TM II 29. März 2023

Prüfungsklausur Technische Mechanik II

Far	nilie	nnar	ne, \	/orn	ame												
Ma	Matrikel-Nummer								htun	ıg							

- 1. Die Prüfung umfasst 6 Aufgaben auf 7 Blättern.
- 2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
- 3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den gegebenen Größen auszudrücken.
- 4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
- 5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
- 6. Bearbeitungszeit: 90 min
- 7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

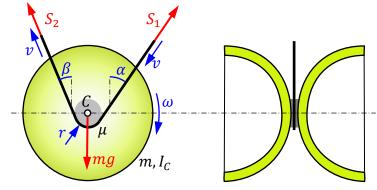
(Unter	schrift)

Gesamtpunktzahl: 72 zum Bestehen erforderlich: 36

Punkte	Note	

Aufgabe 1 (15 Punkte)

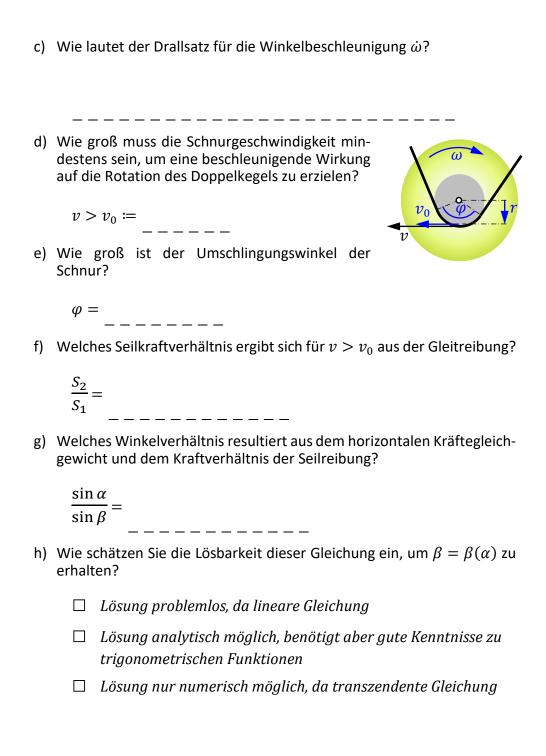
Beim Diabolo jongliert man einen Doppelkegel (Masse m, Massenträgheitsmoment $I_{\mathcal{C}}$ um seine Symmetrieachse) auf einer Schnur. Dieser wird durch die Rotation mit der Winkelgeschwindigkeit ω stabilisiert. Um die Winkelgeschwindigkeit zu steigern, werden die Schnurenden mit einer so großen Geschwindigkeit v bewegt, dass durch Seilreibung (Gleitreibungskoeffizient μ) zwischen Schnur und dem Steg (Radius r) ein antreibendes Moment auf den Doppelkegel entsteht. Bei geeigneter Wahl der konstanten Schnurwinkel α und β behält der Schwerpunkt $\mathcal C$ eine unveränderliche Lage im Raum.

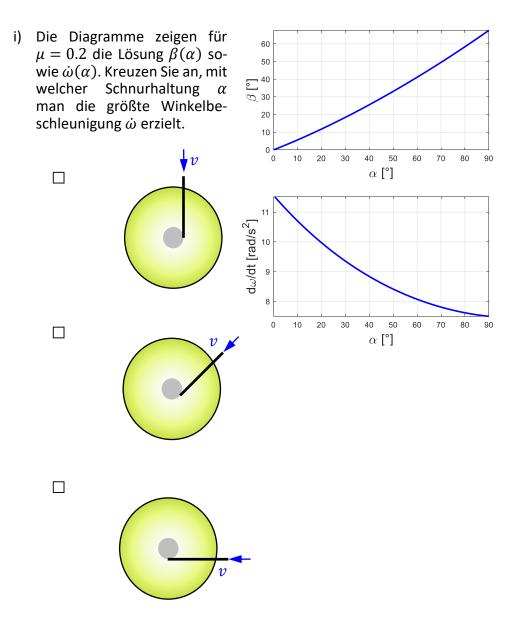


a)	Warum geht im vorliegenden	Fall	der	Impulssatz	in	Gleichgewichtsbe-
	dingungen über?					

	wegen der konstanten Winkelgeschwindigkeit
	wegen der konstanten Lage des Schwerpunkts
	wegen der konstanten Kraftrichtungen
o)	n Sie für den Doppelkegel die Impulssätze in horizontale und ver- Richtung auf.

