Techn. Mechanik & Fahrzeugdynamik — TM III

Prof. Dr.-Ing. habil. Hon. Prof. (NUST) D. Bestle — 23. März 2018

Prüfungsklausur Technische Mechanik III

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

1. Die Prüfung umfasst 6 Aufgaben auf 6 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

....

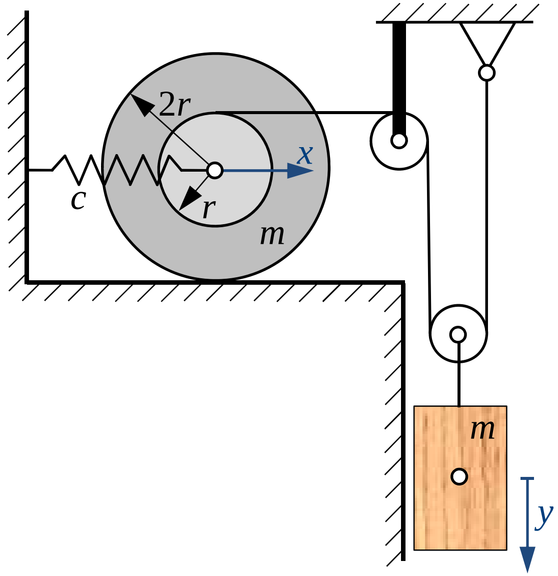
(Unterschrift)

Gesamtpunktzahl: 72
zum Bestehen erforderlich: 36

Punkte	Note	

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Eine homogene Kiste (Masse m) ist über ein masseloses Seil mit einer homogenen Walze (Masse m) verbunden. Die Walze besteht aus konzentrisch übereinanderliegenden Zylindern (Radien r und $2r$) und rollt auf der horizontalen Ebene. Die Walze ist mit einer Feder (Federsteifigkeit c) abgespannt, welche für $x = y = 0$ entspannt ist. Die Umlenkrollen werden als masselos betrachtet.



a) Zeichen Sie die eingeprägten Kräfte in obige Zeichnung und bezeichnen Sie diese als Funktion der verallgemeinerten Koordinaten.

b) Welche Bedingung resultiert aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit für das Gleichgewicht des Systems?

____

c) Bestimmen Sie die kinematische Beziehung zwischen den Schwerpunktverschiebungen x und y. Welche Beziehung folgt daraus für die virtuellen Verrückungen?

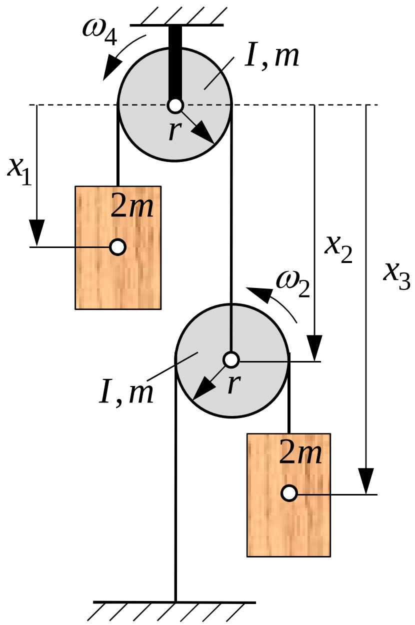
$y = \_\_\_\_\_ x \quad \Rightarrow \quad \delta y = \_\_\_\_\_ \delta x$

d) Bestimmen sie die Gleichgewichtslage.

$x = \_\_\_\_\_\_\_$

Aufgabe 2 (16 Punkte)

Bei einer Hebevorrichtung hängen zwei Kisten (jeweils Masse $2m$) an masselosen Seilen, welche über gleichartige Umlenkrollen (jeweils Masse m, Radius r, Massenträgheitsmoment I bzgl. Schwerpunkt) geführt sind. Das System sei zunächst durch die abhängigen Koordinaten x_i und ω_i beschrieben.



a) Wie groß ist die kinetische Energie des Gesamtsystems?

$T =$ ____

b) Wie groß ist die potentielle Energie des Gesamtsystems?

$U =$ ____

c) Formulieren Sie die kinematischen Beziehungen für die Geschwindigkeiten $\dot{x}_2$ und $\dot{x}_3$ sowie für die Winkelgeschwindigkeiten ω_2 und ω_4 als Funktion von $\dot{x}_1$.

$\dot{x}_2 =$ ____ $\dot{x}_1$, $\dot{x}_3 =$ ____ $\dot{x}_1$, $\omega_2 =$ ____ $\dot{x}_1$, $\omega_4 =$ ____ $\dot{x}_1$

d) Wie lautet die Lagrange-Funktion L des Systems?

