Techn. Mechanik & Fahrzeugdynamik
Prof. Dr.-Ing. habil. Hon. Prof. (NUST) D. Bestle

TM III
24. März 2017

Prüfungsklausur Technische Mechanik III

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

1. Die Prüfung umfasst 6 Aufgaben auf 5 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

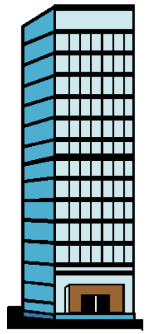
....
(Unterschrift)

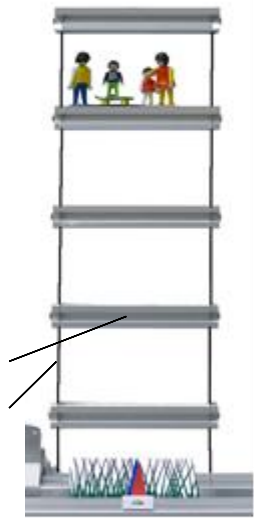
Gesamtpunktzahl: 72
zum Bestehen erforderlich: 36

Punkte	Note	

Aufgabe 1 (9 Punkte)

Ein mehrgeschossiges Gebäude soll auf sein Schwingungsverhalten untersucht werden. Dazu werden die Decken als starre Platten modelliert, die durch querelastische Säulen abgestützt sind.



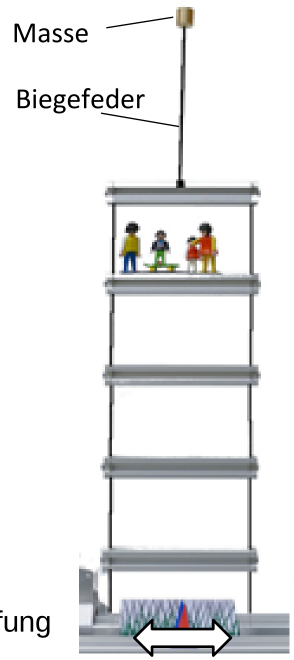


a) Ein fünfgeschossiges Haus wurde als Modell nachgebaut. Wieviel Freiheitsgrade hat das System in der Ebene? Zeichnen Sie mögliche Bewegungskoordinaten in das rechte Bild.

$f =$ _ _ _ _ _ _ _

b) Von welchen Parametern hängen die Eigenschwingungsfrequenzen ab?

Parameter	Einfluss ja	Einfluss nein
E-Modul einer Säule		
Flächenträgheitsmoment einer Säule		
Geschosshöhe		
Massenträgheitsmoment einer Deckenplatte		
Masse einer Deckenplatte		
Geschossbreite		



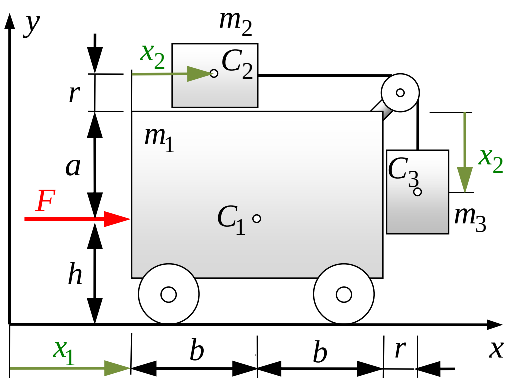
c) Welche Wirkung hat die auf dem obersten Geschoss elastisch angebrachte Masse im rechten Bild bei entsprechender Frequenzabstimmung auf die Schwingungserregung des Fundaments?

☐ Schwingungsverstärkung ☐ Schwingungsdämpfung

☐ Schwingungstilgung ☐ hat keinen Einfluss

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Auf einem durch die Kraft F angetriebenen Wagen (Masse m_1) befinden sich zwei mit einem Seil verbundene Massen m_2 und m_3, die sich reibungsfrei bewegen können. Die Bewegungen werden durch x_1 und x_2 beschrieben, die zugehörigen virtuellen Verrückungen sind δx_1 und δx_2.



a) Zeichnen Sie die fehlenden eingeprägten Kräfte ein.

b) Geben Sie Anzahl der Freiheitsgrade an.

