die Elektronenkonzentrationen sind. In Gleichung (7) ist berücksichtigt, dass sich die Leitfähigkeit κ der Probe aus der Elektronenleitfähigkeit κ_n und der Löcherleitfähigkeit κ_p additiv zusammensetzt. Im Fall einer Überschussleitung mit $n_p \gg n_n$ und daraus folgend $\kappa \approx \kappa_p$ erhält man als Hall-Konstante für die Löcherleitung

$$R_H = \frac{1}{n_p \cdot e} = \frac{\mu_p}{\kappa} \quad (8)$$

und mit $n_p \ll n_n$ ($\kappa \approx \kappa_n$) für die Elektronenleitung

$$R_H = \frac{1}{n_n \cdot e} = \frac{\mu_n}{\kappa} \quad (9)$$

Dabei sind $\mu_{p,n}$ die Löcher- bzw. die Elektronenbeweglichkeit. Aus der Größe und dem Vorzeichen von R_H lassen sich damit der Leitungstyp und die Ladungsträgerdichte sowie die Beweglichkeit der Ladungsträger bestimmen.

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe 1: Was verstehen Sie unter Elektronen- bzw. Löcherleitung?

Aufgabe 2: Eine **p-Germanium-Probe** wird bei konstantem Probenstrom von $I_p = 30 \text{ mA}$ auf eine Temperatur von $\vartheta_{max} = 120 \text{ °C}$ erwärmt. Die Probenspannung U_p wird dann während der Abkühlungsphase alle 10 K gemessen.

Ermitteln Sie durch Bestimmen des Anstieges die Steigung aus dem funktionellen Zusammenhang $U_p^{-1} = f(T^{-1})$ und berechnen Sie daraus den Bandabstand (Gap-Energie) E_g .

Temperatur ϑ in °C	120	110	100	90	80
Probenspannung U_p in V	0,40	0,52	0,67	0,90	1,20

(Boltzmann-Konstante: $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$; Elementarladung: $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Die Germanium-Proben mit den Abmessungen ($l \times b \times d$) ($20 \times 10 \times 1$) mm sind auf Platinen befestigt, die auch die benötigten Kontakte aufweisen. Auf der Rückseite der Platten befinden sich jeweils die Heizwendeln. Ein Kupfer-Konstantan-Thermoelement liefert eine Thermospannung, die in einem anzuschließenden Messgerät verstärkt und angezeigt wird (*angezeigte Einheit*: °C).

Weitere benötigte Geräte: Universal Netzgerät (*Spulen*: (0...18)V DC; (0...5)A DC; *Modul*: 12 V AC), 3 Vielfachmessgeräte

2.2.2 Versuchshinweise

Aufgabe 1: Untersuchung von Hall- und Probenspannung einer **p-Germanium-Probe** bei konstanter Temperatur und konstantem Strom in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld

- Überprüfen Sie die Anschlüsse für die Messung der Hall- bzw. der Probenspannung, sowie für die Messung des Spulenstromes.
- Zwischen den Polschuhen befindet sich die Sonde des Teslameters zur Messung der magnetischen Flussdichte B . Schalten Sie die Betriebsspannung für das Messmodul ein und überprüfen Sie die Messbereichseinstellungen der angeschlossenen Multimeter.
- Stellen Sie die Betriebsspannung der Spulen **auf $U_{Sp}=5$ V** ein.
- Stellen Sie am Messmodul einen Probenstrom **von $I_P=30$ mA** ein und kompensieren Sie zu Beginn mit Hilfe des Stellreglers „ U_H comp.“ die Hallspannung auf $U_H=0$ mV.
- Mit dem Stromregler am Netzgerät kann der Spulenstrom durch den Transformator und somit die magnetische Flussdichte B geregelt werden. Erhöhen Sie bei der Messung die magnetische Flussdichte von (0 – 300)mT in **25mT-Schritten** und messen Sie dabei jeweils die Hallspannung U_H , die Probenspannung U_P und den Spulenstrom I_{Sp} .

Aufgabe 2: Untersuchung der Probenspannung U (bei $B=0$) einer **p-Germanium-Probe** bei konstantem Strom in Abhängigkeit von der Temperatur.

- Nehmen Sie vorsichtig die Hall-Sonde des Teslameters aus dem Polspalt heraus und entfernen Sie die aufgesetzten Polschuhe.
 - Stellen Sie einen Probenstrom von **$I_P=30$ mA** ein.
 - Schalten Sie die Displayanzeige auf Temperaturmessung durch Betätigung des Tasters am Messmodul ein.
 - Schalten Sie nun den Heizstrom an der Rückseite des Messmoduls ein.
 - Die Erwärmung der Probe erfolgt durch eine in die Platine integrierte Heizung. Diese Heizung schalten Sie **kurz** vor Erreichen des Maximalwertes von $\vartheta_{max}=170$ °C ab.
 - Lesen Sie die Probenspannung U_P während der Abkühlungsphase alle **10 K** ab.
- Bauen Sie den Versuch mit Hilfe des Laborpersonals um und wiederholen Sie die **Aufgaben 1** und **2** mit einer **n-Germanium-Probe**.

