

## 13 Kräfte auf Behälterwände

Über den hydrostatischen Druck übt eine schwere Flüssigkeit Normalkräfte auf Behälterwände oder Berandungen wie Staumauern, Deckel und Klappen aus, die sich zu einem resultierenden Kraftwinder, d.h. einer resultierenden Kraft und einem resultierenden Moment, zusammenfassen lassen. Die Berechnung dieser Wirkung erfolgt durch Integration des Differenzdrucks zwischen Innen- und Außenseite über die entsprechenden Flächen oder Teilflächen. Wirkt der Luftdruck gleichermaßen auf die Flüssigkeitsoberfläche und die Außenseite der Behälterwände, kann er dabei vernachlässigt werden.

Bei ebenen Flächen lässt sich jeweils eine äquivalente Kraft und ein Druckpunkt finden, in dem diese Kraft angreift. Die Kraft ergibt sich als Produkt aus hydrostatischem Druck im Flächenmittelpunkt und der beaufschlagten Fläche. Bei einem horizontalen Behälterboden entspricht dies dem Gewicht der darüber befindlichen (tatsächlichen oder gedachten) Flüssigkeitssäule bis zur Flüssigkeitsoberfläche. Zur Bestimmung des Druckpunktes benötigt man das Flächenträgheitsmoment und Flächendeviationsmoment der beaufschlagten Fläche. Im Allgemeinen liegt dieser unterhalb des Flächenmittelpunkts, lediglich bei einer horizontalen Wandfläche stimmen Druckpunkt und Flächenmittelpunkt überein.

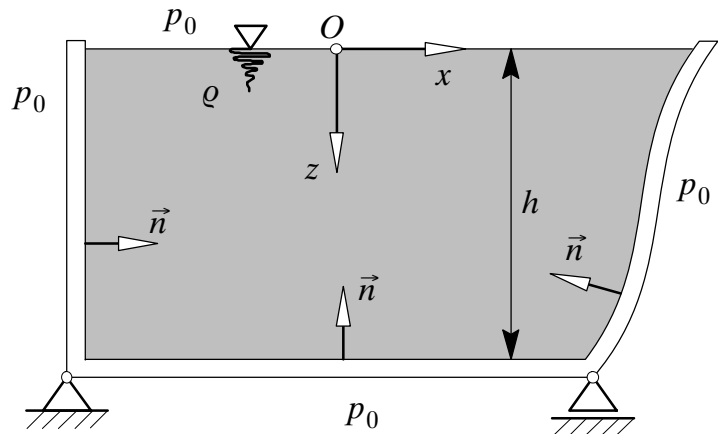
Bei gekrümmten Flächen hat die Wandkraft sowohl eine horizontale als auch eine vertikale Komponente. Durch formale Integration des Differenzdrucks über die beaufschlagte Fläche findet man für die horizontale Komponente das gleiche Ergebnis wie für die vertikale Wand, wenn man die vertikale Projektionsfläche der betrachteten Berandung verwendet. Die vertikale Komponente entspricht wieder dem Gewicht der darüber befindlichen (tatsächlichen oder gedachten) Flüssigkeitssäule bis zur Flüssigkeitsoberfläche, wobei diese entsprechend der Neigung der betrachteten Fläche nach unten oder oben wirken kann. Das gleiche Ergebnis findet man mit Hilfe des Erstarrungs- und Schnittprinzips, wobei man gedanklich einen geeigneten Teil des Fluids herauschneidet und dessen Kräftegleichgewicht formuliert.



## 13.1 Resultierender Kraftwinder

### Festlegungen

- Fluid mit konstanter Dichte  
 $\rho = \text{const.}$
- Normalenvektor  $\vec{n}$   
senkrecht zur Behälterwand  
weist ins Innere des Fluids
- Koordinatensystem mit  
Ursprung an Fluidoberfläche  
 $z$ -Achse nach unten
- Druckverhältnisse:  
Außendruck:  $p_0 = \text{const.}$   
Innendruck:  $p = p_0 + \rho g z$   
Differenzdruck:  $\Delta p = p - p_0 = \rho g z$



### resultierender Kraftwinder auf Behälterwände (oder Teile davon)

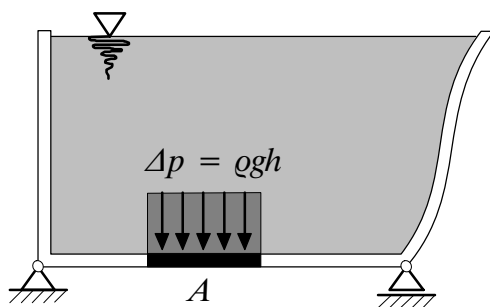
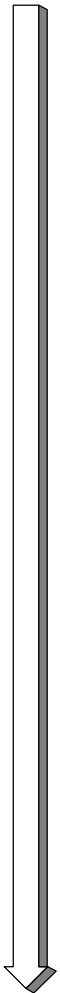
$$\vec{F} = \rho g \int_A (-z \vec{n}) dA$$

