Prüfungsklausur Technische Mechanik II

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

1. Die Prüfung umfasst 6 Aufgaben auf 7 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

.....
(Unterschrift)

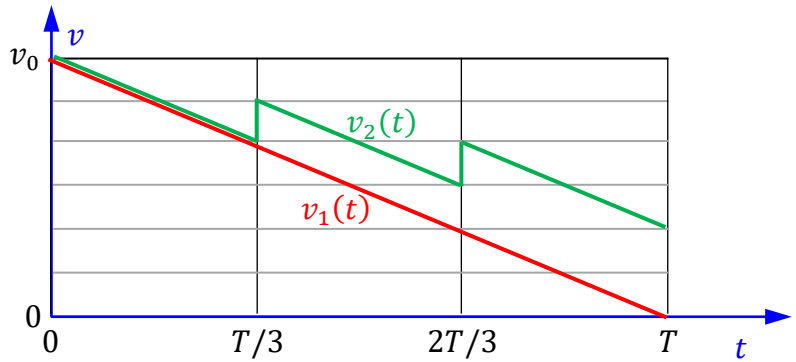
Gesamtpunktzahl:	72
zum Bestehen erforderlich:	36

Punkte	Note	

Aufgabe 1 (20 Punkte)

Im Montafon befindet sich der längste Skitunnel der Welt. Um den Gleitwiderstand zu kompensieren, hat dieser eine leichte Neigung nach unten.

a) Ein Snowboardfahrer (Masse m), der sich lediglich treiben lassen kann, fährt mit der Geschwindigkeit v_0 in den Tunnel ein und erreicht zum Zeitpunkt T gerade noch das Tunnelende (roter Verlauf $v_1(t)$).



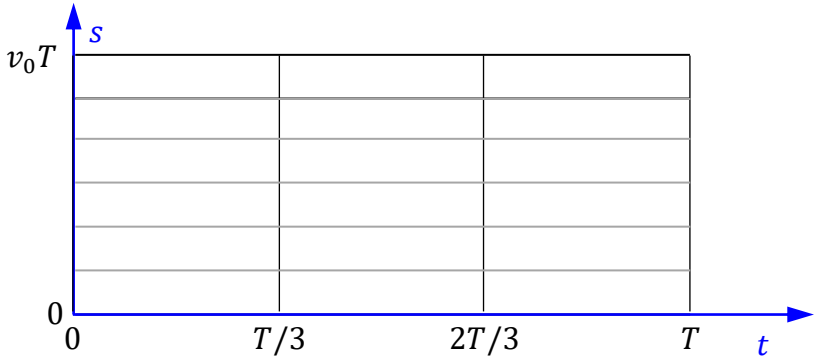
Beschreiben Sie den roten Geschwindigkeitsverlauf formelmäßig und berechnen Sie die daraus resultierende Beschleunigung.

$v_1(t) =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ $\rightarrow a_1(t) =$ _ _ _ _ _ _

b) Welches Weg-Zeit-Verhalten ergibt sich daraus für $s_1(0) = 0$ und wie lange ist der Tunnel?

$s_1(t) =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ $\rightarrow L = s_1(T) =$ _ _ _ _ _ _

c) Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Verhalten $s_1(t)$ des Snowboardfahrers.



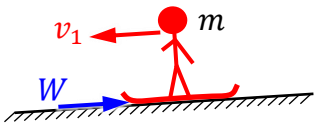
d) Wie lange braucht der Snowboardfahrer (Masse $m = 95.7$ kg), um mit einer Einfahrgeschwindigkeit $v_0 = 56.4$ km/h das Ende des $L = 470$ m langen Tunnels zu erreichen, und wie groß ist die resultierende Widerstandskraft W aus Hangabtrieb und Gleitwiderstand?

