Prüfungsklausur Technische Mechanik II

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

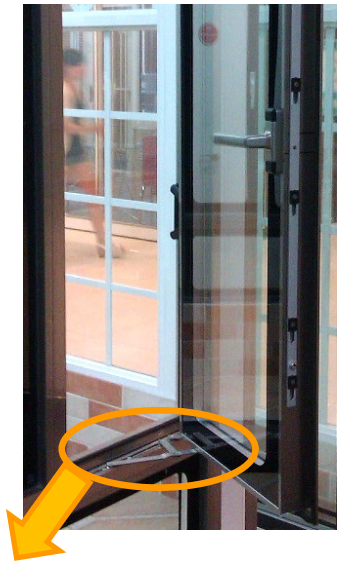
1. Die Prüfung umfasst 6 Aufgaben auf 7 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

.....
(Unterschrift)

Gesamtpunktzahl:	72
zum Bestehen erforderlich:	36

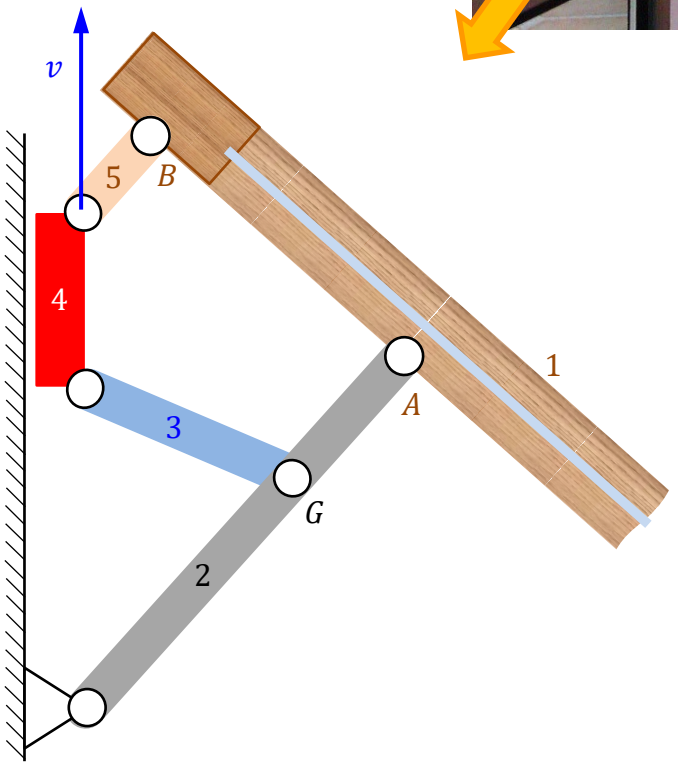
Punkte	Note	

Aufgabe 1 (13 Punkte)



Ein Fenster 1 wird durch einen relativ komplexen Fensterbeschlag gestützt. Dieser besteht aus einem Gelenkhebel 2, der einerseits in A mit dem Fenster verbunden ist, andererseits über den Hebel 3 mit einem verschieblichen Kulissenstein 4. Von diesem geht ein zweiter Gelenkhebel 5 ab, der das Fenster in B stützt. Vorgegeben sei die Kulissengeschwindigkeit v.

a) Zeichnen Sie die Momentanpole P_2 und P_3 der beiden Hebel 2 und 3 sowie P_4 des Kulissensteins 4 ein.



b) Konstruieren Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}_G$ des Gelenkpunkts G.

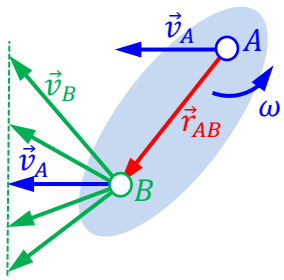
c) Konstruieren Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}_A$ des Gelenkpunkts A.

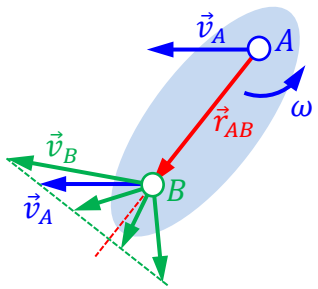
d) Um die Geschwindigkeit des zweiten Anlenkpunkts B konstruieren zu können, bedarf es einer Vorüberlegung zur Starrkörperkinematik. Wie ergibt sich die Geschwindigkeit $\vec{v}_B$ eines Punktes B aus der Geschwindigkeit $\vec{v}_A$ eines Referenzpunktes A und der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ des starren Körpers?