$$\vec{M}_O = \rho g \int_A \vec{r} \times (-\vec{n}) z dA$$

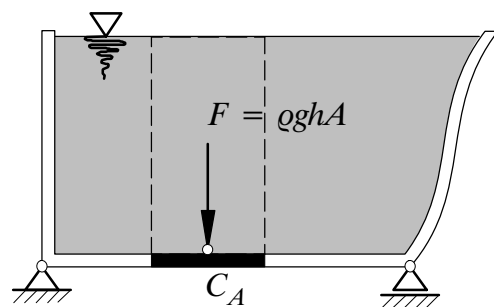
## 13.2 Ebene Behälterwände

### Horizontaler Boden

$$z = h, \quad \mathbf{n} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$



~

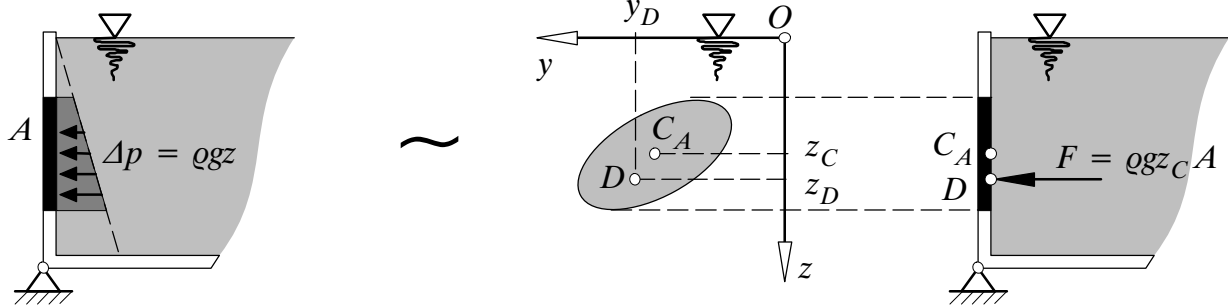
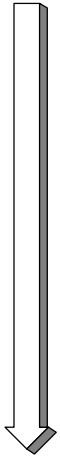




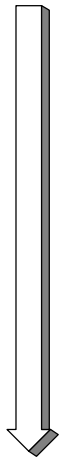
### Vertikale Wand

$$n = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

resultierender Kraftwinder



Druckpunkt  $D$



$$y_D = -\frac{I_{yz}}{z_C A}$$

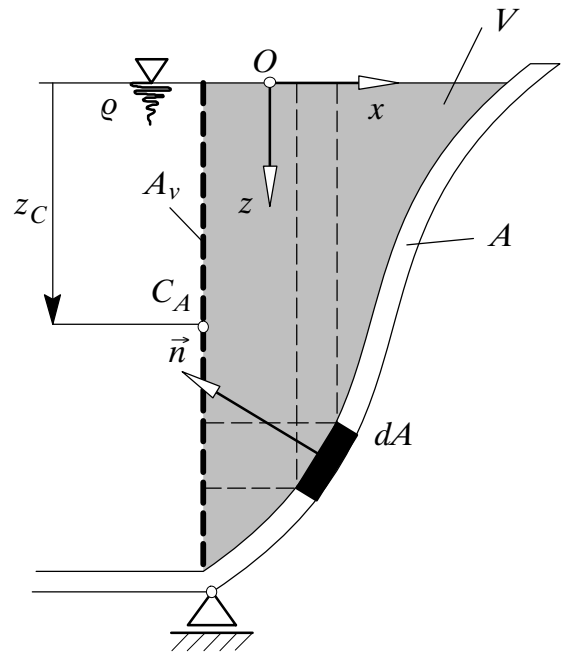
$$z_D = \frac{I_y}{z_C A} = \frac{I_{Cy} + z_C^2 A}{z_C A} = z_C + \frac{I_{Cy}}{z_C A}$$

## 13.3 Gekrümmte Flächen

### Alternativen

- formale Integration entsprechend der Definition des resultierenden Kraftwinders

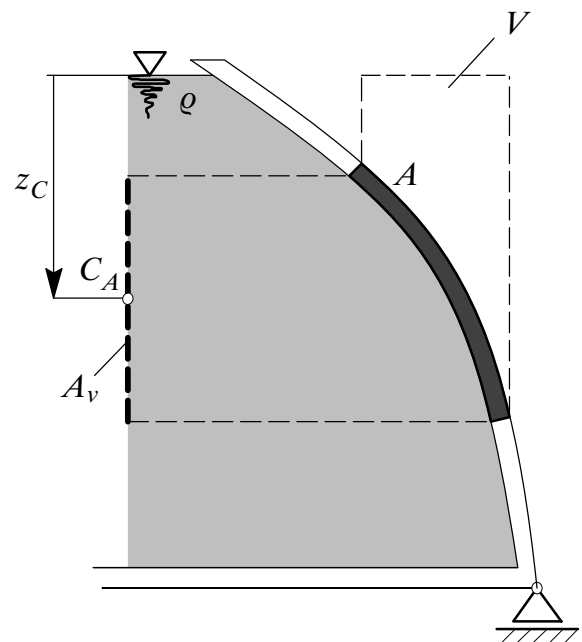
$$\mathbf{F} = \rho g \int_A (-z \mathbf{n}) dA$$



$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho g z_c A_v \\ 0 \\ \rho g V \end{bmatrix}$$

analog:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho g z_c A_v \\ 0 \\ -\rho g V \end{bmatrix}$$





- Erstarrungs- und Schnittprinzip