☐ $L = \left(\frac{I}{r^2} + \frac{2}{11} m\right)\dot{x}_1^2 + 3gx_1$ ☐ $L = \left(\frac{I}{r^2} + \frac{11}{2} m\right)\dot{x}_1^2 - 3mgx_1$

☐ $L = \left(\frac{I}{r^2} + \frac{3}{2} m\right)\dot{x}_1^2 - 11x_1$ ☐ $L = \left(I + \frac{11}{3} m\right)\dot{x}_1^2 + 2mgx_1$

e) Bilden Sie folgende Ableitungen:

$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} =$ ________________________________

$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} =$ ________________________________

$\frac{\partial L}{\partial x_1} =$ ________________________________

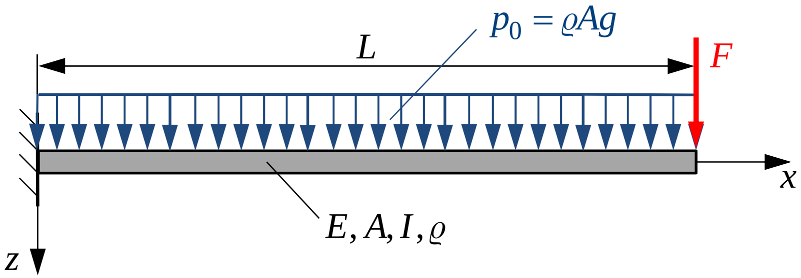
f) Wie lautet die Bewegungsgleichung des Systems?

☐ $\ddot{x}_1 = \frac{-3}{\frac{2I}{mr^2} + 11} g$, ☐ $\ddot{x}_1 = \frac{2}{\frac{3I}{mr^2} - 11} g$

☐ $\ddot{x}_1 = \frac{11}{\frac{3I}{mr^2} + 2} g$, ☐ $\ddot{x}_1 = \frac{-11}{\frac{2I}{mr^2} - 3} g$

Aufgabe 3 (17 Punkte)

Ein elastischer Balken (Länge L, Querschnittsfläche A, Trägheitsmoment I, Dichte ϱ, Elastizitätsmodel E) ist am linken Rand fest eingespannt. Er wird durch sein Eigengewicht und eine konstante Kraft F am rechten Rand belastet.



a) Wie lautet die Differentialgleichung der Biegeschwingung unter Berücksichtigung des Eigengewichts?

____

b) Wie lauten die Randbedingungen?

_________________, _________________

_________________, _________________

c) Klassifizieren Sie die Balkenschwingung.

☐ homogene Differentialgl. ☐ inhomogene Differentialgl.

☐ homogene Randbed. ☐ inhomogene Randbed.

d) Zur Lösung kann man den Ansatz $w(x,t) = w_H(x,t) + w_R(x,t)$ mit

$$w_R(x,t) = a + bx + cx^2 + dx^3$$

verwenden.

Bilden Sie folgende Ableitungen:

$w_R' =$ _______________, $\dot{w}_R =$ _______________

$w_R'' =$ _______________, $\ddot{w}_R =$ _______________

$w_R''' =$ _______________

$w_R^{IV} =$ _______________

e) Welche Lösung ergibt sich, wenn $w_R(x,t)$ die Randbedingungen in Teilaufgabe b) erfüllt?

$w_R(x,t) =$ _________________

f) Wie lautet das damit entstehende Randwertproblem für $w_H(x,t)$?

Differentialgleichung:

____

Randbedingungen:

_________________, _________________

_________________, _________________

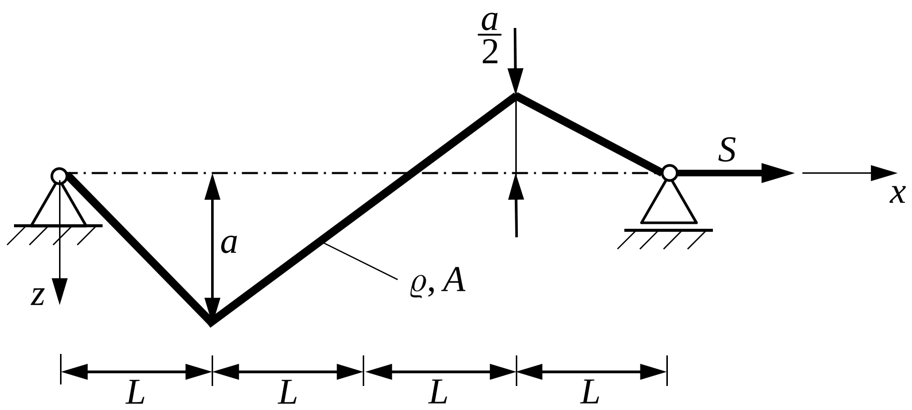
g) Klassifizieren Sie dieses Problem für $w_H(x,t)$.

☐ homogene Differentialgl. ☐ inhomogene Differentialgl.

☐ homogene Randbed. ☐ inhomogene Randbed.