☐ $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{r}_{AB} \times \vec{\omega}$ ☐ $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AB}$

e) Was bedeutet dies geometrisch für den Ort aller $\vec{v}_B$–Vektorspitzen?

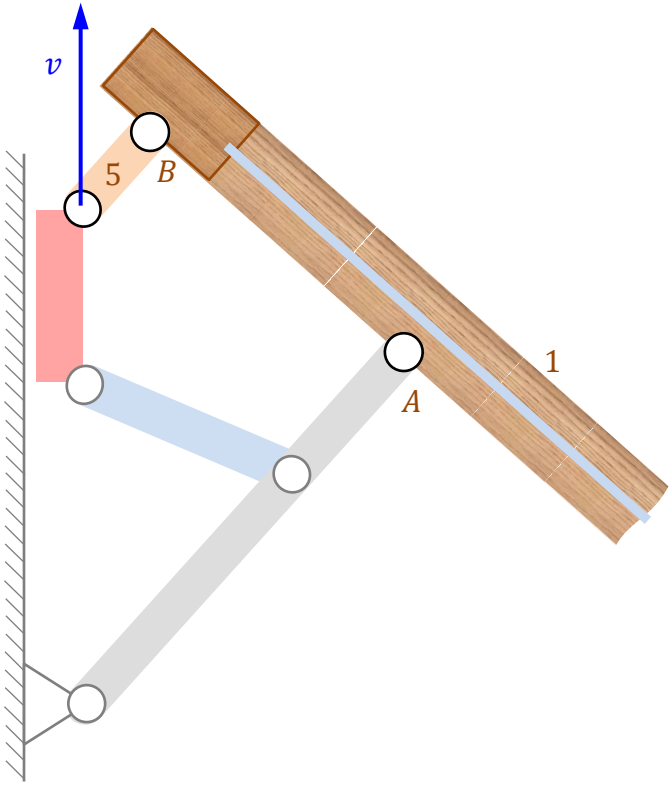
☐ ☐





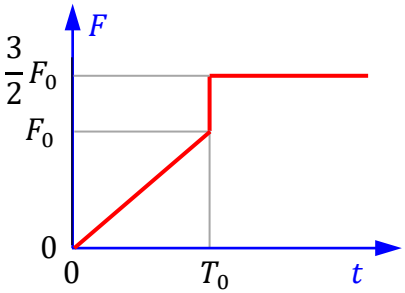
f) Übertragen Sie die Geschwindigkeiten $\vec{v}_A$ der Teilaufgabe c) in nebenstehende Zeichnung, konstruieren Sie getrennt voneinander mögliche $\vec{v}_B$-Spitzen auf der Basis von Fenster 1 bzw. Hebel 5, und daraus die gemeinsame Gelenkgeschwindigkeit $\vec{v}_B$.

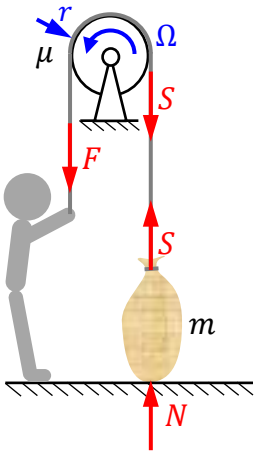
g) Konstruieren Sie damit in nebenstehender Skizze den Momentanpol P_1 des Fensters.



Aufgabe 2 (14 Punkte)

In einer alten Mühle wird ein Seil über eine angetriebene Welle (Durchmesser $2r$, Winkelgeschwindigkeit Ω, Gleitreibungskoeffizient μ) geführt, um eine Last (Masse m) zu heben. Dazu wird am anderen Ende des Seils die Kraft F linear gesteigert, bis die Last zum Zeitpunkt T_0 abhebt. Anschließend wird die Kraft um 50% erhöht und konstant gehalten.





a) Zunächst wird der Zeitraum $t \in [0, T_0)$ betrachtet, in dem der als starr betrachtete Sack noch auf dem Boden steht. Welches Verhältnis von Seilkraft zu Zugkraft ergibt sich aus der Seilreibung?

$\frac{S}{F} =$

_ _ _ _ _ _ _ _

b) Welche Normalkraft ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht unter Berücksichtigung von Teilaufgabe a)?

$N =$

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _

c) Bei welcher Kraft $F = F_0$ hebt der Sack vom Boden ab?