Formeln: $T =$ _____ , $W =$ _____

Werte: ☐ $T = 47$ s ☐ $W = 25$ N

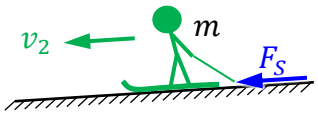
☐ $T = 60$ s ☐ $W = 55$ N

☐ $T = 92$ s ☐ $W = 75$ N



e) Parallel fährt ein Skifahrer (gleiche Masse $m = 95.7$ kg) mit gleicher Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 56.4$ km/h ein. Ihm geht das pure Gleiten zu langsam, weshalb er zweimal durch kurzen Stockeinsatz (Stoßzeit $\Delta t = 0.5$ s) seine Geschwindigkeit jeweils um $\Delta v = v_0/6$ erhöht (grüne Linie $v_2(t)$ in Teilaufgabe a). Wie groß ist die mittlere Stoßkraft F_S?

Formel $F_S =$ _____



Wert: ☐ $F_S = 50$ N ☐ $F_S = 250$ N ☐ $F_S = 500$ N

f) Beschreiben Sie den Geschwindigkeitsverlauf des Skifahrers (grüne Linie $v_2(t)$ in Teilaufgabe a) mithilfe der Föppl-Symbolik.

$v_2(t) =$ _____

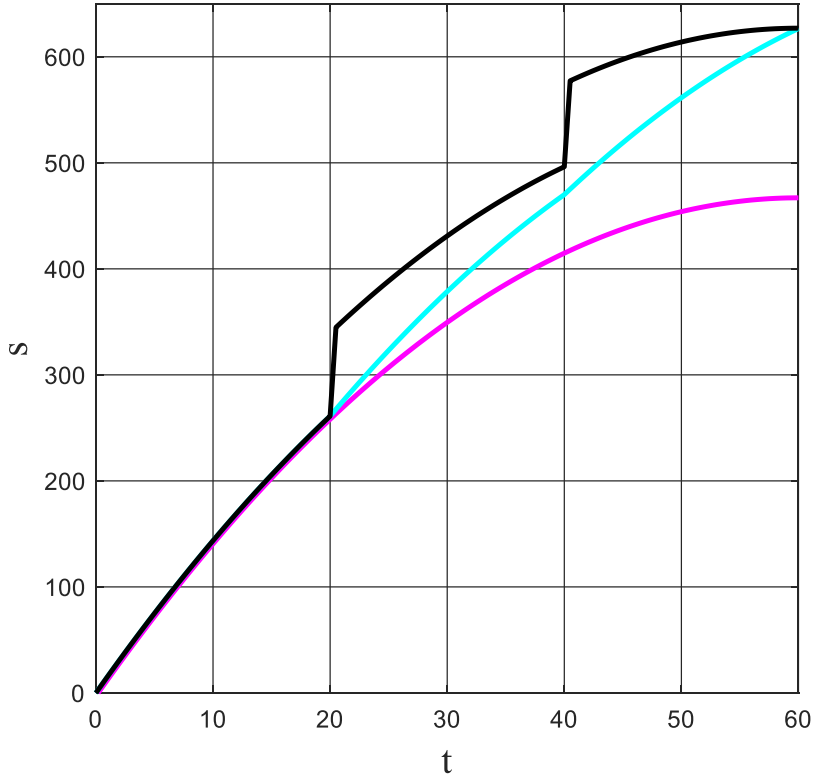
g) Berechnen Sie den zugehörigen Wegverlauf mit $s_2(0) = 0$.

$s_2(t) =$ _____

h) Das Diagramm zeigt für obige Werte das Weg-Zeit-Verhalten von Snowboardfahrer und Skifahrer. Welche Kurve repräsentiert welches Verhalten?