Aufgabe 4 (15 Punkte)

Eine Saite (Länge $4L$, Vorspannung S, Querschnittsfläche A, Dichte ϱ) wird zum Zeitpunkt $t=0$ wie folgt ausgelenkt:



a) Wie lautet die Differentialgleichung der Saitenschwingung $w(x,t)$?

_________________ mit ____________

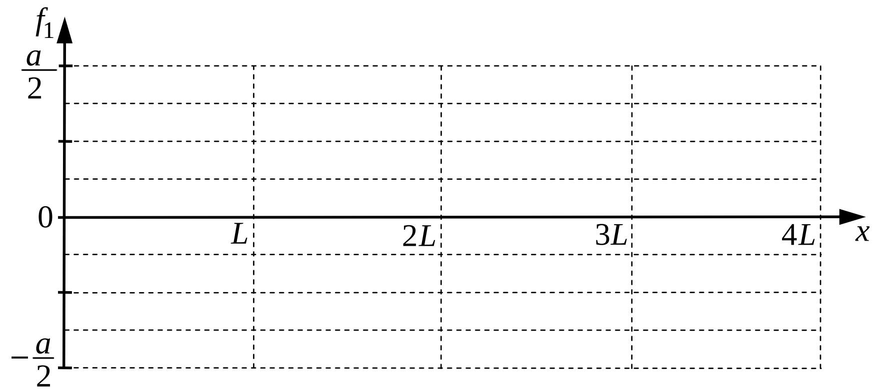
b) Welche Randbedingungen muss die Lösung $w(x,t)$ erfüllen?

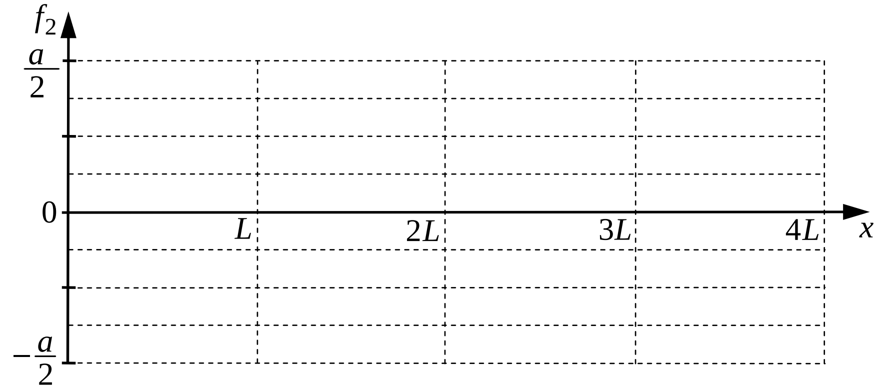
_______________, _______________

c) Beschreiben Sie die Wellenprofile $f_{1,2}(x)$ für $t=0$ mit Hilfe der Föppl-Symbolik, wenn die Saite aus der dargestellten Anfangsauslenkung ohne Geschwindigkeit losgelassen wird.

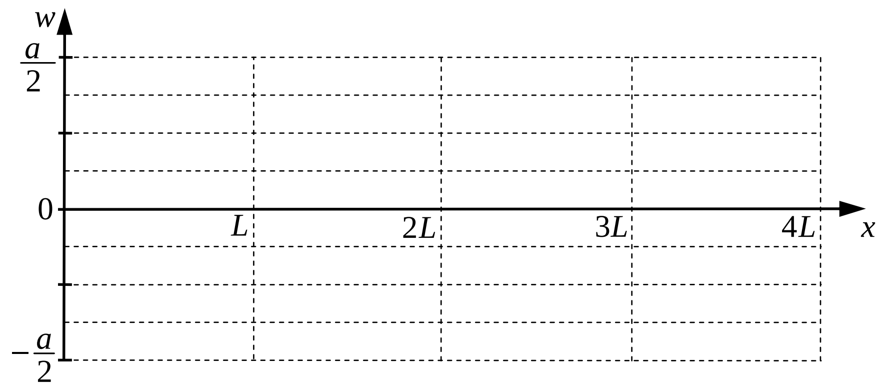
$f_1(x) = f_2(x) =$ __________________________________

d) Skizzieren Sie die beiden gegenläufigen Wellenprofile $f_1(x-ct)$ und $f_2(x+ct)$ zum Zeitpunkt $t=L/c$ unter Beachtung der Randbedingungen.