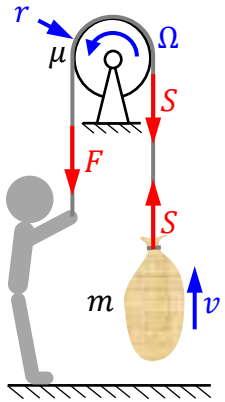
$F_0 =$

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _

d) Nachdem der Sack abgehoben hat, wird er mit zunehmender Geschwindigkeit nach oben bewegt. Bei welcher Geschwindigkeit $v = v_0$ synchronisiert er mit der drehenden Welle, so dass kein Gleiten des Seils mehr auftritt?

$v_0 =$

_ _ _ _ _ _ _



e) Formulieren Sie den Impulssatz für den beschleunigten Sack zunächst mit der Seilkraft S.

$m\dot{v} =$

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

f) Welche Beschleunigung $\dot{v} = a_0$ ergibt sich daraus für $F = 3F_0/2$ unter Berücksichtigung der Gleitreibung entsprechend Teilaufgabe a) und der Kraft F_0 entsprechend Teilaufgabe c)?

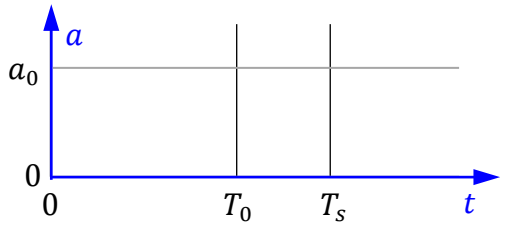
☐ $a_0 = g(e^{\mu\pi} + 1)$ ☐ $a_0 = g$ ☐ $a_0 = g/2$

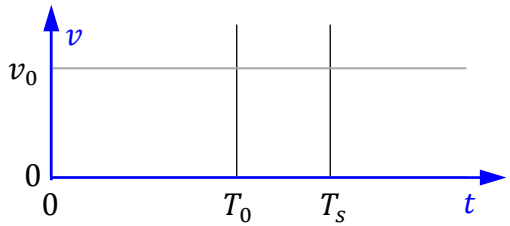
g) Wie lange dauert es, bis sich Hub- und Wellengeschwindigkeit zum Zeitpunkt T_s synchronisiert haben?

$T_s = T_0 +$

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

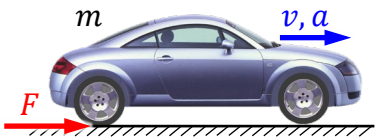
h) Zeichnen Sie Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsverläufe.





Aufgabe 3 (14 Punkte)

Ein Fahrzeug (Masse m) beschleunigt bei der Geschwindigkeit v mit der Beschleunigung a. Luft- und Rollwiderstand werden vernachlässigt.



a) Wie groß sind dabei die aktuelle Antriebskraft und Antriebsleistung?

$F =$ _____ , $P =$ _____

b) Welche Beschleunigung ergibt sich für ein Elektrofahrzeug, das im gesamten Geschwindigkeitsbereich mit der konstanten Leistung $P = P_0$ beschleunigt werden kann?

☐ $a(v) = P_0 m v$ ☐ $a(v) = \frac{P_0 m}{v}$ ☐ $a(v) = \frac{P_0}{m v}$

c) Wie entwickelt sich dabei der zurückgelegte Weg, wenn das Fahrzeug mit der konstanten Leistung P_0 aus der Ruhe heraus beschleunigt wird?

$$s(v) = \int_0^v _____ \, \mathrm{d}\bar{v} = _____$$

d) Welche Zeit vergeht, bis dieses Fahrzeug eine vorgegebene Geschwindigkeit v erreicht?

$$t(v) = \int_0^v _____ \, \mathrm{d}\bar{v} = _____$$

e) Welche Geschwindigkeit hat dieses Fahrzeug, nachdem es den Weg s zurückgelegt hat?

☐ $v(s) = \sqrt[3]{\frac{3P_0 m}{s}}$ ☐ $v(s) = \sqrt[3]{\frac{P_0 s}{m}}$ ☐ $v(s) = \sqrt[3]{\frac{3P_0 s}{m}}$

f) Wie groß ist die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs mit einer Masse von $m = 1000\ \mathrm{kg}$ und einer konstanten Antriebsleistung von $P_0 = 100\ \mathrm{kW}$ nach einer Wegstrecke von $s = 200\ \mathrm{m}$, und wie lange benötigt das Fahrzeug dafür?