Snowboardfahrer ☐ *schwarz* ☐ *cyan* ☐ *magenta*

Skifahrer ☐ *schwarz* ☐ *cyan* ☐ *magenta*

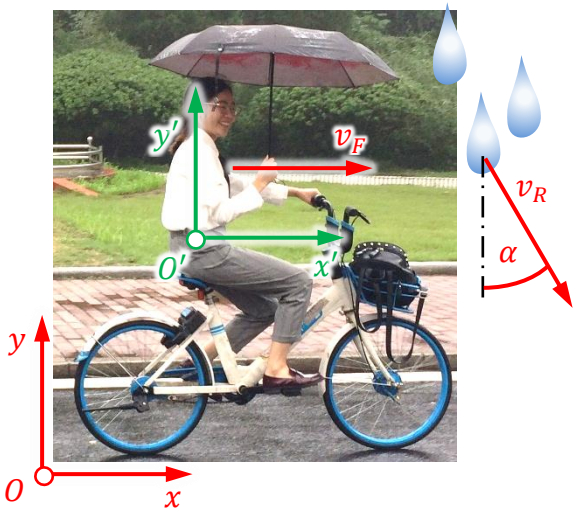


i) Wie groß ist die Zeitersparnis ΔT des Skifahrers durch Stockeinsatz beim Erreichen des Tunnelendes?

$\Delta T =$ _ _ _ _ _ _ _ _

Aufgabe 2 (7 Punkte)

In China fährt man bei Regen (absolute Fallgeschwindigkeit v_R, Winkel α) üblicherweise Fahrrad mit Schirm (Geschwindigkeit v_F). Für die Rechnung wird einerseits das Inertialsystem $K\{O, x, y, z\}$, andererseits das fahrradfeste Koordinatensystem $K'\{O', x', y', z'\}$ verwendet.



a) Wie lautet der allgemeine Zusammenhang zwischen der Absolutgeschwindigkeit $\vec{v}$ gegenüber dem Inertialsystem und der Relativgeschwindigkeit $\vec{v}'$ gegenüber einem bewegten Koordinatensystem?

☐ $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{O'} - \vec{\omega} \times \vec{r}'$ ☐ $\vec{v} = -\vec{v}' + \vec{v}_{O'} - \vec{\omega} \times \vec{r}'$

☐ $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_{O'} - \vec{\omega} \times \vec{r}'$ ☐ $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \times \vec{r}'$

b) Welcher Zusammenhang ergibt sich hiermit zwischen absoluter Regengeschwindigkeit $\vec{v}_R$ und Relativgeschwindigkeit $\vec{v}'_R$ des Regens gegenüber dem Fahrrad?

$\vec{v}'_R = \vec{v}_R$ _ _ _ _ _ _

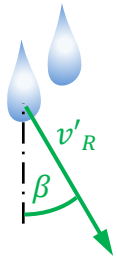
c) Stellen Sie die absolute Regengeschwindigkeit $\vec{v}_R$ sowie die Ursprungsgeschwindigkeit $\vec{v}_{O'}$, jeweils in K' dar.

$$\boldsymbol{v}_{R,K'} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_{O',K'} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

d) Welche Relativgeschwindigkeit ergibt sich damit aus Teilaufgabe b)?

$$\boldsymbol{v}'_{R,K'} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

e) Bestimmen Sie den Fallwinkel der Relativgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}'_{R,K'}$, welche die Fahrradfahrerin sieht.



