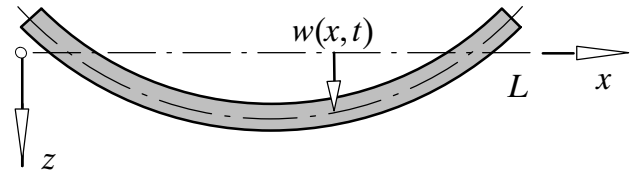


7 Eigenschwingungen des Balkens

Aufgabe 1

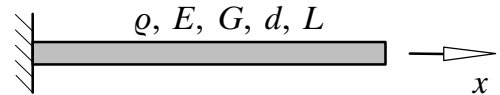
Die Eigenschwingungen eines freien Balkens (Länge L , Elastizitätsmodul E , Flächenträgheitsmoment I , Dichte ρ , Querschnitt A) sollen untersucht werden.



- Wie lauten die Bewegungsgleichung und die Randbedingungen für Biegeschwingungen des Balkens?
- Stellen Sie die charakteristische Gleichung auf.
- Bestimmen Sie die Eigenschwingungsformen des Balkens.
- Zeigen Sie, dass die Eigenfrequenz $\omega_k = 0$ eine mögliche Lösung der charakteristischen Gleichung ist. Zeigen Sie weiterhin, dass sich die zugehörige Eigenschwingungsform durch $W_k = Cx + D$ mit beliebigen Konstanten $C, D \in \mathbb{R}$ beschreiben lässt und interpretieren Sie diese als mögliche Bewegungsformen.

Aufgabe 2

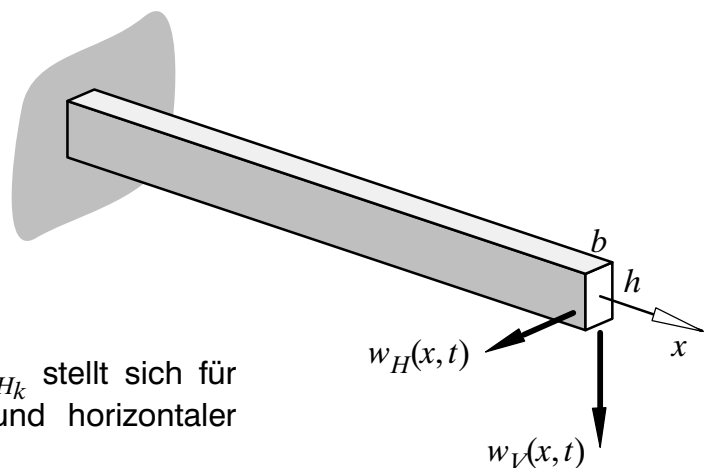
Ein homogener Rundstab (Länge $L = 1$ m, Durchmesser $d = 10$ mm, Dichte $\rho = 7800$ kg/m³, Elastizitätsmodul $E = 210\,000$ MPa, Schubmodul $G = 75\,000$ MPa) ist am linken Ende fest eingespannt, am anderen Ende frei.



- Welche Arten von elastischen Schwingungen kann der Stab ausführen?
- Bestimmen Sie die jeweils niedrigste Eigenfrequenz dieser Schwingungen in [Hz].

Aufgabe 3

Ein Kragbalken mit rechteckigem Querschnitt (Länge L , Breite b , Höhe h , Dichte ρ , Elastizitätsmodul E) ist am linken Ende fest eingespannt, am anderen Ende frei. Dadurch kann er Biegeschwingungen in die beiden Hauptträgheitsrichtungen seines Querschnitts ausführen.



- Welches Frequenzverhältnis $\omega_{V_k}/\omega_{H_k}$ stellt sich für Biegeschwingungen in vertikaler und horizontaler Richtung ein?
- Wie groß ist das Frequenzverhältnis für $b = h/2$?