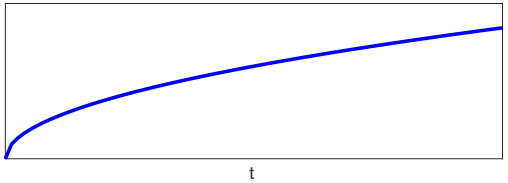
☐ $v = 97\ \mathrm{km/h}$ ☐ $t = 5.7\ \mathrm{s}$

☐ $v = 141\ \mathrm{km/h}$ ☐ $t = 6.7\ \mathrm{s}$

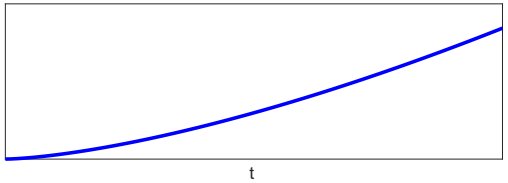
☐ $v = 152\ \mathrm{km/h}$ ☐ $t = 7.7\ \mathrm{s}$

g) Ordnen Sie folgenden Diagrammen die entsprechende physikalische Größe zu.

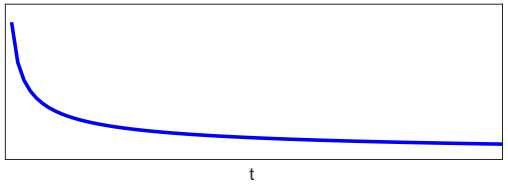
☐ s ☐ v ☐ a



☐ s ☐ v ☐ a



☐ s ☐ v ☐ a



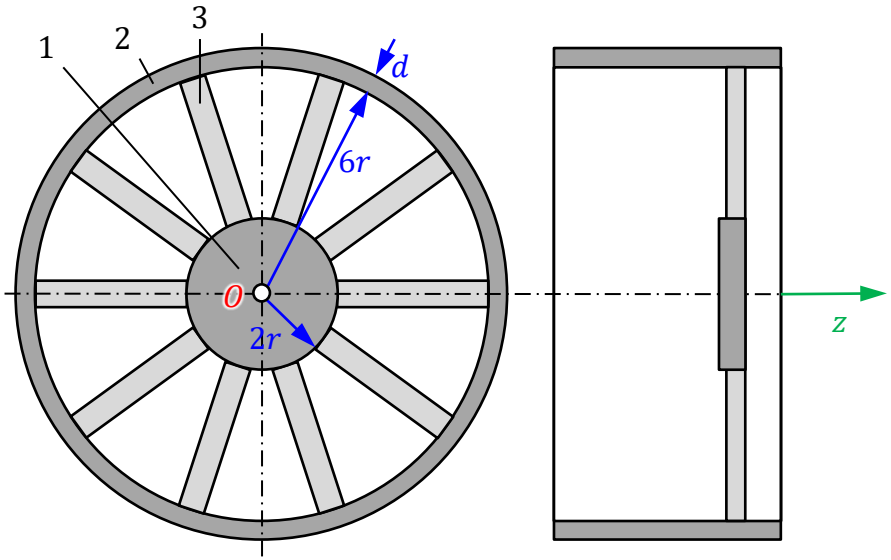
h) Warum ist die dargestellte Beschleunigung technisch unrealistisch?

_____

_____

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Eine Alufelge besteht aus der zentralen Befestigungsscheibe 1 (Masse m_1, Durchmesser $4r$), dem Felgenreifen 2 (Masse m_2, Innendurchmesser $12r$, Dicke d) und zehn Speichen 3 (jeweils Masse m_3). Das Massenverhältnis dieser Teile ist $m_1 : m_2 : m_3 = 20 : 50 : 3$. Im Folgenden soll das Massenträgheitsmoment I_{zO} der Felge bzgl. der z-Achse durch Mittelpunkt O abgeschätzt werden.



a) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment der zentralen **Befestigungsscheibe 1** bzgl. der z-Achse durch O?

$$\frac{I_{z1}}{m_1} = \underline{\qquad\qquad}$$

b) Der **Felgenreifen 2** kann wegen $d \ll 6r$ als Zylinderschale mit Radius $6r$ betrachtet werden. Bestimmen Sie sein Massenträgheitsmoment bzgl. der z-Achse durch O.