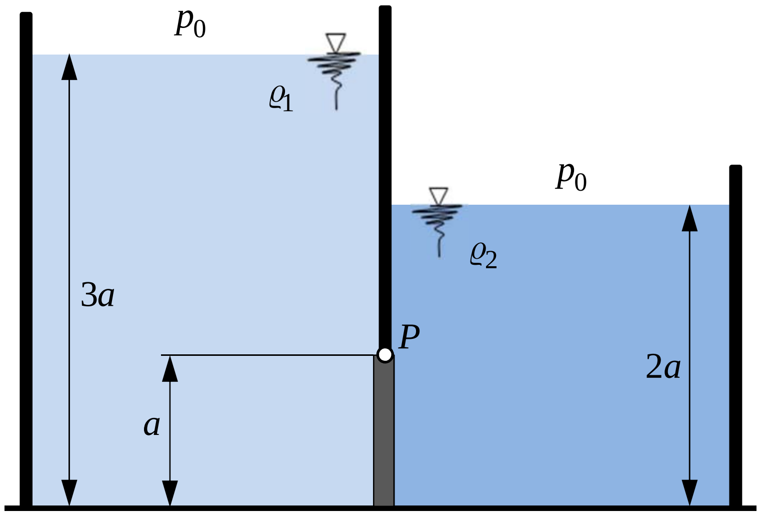


e) Setzen Sie daraus den resultierenden Durchhang $w(x,t)$ zum Zeitpunkt $t=L/c$ zusammen.

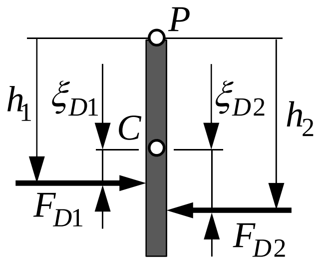


Aufgabe 5 (10 Punkte)

Ein Behälter (Breite b) ist auf der einen Seite mit einer bestimmten Flüssigkeit (Füllhöhe $3a$, Dichte ϱ_1) gefüllt, auf der anderen mit einer weiteren Flüssigkeit (Füllhöhe $2a$, Dichte ϱ_2). Beide Behälterteile sind durch eine im Punkt P gelenkig gelagerte Klappe (Höhe a , Breite b) verbunden.



a) Berechnen Sie die Druckkräfte auf beiden Seiten der Klappe.



$F_{D1} =$ ____________

$F_{D2} =$ ____________

b) Geben Sie die Fläche A sowie das Flächenträgheitsmoment I_C bzgl. des Flächenmittelpunkts C der Klappe an.

$A =$ ____________ , $I_C =$ ____________

c) Welchen Abstand ξ_{D1} hat der Druckpunkt vom Flächenmittelpunkt und wie groß ist der Hebelarm h_1 der Kraft F_{D1} ?

$\xi_{D1} =$ ____________ , $h_1 =$ ____________

d) Geben Sie den Abstand ξ_{D2} des Druckpunkts vom Flächenmittelpunkt und den Hebelarm h_2 der Kraft F_{D2} an.

$\xi_{D2} =$ ____________ , $h_2 =$ ____________

e) Formulieren Sie das Momentengleichgewicht für die Klappe um den Drehpunkt P .

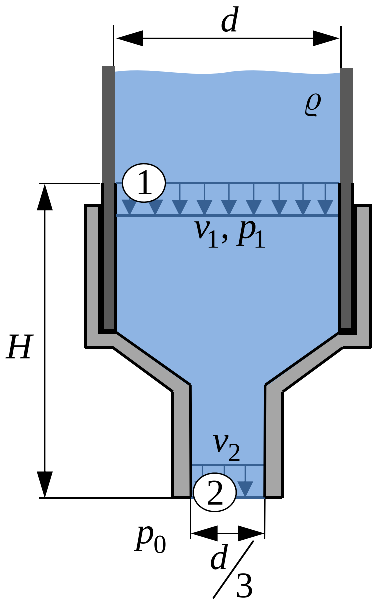
____

f) Für welches Dichteverhältnis befindet sich die Klappe bei den gegebenen Füllständen im Gleichgewicht?

☐ $\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{5}{8}$ ☐ $\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{2}{3}$ ☐ $\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{3}{2}$ ☐ $\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{8}{5}$

Aufgabe 6 (7 Punkte)

Zur Bewässerung des Gartens wird am Wasserhahn (Durchmesser d) ein Gartenschlauchanschluss (Öffnungsdurchmesser $d/3$) befestigt. In der Höhe H hat die Strömung (Dichte ϱ) die Geschwindigkeit v_1, am Austritt die Geschwindigkeit v_2. Der Luftdruck beträgt p_0.



a) Formulieren Sie die Kontinuitätsgleichung zwischen Ein- und Austritt.

____

b) Formulieren Sie die Bernoulli-Gleichung von ① nach ②.

____

c) Welches Geschwindigkeitsverhältnis ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung?

$\frac{v_2}{v_1} =$ ____________

d) Wie groß ist der Druck p_1 an der Stelle ①?

$p_1 =$ _______________________

e) Wie groß ist der Massenstrom $\dot{m}$ durch den Wasserhahn?

$\dot{m} =$ _______________________

ENDE