_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_		_		 _	_	_	_	_	_	_		-
_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	 	 _	_	_	_	_	_	_	_	





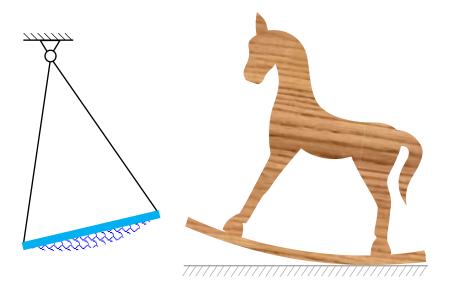
j) Zeichnen Sie zu **allen** obigen Stellungen jeweils die Richtung der noch fehlenden Schnur ein, die sich aus den Diagrammen ergibt.

Aufgabe 2 (16 Punkte)

Die Fotos zeigen drei verschiedene Schaukelprinzipe.

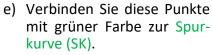


a) Markieren Sie jeweils den Momentanpol ${\cal P}$ für die Netzschaukel und das klassische Schaukelpferd.

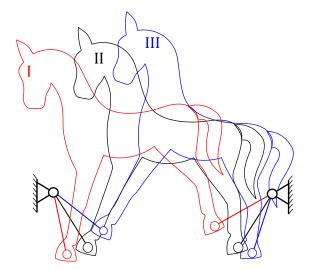


b) Zeichen Sie jeweils zusätzlich die Spurkurve (SK) in grüner und die Polkurve (PK) in blauer Farbe ein und bezeichnen Sie diese.

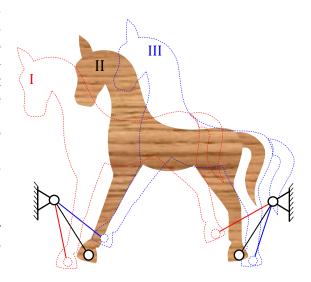
- c) Im dritten Fall ist das Pferd als Viergelenk aufgehängt. Zeichnen Sie für die Stäbe 1 und 2 sowie den Pferdekörper 3 die Lage der Momentanpole P_1 , P_2 und P_3 ein.
- d) Untenstehendes Bild zeigt das Wippenpferd in drei verschiedenen Stellungen I, II und III. Konstruieren Sie für jede Stellung den Momentanpol des Pferdekörpers 3.







- f) Übertragen Sie die (bezüglich des Pferde-körpers) relative Lage der drei Pole aus Teilaufgabe d) (z.B. mit dem Zirkel) auf die mittlere Stellung II. Bezeichnen Sie die Punkte mit $P_{\rm I}'$, $P_{\rm II}'$, $P_{\rm III}'$ (Betrachtung als körperfeste Punkte).
- g) Verbinden Sie die drei Punkte mit blauer Farbe zur Polkurve (PK).



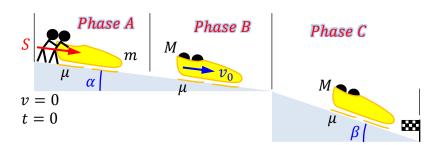
Aufgabe 3 (11 Punkte)

Ein Boblauf besteht aus drei Phasen:

- A) Anschieben des Bobs (Masse m) auf Flachstück (Neigungswinkel α) mit konstanter Schubkraft S bis zur Geschwindigkeit v_0 ;
- B) Freies Gleiten von Bob inkl. Mannschaft (Gesamtmasse M) auf Flachstück (Neigungswinkel α) mit konstanter Geschwindigkeit v_0 ;
- C) Beschleunigtes Gleiten auf Steilstück (Neigungswinkel $\beta>\alpha$) bis zum Ziel.