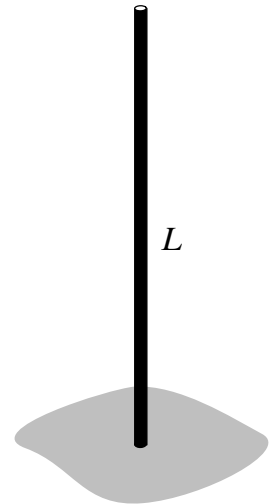


Aufgabe 4

Verschiedene Ausführungen einer Antenne (Länge $L = 3$ m) sollen hinsichtlich ihrer niedrigsten Biegeeigenfrequenz untersucht werden.

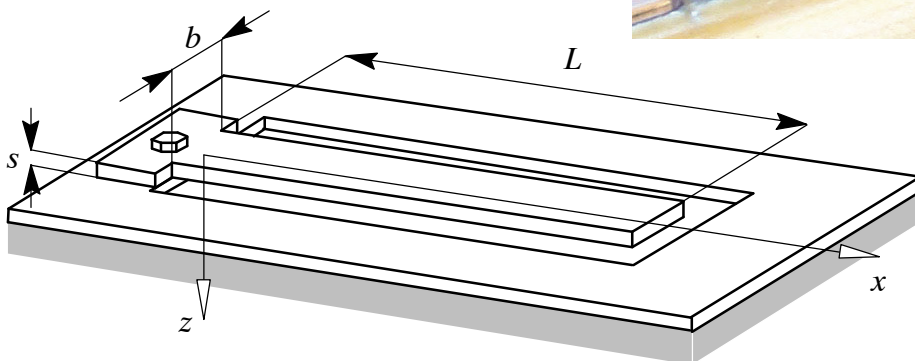
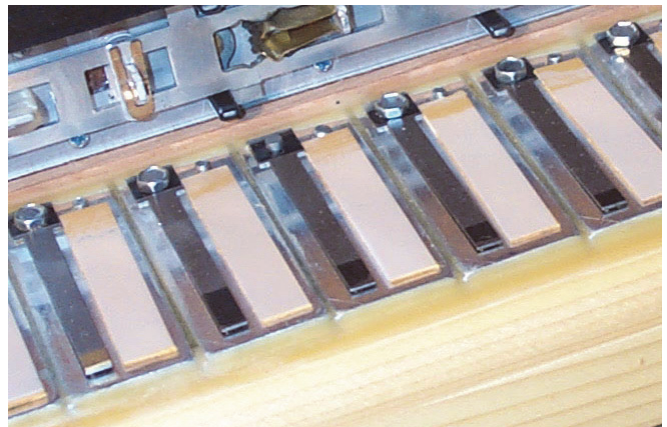
Allg. Angaben: $\rho_{\text{Stahl}} = 7800 \text{ kg/m}^3$, $E_{\text{Stahl}} = 210\,000 \text{ MPa}$,
 $\rho_{\text{Alu}} = 2700 \text{ kg/m}^3$, $E_{\text{Alu}} = 72\,000 \text{ MPa}$.

- In einer ersten Ausführung besteht die Antenne aus einem dünnwandigen Stahlrohr (Außendurchmesser $D = 8$ mm, Wandstärke $s = 1$ mm).
- In einer zweiten Variante wird die Antenne als massiver Stahlstab gleicher Masse wie in a) ausgeführt.
- Eine dritte Variante sieht die Antenne als massiven Alustab gleicher Abmessung wie in b) vor.



Aufgabe 5

Das Akkordeon ist ein Zungeninstrument, bei dem metallische Stimmzungen (Länge L , Breite b , Blechdicke s , Dichte ρ , Elastizitätsmodul E) durch strömende Luft in Biegeschwingungen versetzt werden. Die Skizze zeigt das Prinzip einer solchen Stimmzunge.



- Welche Länge muss die Stimmzunge bei einer vorgegebenen Grundeigenfrequenz ω_1 haben?
- Für den Kammerton a ist eine Schwingungsfrequenz von $f_a = 440$ Hz erforderlich. Welcher Eigenfrequenz ω_a der Stimmzunge entspricht dieser Wert? Wie lang muss eine Stimmzunge aus Stahlblech ($\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, $E = 210\,000 \text{ MPa}$, $b = 4$ mm, $s = 0.5$ mm) sein, um diesen Ton als Grundschiwingung zu erzeugen?