$$\frac{I_{z2}}{m_2} = \underline{\qquad\qquad}$$

c) Die Speichen können als dünne homogene Stäbe betrachtet werden. Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment einer **einzelnen Speiche 3** bzgl. der z-Achse durch O. Geben Sie als Zwischenschritt das Trägheitsmoment bzgl. des individuellen Stabschwerpunkts C_3 und den Steiner-Anteil getrennt an.

$$\frac{I_{z3}}{m_3} = \underbrace{\qquad\qquad}_{I_z/m_3 \text{ bzgl. } C_3} + \underbrace{\qquad\qquad}_{Steiner-Anteil} = \underline{\qquad\qquad}$$

d) Wie groß ist der Anteil der Teilmassen m_i an der Gesamtmasse m?

$$\frac{m_1}{m} = \underline{\qquad\qquad}, \quad \frac{m_2}{m} = \underline{\qquad\qquad}, \quad \frac{m_3}{m} = \underline{\qquad\qquad}$$

e) Wie berechnet sich aus obigen Zwischenergebnissen das Massenträgheitsmoment I_O der gesamten Felge?

☐ $\frac{I_{zO}}{m} = \frac{I_{z1}}{m_1} + \frac{I_{z2}}{m_2} + \frac{I_{z3}}{m_3}$

☐ $\frac{I_{zO}}{m} = \frac{I_{z1}}{m_1} + \frac{I_{z2}}{m_2} + 10\,\frac{I_{z3}}{m_3}$

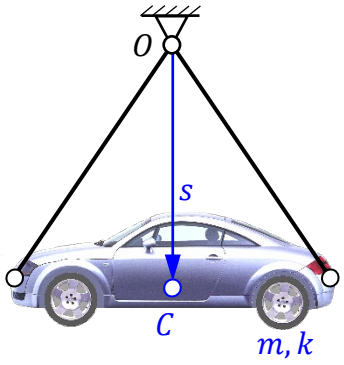
☐ $\frac{I_{zO}}{m} = \frac{I_{z1}}{m_1}\frac{m_1}{m} + \frac{I_{z2}}{m_2}\frac{m_2}{m} + 10\,\frac{I_{z3}}{m_3}\frac{m_3}{m}$

f) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment I_O der gesamten Felge?

☐ $I_{zO} = 23.6\,mr^2$ ☐ $I_{zO} = 36\,mr^2$ ☐ $I_{zO} = 36.3\,mr^2$

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Um das Trägkeitsmoment $I_C = mk^2$ eines Körpers (Masse m) experimentell zu ermitteln, kann man ihn pendelnd aufhängen. Seine Pendelfrequenz hängt dann allerdings von der Pendellänge s ab.



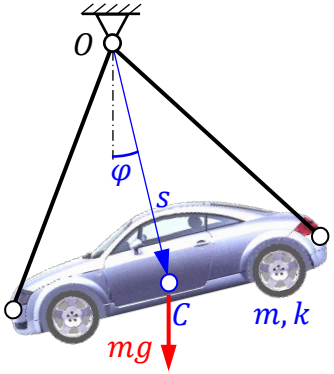
a) Wie nennt man k?

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

b) Wie groß ist das Trägheitsmoment bzgl. des Aufhängepunkts?

$I_O =$ _ _ _ _ _ _ _ _

c) Formulieren Sie den Drallsatz bzgl. des Aufhängepunkts O für kleine Pendelwinkel $\varphi \ll 1$.



$\ddot{\varphi} =$

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

d) Wie groß ist das Quadrat der Pendelkreisfrequenz der linearisierten Schwingungsgleichung $\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0$ und wie lässt sich daraus k^2 gewinnen?

$\omega_0^2 =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ $\rightarrow$ $k^2 =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

e) Wie kann man ω_0^2 experimentell gewinnen?

☐ *Periode T stoppen und* $\omega_0^2 = (2\pi/T)^2$ *berechnen*

☐ *Periode T stoppen und* $\omega_0^2 = (2\pi/T)$ *berechnen*

☐ *Periode T stoppen und* $\omega_0^2 = 2\pi T$ *berechnen*

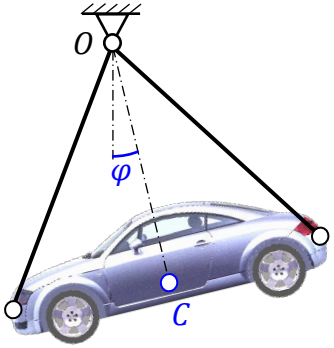
f) Welche Schätzung ergibt sich damit für das Trägheitsmoment?