$f =$ _____

c) Wo liegen die Schwerpunkte der drei Massen?

$$\boldsymbol{r}_1 = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{r}_2 = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{r}_3 = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}$$

d) Beschreiben Sie die virtuellen Verrückungen der drei Massen im gegebenen Koordinatensystem.

$$\delta\boldsymbol{r}_1 = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}, \quad \delta\boldsymbol{r}_2 = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}, \quad \delta\boldsymbol{r}_3 = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}$$

e) Geben Sie die eingeprägten Kräfte auf die drei Massen an.

$$\boldsymbol{F}_1^e = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{F}_2^e = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{F}_3^e = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}$$

f) Welche Beschleunigungen haben die drei Massen?

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \end{bmatrix}$$

g) Welche Variationsgleichung folgt aus dem Prinzip von d'Alembert für das gegebene System?

____

____

h) Welche Bewegungsgleichungen lassen sich daraus ableiten?

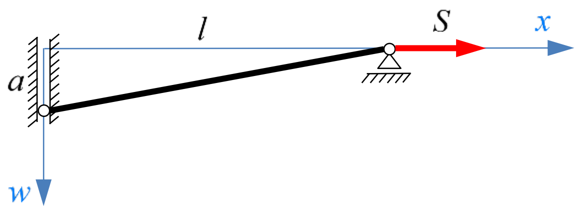
- ☐ $(m_1 + m_2 + m_3)\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 = F\,, \qquad m_2\ddot{x}_1 + (m_2 + m_3)\ddot{x}_2 = m_3 g$
- ☐ $(m_1 + m_2 + m_3)\dot{x}_1 + m_2\dot{x}_2 = F\,, \qquad m_2\dot{x}_1 + (m_2 + m_3)\dot{x}_2 = m_3 g$
- ☐ $(m_1 + m_2 + m_3)\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 = 0\,, \qquad m_2\ddot{x}_1 + (m_2 + m_3)\ddot{x}_2 = 0$

i) Die Massen m_2 und m_3 sollen sich nicht relativ zur Masse m_1 bewegen. Welche Bedingung muss dazu erfüllt sein und welche Kraft folgt daraus?

______ $\Rightarrow$ $F =$ _______________

Aufgabe 3 (13 Punkte)

Eine rechtsseitig eingespannte Saite (Länge l, Vorspannung S) wird linksseitig um die Größe a ausgelenkt und losgelassen. Die Auslenkung der Saite wird beschrieben durch die Funktion $w(x,t)$.



a) Welche Randbedingungen muss die schwingende Saite erfüllen?

_______________ , _______________

b) Geben Sie die Anfangsbedingungen für die ausgelenkte Saite an.

$w(x,0) =$ _________ , $\dot{w}(x,0) =$ _________

c) Durch den Produktansatz $w(x,t) = W(x)\,y(t)$ gelangt man zu einer Trennung der Variablen. Für die Ortsfunktion $W(x)$ erhält man die Eigenfunktionen $W_k(x) = C_k \cos\dfrac{k\pi x}{l}$, $k = 1,2,\ldots$. Welche Orthogonalitätsbedingung kann zur Normierung der Eigenfunktionen verwendet werden?

____

d) Welche Konstanten C_k ergeben sich aus der Normierung?

$C_k =$ _____

$$\left(\text{Hinweis: } \int \cos^2 ax\,\mathrm{d}x = \frac{x}{2} + \frac{1}{2a}\sin ax \cos ax\right)$$

e) Wie berechnet man aus b) die modalen Anfangsbedingungen $y_k(0)$?

☐ $y_k(0) = \displaystyle\int_0^a \sqrt{\frac{2a^2}{l^3}}\,(l-x)\cos\frac{k\pi x}{l}\,\mathrm{d}x$

☐ $y_k(0) = \displaystyle\int_0^a \sqrt{\frac{2a^2}{l^3}}\,(x-l)\cos\frac{k\pi x}{l}\,\mathrm{d}x$

☐ $y_k(0) = \displaystyle\int_0^l \sqrt{\frac{2a^2}{l^3}}\,(l-x)\cos\frac{k\pi x}{l}\,\mathrm{d}x$

☐ $y_k(0) = \displaystyle\int_0^l \sqrt{\frac{2a^2}{l^3}}\,(x-l)\cos\frac{k\pi x}{l}\,\mathrm{d}x$

f) Berechnen Sie die modalen Anfangsbedingungen $y_k(0)$ und stellen Sie Ihren Rechenweg dar.

$$\left(\text{Hinweis: } \int x\cos ax\,\mathrm{d}x = \frac{x}{a}\sin ax + \frac{1}{a^2}\cos ax\right)$$