In allen Phasen ist der Gleitreibungskoeffizient μ .





a) Formulieren Sie den Impulssatz für die Phase A.



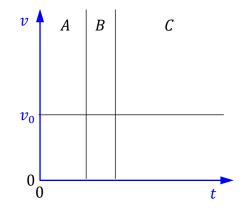
b) Welche Normalkraft und Beschleunigung ergeben sich daraus?

c) Wie groß muss der Winkel α sein, damit in der Gleitphase B die Geschwindigkeit konstant ist?

d) Wie groß sind für diesen Fall die Beschleunigungen in den drei Phasen?

$$\dot{v}_A=$$
 , $\dot{v}_B=$, v
 $--- \dot{v}_C=$ v_0

e) Skizzieren Sie den zugehörigen Geschwindigkeitsverlauf für $\dot{v}_A > \dot{v}_C$.

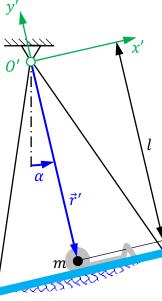


Aufgabe 4 (11 Punkte)

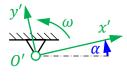
Ein Kind liegt auf einer Schaukel (Pendellänge l), die mit dem Winkel $\alpha(t)$ schwingt. Sein Gleichgewichtsorgan erfasst die Kräfte kleiner Partikel (Masse m) durch deren Relativbeschleunigung \vec{a}' gegenüber dem bewegten Gleichgewichtsorgan. Für diese gilt im mitschwingenden, schaukelfesten Koordinatensystem $K'\{0', x', y', z'\}$ unter Vernachlässigung der statischen Gewichtskraft und kleiner Relativgeschwindigkeiten \vec{v}'

$$m\boldsymbol{a}'=\boldsymbol{F}_T+\boldsymbol{F}_E+\boldsymbol{F}_Z.$$





a) Wie groß sind Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung des mit $\alpha(t)$ bewegten Koordinatensystems?



b) Geben Sie die relative Lage \vec{r}' im bewegten Koordinatensystem an.

c) Bestimmen Sie die Trägheitskraft in K'.

d) Bestimmen Sie die Eulerkraft in K'.

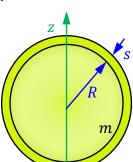
e) Bestimmen Sie die Zentrifugalkraft in K'.

f) Zeichnen Sie die von Null verschiedenen Scheinkräfte mit beliebiger Länge, aber mit korrekter Richtung in obige Skizze ein. Berücksichtigen Sie dabei die Schwingungsgleichung $\ddot{\alpha} = -\omega_0^2 \alpha$.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Der Diabolo (Masse m) in Aufgabe 1 besteht aus zwei dünnwandigen Kugelhalbschalen (Radius R, Schalendicke $s \ll R$). Gesucht ist das Massenträgheitsmoment I_z bzgl. der Rotationsachse.

a) Betrachtet wird zunächst eine Hohlkugel (Masse *m*) mit Innenradius *R* und beliebiger Schalendicke *s*. Welches Massenträgheitsmoment findet man dafür in Tabellenwerken (z.B. im TM 2 Skript)?





$$I_z^K =$$

b) Multiplizieren Sie die folgenden Potenzen von (R + s) aus:

(Hinweis: nebenstehendes Pascalsches Dreieck zeigt die entsprechenden Binomialkoeffizienten)

					1					
				1		1				
			1		2		1			
		1		3		3		1		
	1		4		6		4		1	
1		5		10		10		5		1

$$(R+s)^3 =$$

$$(R+s)^5 =$$

c) Auf welche linearen Näherungen lassen sich diese Terme für $s \ll R$ reduzieren?

$$(R+s)^3 \approx + s, (R+s)^5 \approx + s$$

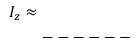
d) Wie ist der Trägheitsradius k eines Körpers mit Masse m und Massenträgheitsmoment I_z allgemein definiert?