2.3 Versuchsauswertung

Aufgabe 1: Untersuchung von Hall- und Probenspannung einer **p-Ge-Probe** (bzw. **n-Ge-Probe**) bei konstanter Temperatur und konstantem Probenstrom in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld

- Stellen Sie in einem Diagramm die Funktion $B = f(I)$ graphisch dar und tragen Sie die Regressionsgeraden und die Fehlerbalken ein.
- Stellen Sie in einem weiteren Diagramm die Funktion $U_H = f(B)$ graphisch dar (bei **n-Ge-Probe** $|U_H|$ verwenden) und berechnen Sie über den Anstieg der Regressionsgeraden die Hall-Konstante. Verwenden Sie dazu die bekannten Werte der Probendicke d und des konstanten Probenstromes I_p . Tragen Sie die Fehlerbalken in das Diagramm mit ein.
- Berechnen Sie die Ladungsträgerdichte n_p der Löcher.
- Bestimmen Sie die Leitfähigkeit σ_p und die Beweglichkeit μ_p der Löcher.

Die Leitfähigkeit σ der Probe wird aus den Produkten der Verhältnisse des Probenstromes I_p und der gemessenen Werte der Probenspannung U_p (bei $B=0$) sowie dem Verhältnis der Länge l und der Querschnittsfläche A bestimmt. Es gilt:

$$\sigma = \frac{I_p}{U_{p(B=0)}} \cdot \frac{l}{A} = \frac{1}{R_0} \cdot \frac{l}{A} \quad (10)$$

- Stellen Sie in einem Diagramm die Probenspannung U_p zur magnetischen Flussdichte B als Funktion $U_p = f(B)$ graphisch dar und tragen Sie die Regressionsgeraden ein.
- Zur erweiterten Behandlung stellen Sie die Änderung des relativen Probenwiderstandes ($R_{rel} = (R - R_0)/R_0$) in Abhängigkeit der Magnetflussdichte B als Funktion $R_{rel} = f(B)$ graphisch dar und diskutieren Sie das Ergebnis.
- Schätzen Sie die auftretenden Messunsicherheiten unter Verwendung der erstellten Diagramme quantitativ ab und diskutieren Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 2: Untersuchung der Probenspannung U_p (bei $B=0$) einer **p-Germanium-Probe** bei konstantem Strom in Abhängigkeit von der Temperatur.

- Stellen Sie in einem Diagramm auf halblogarithmischem Papier die Funktion $U_p^{-1} = f(T^{-1})$ graphisch dar (logarithmisch U^{-1} , linear T^{-1}).
- Zeichnen Sie den eigenleitenden Zustand (linearer Bereich) in das Diagramm ein.
- Bestimmen Sie die Steigung dieser Ausgleichsgerade und ermitteln Sie daraus den Bandabstand (Gap-Energie) E_g .

Verwenden Sie dazu den Zusammenhang

$$\kappa = q \cdot n \cdot \mu \quad \text{mit } \mu \approx \text{konst. und}$$

$$n(T) = n_0 \cdot e^{-\frac{E_g}{2k \cdot T}}.$$

Es ergibt sich daraus die Gleichung

$$\sigma(T) = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E_g}{2k \cdot T}}.$$

Gekoppelt mit

$$\sigma(T) = \frac{I}{U} \cdot \frac{l}{A} = \frac{1}{R} \cdot \frac{l}{A}$$

erhält man

$$\frac{1}{U(T)} = \frac{1}{U_0} \cdot e^{-\frac{E_g}{2k \cdot T}}.$$

- Rechnen Sie das Ergebnis in die übliche Energieeinheit eV um und vergleichen Sie es mit dem Tabellenwert ($E_g=0,66$ eV).
- Schätzen Sie die auftretenden Messunsicherheiten unter Verwendung des erstellten Diagrammes quantitativ ab und diskutieren Sie die Ergebnisse.
- Untersuchen Sie die **n-Germanium-Probe**, in dem Sie die **Aufgaben 1** und **2** wiederholen.
- Vergleichen Sie die Ergebnisse beider Proben miteinander.
- Bestimmen Sie dabei die Differenz aus Löcher n_p und Elektronenkonzentration n_n . Was schlussfolgern Sie daraus?