$y_k(0) =$ ______ $\displaystyle\int_{\_\_}^{\_\_} \cos\frac{k\pi x}{l}\,\mathrm{d}x -$ _______ $\displaystyle\int_{\_\_}^{\_\_} x\cos\frac{k\pi x}{l}\,\mathrm{d}x$

$= \begin{cases} \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} & \text{für } k = 1,3,5,\ldots \\ \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} & \text{für } k = 2,4,6,\ldots \end{cases}$

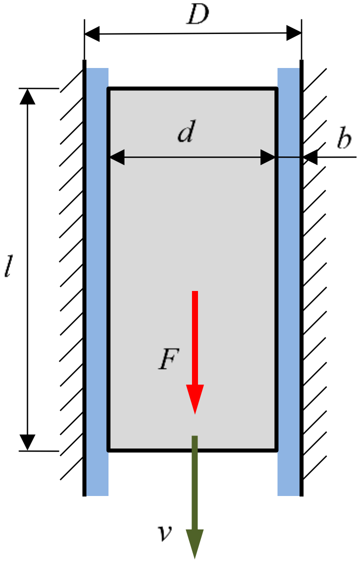
g) Welche modalen Anfangsgeschwindigkeiten ergeben sich aus b)?

$\dot{y}_k(0) =$ _____________ $=$ ______

allg. Formel *Ergebnis*

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Auf einen masselosen Kolben (Durchmesser d, Länge l), der in einem Zylinder (Durchmesser $D > d$) gleitet, wirkt die konstante Kraft F. Zwischen Kolben und Zylinder ist ein Ölfilm (dynamische Viskosität η).



a) Wie groß ist die Spaltbreite zwischen Kolben und Zylinderwand?

$b =$ ──────────

b) Wie groß ist die Schergeschwindigkeit $\dot{\gamma}$ bei Annahme einer laminaren Strömung im Spalt?

$\dot{\gamma} =$ ──────

c) Welche Schubspannungen treten dadurch im Ölfilm auf?

$\tau =$ ─────────

d) Wie groß ist die für das Gleiten relevante Oberfläche des Kolbens?

$A =$ ───────

e) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Schubspannung und der Kraft F bei gleichförmiger Bewegung $v = \text{const.}$?

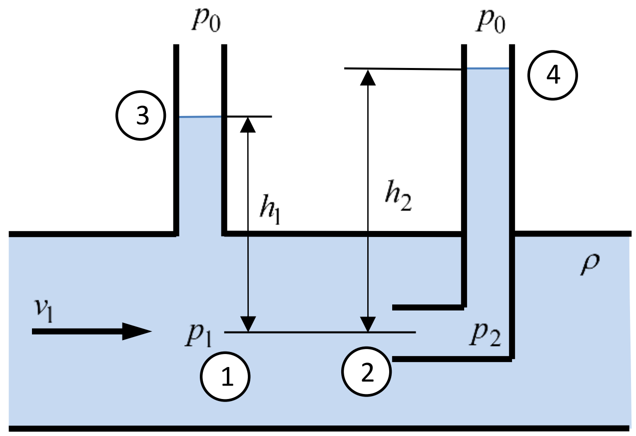
☐ $\tau = FA$ ☐ $\tau = \frac{A}{F}$ ☐ $\tau = \frac{F}{A}$ ☐ $\tau = \frac{\eta F}{A}$

f) Welche stationäre Gleitgeschwindigkeit des Kolbens stellt sich unter dem Einfluss der konstanten Kraft F ein?

$v =$ ────────────────

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit v_1 einer reibungsfreien Flüssigkeit (Dichte ρ) in einem Rohr wird nebenstehende Konstruktion genutzt. Die Flüssigkeit strömt an der Stelle 1 (statischer Druck p_1) mit der Geschwindigkeit v_1 vorbei entlang der horizontalen Stromlinie und wird an der Stelle 2 gestaut (statischer Druck p_2, Geschwindigkeit $v_2 = 0$). Aus den statischen Drücken p_1 und p_2 ergeben sich die Steighöhen h_1 und h_2 in den Steigrohren. Der Luftdruck ist p_0.



a) Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Drücken p_3 und p_4 an den Oberflächen 3 und 4 der Staurohre?

$\frac{p_3}{p_4} =$ ──────

b) Formulieren Sie die Drücke p_3 und p_4 in Abhängigkeit von den Drücken p_1 und p_2 mit Hilfe der hydrostatischen Druckgleichung.

$p_3 =$ ─────────────, $p_4 =$ ─────────────

c) Formulieren Sie die Bernoulli'sche Gleichung für die horizontale Stromlinie von 1 nach 2.

