

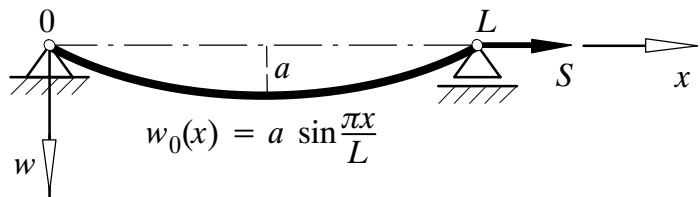
11 Wellenausbreitung in eindimensionalen Kontinua

Aufgabe 1

In welchem Verhältnis stehen die Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeiten von Längsschwingungen und Torsionsschwingungen eines kreisrunden, homogenen Stahlstabes (Elastizitätsmodul $E = 210\,000$ MPa, Querdehnzal $\nu = 0.3$)?

Aufgabe 2

Eine Saite (Länge L , Querschnitt A , Dichte ρ , Vorspannung S) wird entsprechend ihrer ersten Eigenform ausgelenkt, d.h. $w_0(x) = a \sin \pi x/L$, und aus der Ruhe losgelassen.



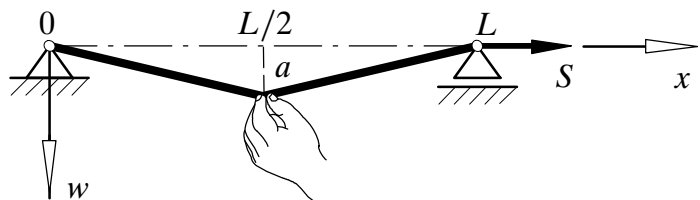
a) Formulieren Sie die Anfangsbedingungen und bestimmen Sie die Wellenprofile

$$f_{1,2}(x) = \frac{1}{2} \left[w_0(x) \mp \frac{1}{c} \int_{x_0}^x \dot{w}_0(\bar{x}) d\bar{x} \right].$$

- b) Welche Lösung findet man damit für $w(x, t)$ durch Überlagerung der beiden gegenläufigen Wellen?
- c) Bestimmen Sie andererseits die freie Schwingung mit Hilfe der Modaltransformation. (Hinweis zu den Eigenlösungen: $\omega_k = k\pi c/L$, $W_k = \sqrt{2/L} \sin k\pi x/L$)
- d) Zeigen Sie, dass die beiden Lösungen ineinander überführt werden können. (Hinweis: $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$)

Aufgabe 3

Eine fest-fest eingespannte Saite wird in der Mitte um a ausgelenkt und aus der Ruhe losgelassen.



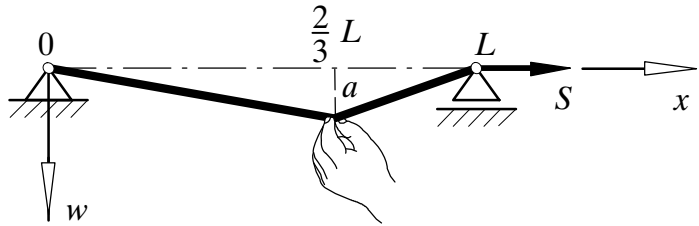
Skizzieren Sie die beiden gegenläufigen Wellenprofile $f_{1,2}(x - ct)$, deren Spiegelungen an den Rändern sowie die Überlagerung zu $w(x, t)$ für die Zeitpunkte $t = 0, L/4c, L/2c, 3L/4c, L/c$. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Vorlesungsbeispiel zu den freien Schwingungen.



Aufgabe 4

Eine fest-fest eingespannte Saite wird außermittig bei $x = 2L/3$ um a ausgelenkt und aus der Ruhe losgelassen.

Skizzieren Sie die beiden gegenläufigen Wellenprofile $f_{1,2}(x - ct)$, deren Spiegelungen an den Rändern sowie die Überlagerung zu $w(x, t)$ für die Zeitpunkte $t = 0, L/6c, L/3c, L/2c, 2L/3c, 5L/6c, L/c$.



Aufgabe 5

Eine Saite (Länge L , Querschnitt A , Dichte ρ) unter Vorspannung S ist am linken Ende fest eingespannt, am rechten, freien Ende wird sie um a ausgelenkt und anschließend losgelassen.

Skizzieren Sie die beiden gegenläufigen Wellenprofile $f_{1,2}(x - ct)$, deren Spiegelungen an den Rändern sowie die Überlagerung zu $w(x, t)$ für die Zeitpunkte $t = 0, L/4c, L/2c, 3L/4c, L/c, 3L/2c, 2L/c$.