$\beta = \text{atan}$ _ _ _ _ _ _ _ _

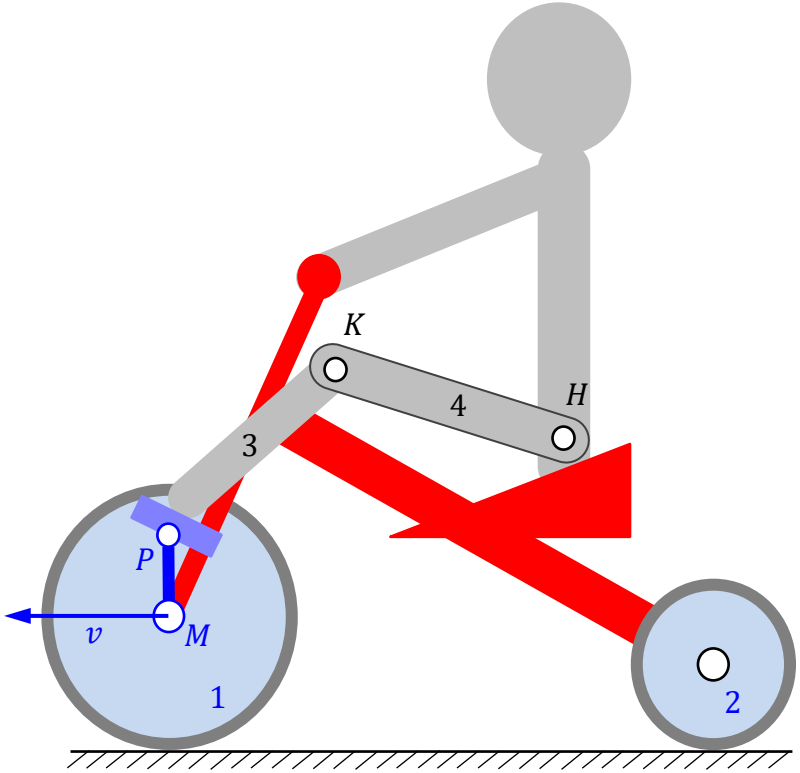
f) Wie schnell muss die Fahrradfahrerin sein, damit sie nicht nass wird, d.h. $\beta = 0$ erzielt?

$v_F =$ _ _ _ _ _ _ _ _

Aufgabe 3 (12 Punkte)

Ein Kind fährt auf einem roten Dreirad, indem es auf das Pedal P drückt, das über die Kurbelwelle $\overline{MP}$ fest mit dem Vorderrad 1 verbunden ist. Das Dreirad erhält dadurch die Geschwindigkeit v. Unterschenkel 3 und Pedal bilden eine starre Einheit, so dass ein Viergelenkmechanismus $\overline{MPKH}$ entsteht.

a) Zeichnen Sie die Momentanpole P_1 und P_2 von Vorderrad 1 und Hinterrad 2 ein.



b) Zeichnen Sie die Geschwindigkeit des Hüftgelenks H ein, das sich relativ zum Dreiradrahmen nicht bewegt.

c) Konstruieren Sie die Geschwindigkeit des Pedalpunktes P, der sich relativ zum Vorderrad nicht bewegt.

d) Um die Geschwindigkeit des Knies konstruieren zu können, bedarf es einer Vorüberlegung zur Starrkörperkinematik. Wie ergibt sich die Geschwindigkeit $\vec{v}_B$ eines Punktes B aus der Geschwindigkeit $\vec{v}_A$ eines Referenzpunktes A und der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ des starren Körpers?

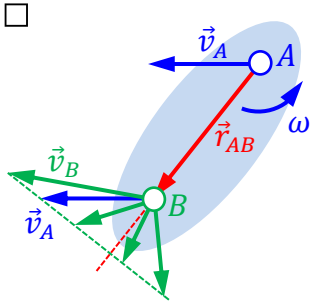
☐ $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AB}$

☐ $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{r}_{AB} \times \vec{\omega}$

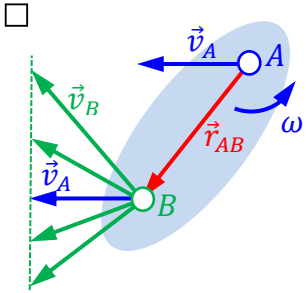
☐ $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \cdot \vec{r}_{AB}$

e) Was bedeutet dies geometrisch für den Ort aller $\vec{v}_B$–Vektorspitzen?