───────────────────

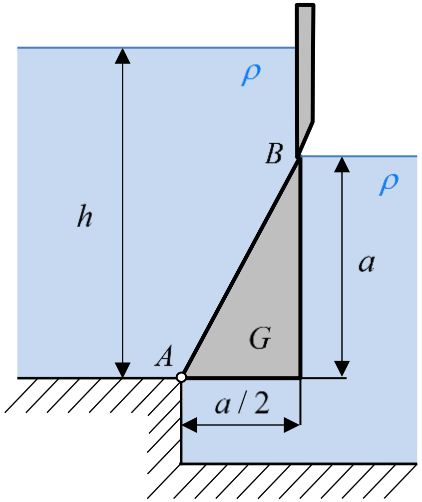
d) Welche Strömungsgeschwindigkeit lässt sich aus den Füllstandshöhen ablesen?

☐ $v_1 = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$ ☐ $v_1 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$

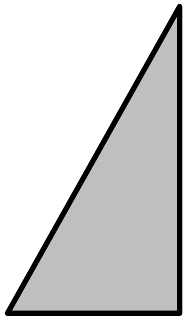
☐ $v_1 = \sqrt{2g\rho(h_2 - h_1)}$ ☐ $v_1 = \sqrt{2g\rho(h_1 - h_2)}$

Aufgabe 6 (18 Punkte)

Zwei unterschiedlich hoch mit Wasser (Dichte ρ) gefüllte Behälter sind durch eine in A drehbar gelagerte, homogene Klappe (Gewicht G, Kanalbreite b) getrennt. Bei geschlossener Klappe wird im Punkt B die Normalkraft N ausgeübt.



a) Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der resultierenden Wasserdrücke auf die geschlossene Klappe.

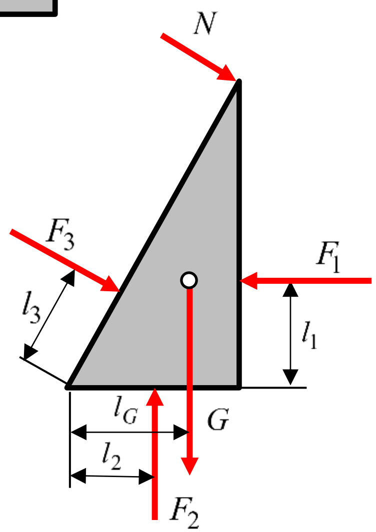


b) Im Folgenden sollen alle auf die Klappe wirkenden Kräfte und deren Angriffspunkte bestimmt werden:

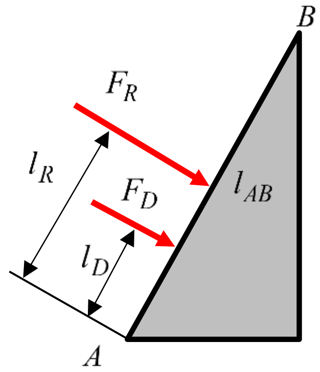
$F_1 =$ ________ , $l_1 =$ ____

$F_2 =$ ________ , $l_2 =$ ____

G , $l_G =$ ____



c) Statt F_3 und l_3 benutzen wir eine Zerlegung des Wasserdrucks in eine Dreiecks- und eine Rechteckslast und deren resultierende Kräfte.



Wasserdruck in A: $p_A =$ _________

Wasserdruck in B: $p_B =$ _________

Länge der Klappe: $l_{AB} =$ _________

resultierende Kraft und Angriffspunkt der Rechteckslast:

$F_R =$ ____________ , $l_R =$ _________

resultierende Kraft und Angriffspunkt der Dreieckslast:

$F_D =$ ____________ , $l_D =$ _________

d) Bilden Sie das Momentengleichgewicht aller Kräfte auf die Klappe bezüglich des Gelenks A. Verwenden Sie die Bezeichnungen in den Skizzen der Teilaufgaben b) und c).

____

e) Bei welchem Wasserstand h öffnet sich die Klappe?

☐ $h \geq \frac{1}{15}\left(17a - \frac{8G}{\rho gab}\right)$ ☐ $h \geq \frac{1}{15}\left(17a + \frac{8G}{\rho gab}\right)$

☐ $h \geq \frac{1}{15}\left(8a - \frac{17G}{\rho gqab}\right)$ ☐ $h \geq \frac{1}{15}\left(8a + \frac{17G}{\rho gab}\right)$

ENDE