☐ $I_C = \dfrac{mg}{\omega_0^2} - s^2$ ☐ $I_C = \dfrac{mgs}{\omega_0^2}$ ☐ $I_C = ms\left(\dfrac{g}{\omega_0^2} - s\right)$

Aufgabe 6 (14 Punkte)

Durch Dämpfung ergibt sich für die Pendelschwingung in Aufgabe 5

$$\varphi(t) = \frac{1}{2} e^{-t/4} \sin \frac{5\pi}{2} t \ .$$



a) Wie groß sind Schwingungskreisfrequenz ω, Periode T, Dämpfung δ, und ungedämpfte Kreisfrequenz ω_0?

$\omega =$ _____ , $T =$ _____

$\delta =$ _____ , $\omega_0 =$ _____

b) Welcher Teil der Funktion $\varphi(t)$ beschreibt die obere Hüllkurve $\hat{\varphi}(t)$ der Schwingung? Bestimmen Sie zugehörige Funktionswerte.

☐ $\hat{\varphi} = \frac{1}{2}$ ☐ $\hat{\varphi} = \frac{1}{2} e^{-t/4}$ ☐ $\hat{\varphi} = \sin \frac{5\pi}{2} t$ ☐ $\hat{\varphi} = \frac{5\pi}{2} t$

$\rightarrow \hat{\varphi}(0) =$ _____ , $\hat{\varphi}(1) =$ _____ , $\hat{\varphi}(2) =$ _____

c) Zeichnen Sie in nebenstehendes Diagramm zunächst die obere Hüllkurve der Schwingung $\varphi(t)$ ein und ergänzen Sie dann die untere Hüllkurve.

d) Tragen Sie zusätzlich die Nullstellen $\varphi(t) = 0$ ein.

e) Markieren Sie die Berührpunkte von $\varphi(t)$ mit den beiden Hüllkurven.

f) Skizzieren Sie schließlich die Schwingung $\varphi(t)$.

g) Wie sahen die Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$ aus?

☐ *nur Anfangsauslenkung*

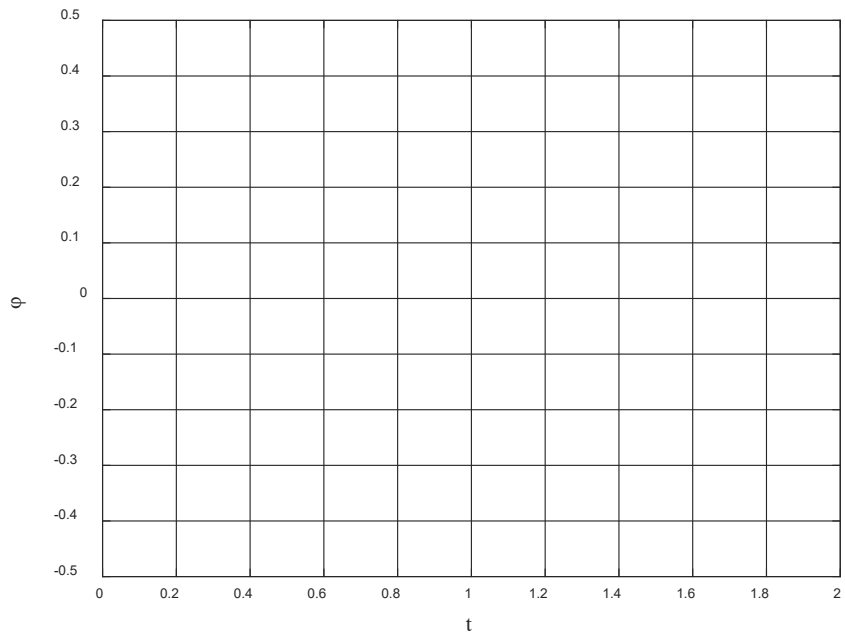
☐ *nur Anfangsgeschwindigkeit*

☐ *beides ungleich Null*

h) Durch welche Differentialgleichung wird die Schwingung beschrieben?

☐ $\ddot{\varphi} - \frac{1}{4}\dot{\varphi} + \left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 \varphi = 0$ ☐ $\ddot{\varphi} + \frac{1}{4}\dot{\varphi} + \left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 \varphi = 0$

☐ $\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}\dot{\varphi} + 61.75\, \varphi = 0$ ☐ $\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}\dot{\varphi} + 7.86\, \varphi = 0$



ENDE