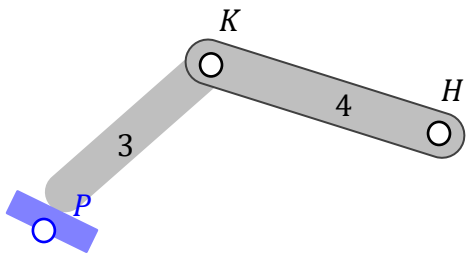
☐



☐



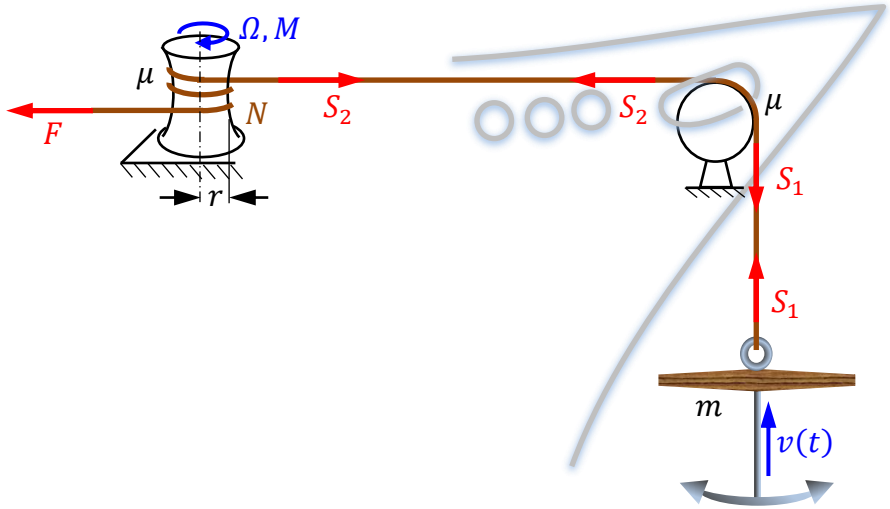
f) Übertragen Sie die Pedal- und Hüftgelenkgeschwindigkeiten in folgende Zeichnung, konstruieren Sie getrennt voneinander mögliche $\vec{v}_K$-Spitzen auf der Basis von Unterschenkel 3 bzw. Oberschenkel 4, und daraus die gemeinsame Kniegeschwindigkeit $\vec{v}_K$.



g) Übertragen Sie die Kniegeschwindigkeit in die Ausgangszeichnung und konstruieren Sie damit die Momentanpole P_3 und P_4 von Unterschenkel 3 und Oberschenkel 4.

Aufgabe 4 (11 Punkte)

Um den Anker (Masse m) einzuholen, führt man das Tau zunächst durch die Bordwand über eine feststehende Rolle (Gleitreibungskoeffizient μ) und legt es dann N mal um eine drehende Walze (Radius r, konstante Winkelgeschwindigkeit Ω, Gleitreibungskoeffizient μ), das sogenannte Spill. Am Tauende zieht man mit der Kraft F und der veränderlichen Geschwindigkeit $v(t)$.



a) Bei welcher Geschwindigkeit $v = v_0$ synchronisiert das drehende Spill mit dem Tau, so dass kein Gleiten mehr auftritt?

$v_0 =$ _ _ _ _ _ _ _

b) Formulieren Sie den Impulssatz für den Anker und bestimmen Sie daraus die Seilkraft zum Heben des Ankers?

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ $\Rightarrow S_1 =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Impulssatz

c) Wie verändert sich für $v > 0$ die Kraft im Tau durch die Seilreibung der feststehenden Rolle?

$\frac{S_2}{S_1} =$ _ _ _ _ _ _ _ _

d) Welche Kraftveränderung tritt für $v < v_0$ durch die Seilreibung am Spill auf?

$\frac{F}{S_2} =$ _ _ _ _ _ _ _ _

e) Welche Kraft ist unter Berücksichtigung obiger Beziehungen nötig, um den Anker mit einer vorgegebenen Geschwindigkeit $0 < v(t) < v_0$ zu heben?

$F =$ _

f) Welches Ergebnis findet man speziell für eine konstante Geschwindigkeit in diesem Bereich?