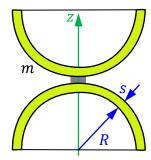
$$\square \ k^2 = \frac{m}{I_Z} \qquad \square \ k^2 = mI_Z \qquad \square \ k^2 = \frac{I_Z}{m} \qquad \square \ k^2 = \sqrt{mI_Z}$$

e) Welches Näherungsergebnis findet man mit obigen Näherungen für das Quadrat des Trägheitsradius k der Hohlkugel für $s \ll R$?

$$\square k^2 \approx \frac{2}{5} R^2 \qquad \square k^2 \approx \frac{1}{2} R^2 \qquad \square k^2 \approx \frac{2}{3} R^2 \qquad \square k^2 \approx R^2$$

f) Wie groß ist damit das Massenträgheitsmoment des Diabolos bestehend aus zwei Kugelhalbschalen mit masselosem Zwischenstück?





Aufgabe 6 (9 Punkte)

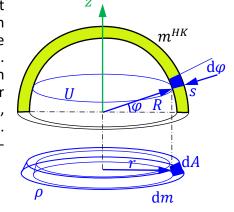
Alternativ kann man zunächst das Massenträgheitsmoment einer einzelnen dünnwandigen Kugelhalbschale (Radius R, Schalendicke $s \ll R$) per Integration bestimmen und dann das Massenträgheitsmoment des Diabolos (Masse m) aus diesem zusammensetzen.



a) Wie ist das Massenträgheitsmoment I_z bzgl. der z-Achse allgemein definiert?

$$\Box I_z = \int r \, dm \qquad \Box I_z = \int r^2 \, dm \qquad \Box I_z = \int r^3 \, dm$$

b) Zur Festlegung von $\mathrm{d}m$ schneidet man aus dem Halbkeisquerschnitt ein Segment $\mathrm{d}\varphi$ heraus, wodurch multipliziert mit der Dicke s die Fläche $\mathrm{d}A=R\ \mathrm{d}\varphi\cdot s$ entsteht. Durch Rotation dieser Fläche um die z-Achse entsteht ein dünner Kreisring mit Radius $r=R\cos\varphi$, Umfang $U=2\pi\ r$ und Dichte ρ . Wie groß ist die Masse des Kreisrings?



$$\Box dm = 2\pi s R^2 \cos \varphi$$

$$\Box dm = 2\pi R \cos \varphi$$

$$\Box dm = \rho 2\pi s R^2 \cos \varphi d\varphi$$

c) Lösen Sie folgendes Integral zur Bestimmung der Masse der Halbkugel:

$$m^{HK} = 2\pi \rho s R^2 \int_{-\infty}^{-\infty} \cos \varphi \, d\varphi =$$

d) Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment der Halbkugel bezüglich der z-Achse:

$$I_z^{HK} = 2\pi \rho s R^4 \int_{---}^{---} \mathrm{d}\varphi$$

$$=2\pi\rho sR^4\left[\sin\varphi-\frac{1}{3}\sin^3\varphi\right]_0^{\pi/2}=$$

e) Welches Ergebnis findet man damit für den Trägheitsradius der Halbkugelschale?

$$\frac{I_Z^{HK}}{m^{HK}} = \qquad \Box \frac{2}{5} R^2 \qquad \Box \frac{1}{2} R^2 \qquad \Box \frac{2}{3} R^2 \qquad \Box R^2$$

f) Wie ergibt sich daraus der Trägheitsradius des Diabolos bestehend aus zwei Halbkugelschalen?

$$\frac{I_Z}{m} = \qquad \Box \frac{I_Z^{HK}}{2 \, m^{HK}} \qquad \Box \frac{2 \, I_Z^{HK}}{m^{HK}} \qquad \Box \frac{2 \, I_Z^{HK}}{2 \, m^{HK}} \qquad \Box \frac{4 \, I_Z^{HK}}{2 \, m^{HK}}$$