☐ $F = mg\, e^{\mu N 2\pi}$ ☐ $F = mg\, e^{-\mu N 2\pi}$

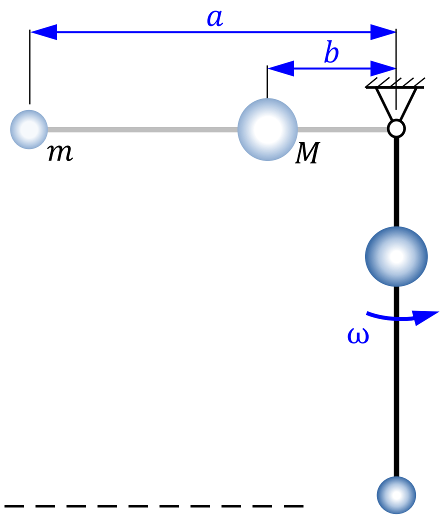
☐ $F = mg\, e^{\mu\pi\left(2N-\frac{1}{2}\right)}$ ☐ $F = mg\, e^{\mu\pi\left(\frac{1}{2}-2N\right)}$

g) Welches Moment M ist dabei durch das Spill aufzubringen?

$\frac{M}{rF} =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Aufgabe 5 (11 Punkte)

An einem masselosen Stab sind zwei Punktmassen m und M in den Abständen a und b angebracht. Der Stab wird aus der Ruhe in horizontaler Lage losgelassen (Zustand 1) und schwingt reibungsfrei in die vertikale Lage (Zustand 2), wo er die Winkelgeschwindigkeit ω erreicht.



a) Wie groß sind die potentiellen Energien des Systems in den beiden Zuständen?

$U_1 =$ _________ , $U_2 =$ ___________

b) Wie groß ist die kinetische Energie des Systems in den beiden Zuständen?

$T_1 =$ _________ , $T_2 =$ _______________

c) Formulieren Sie den Energiesatz für den Übergang zwischen beiden Zuständen.

____

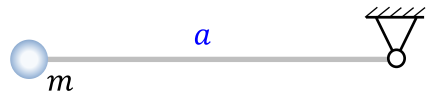
d) Vereinfachend werden das Massenverhältnis $\mu = M/m$ und das Längenverhältnis $\lambda = b/a$ eingeführt. Wie groß ist damit die Winkelgeschwindigkeit im Zustand 2?

☐ $\omega = \sqrt{\frac{2g}{a}}\sqrt{\frac{1+\mu}{1+\lambda}}$ ☐ $\omega = \sqrt{\frac{2g}{a}}\sqrt{\frac{1+\lambda}{1+\mu}}$

☐ $\omega = \sqrt{\frac{2g}{a}}\sqrt{\frac{1+\mu}{1+\lambda^2}}$ ☐ $\omega = \sqrt{\frac{2g}{a}}\sqrt{\frac{1+\mu\lambda}{1+\mu\lambda^2}}$

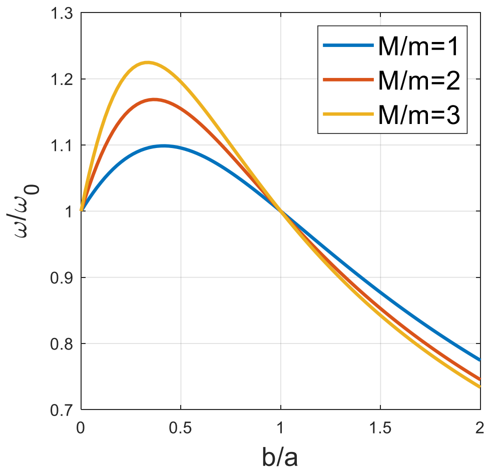
e) Welche Winkelgeschwindigkeit ω_0 erreicht ein Punktpendel mit nur der Masse m und Pendellänge a, d.h. $M = 0$, im Zustand 2?

$\omega_0 =$ _________



f) Das Diagramm zeigt das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten von Zweimassenpendel und Punktpendel. In welchem Längenbereich kann die Winkelgeschwindigkeit durch die Zusatzmasse M erhöht werden?

$\lambda \in [$ ____ , ____ $]$



g) Welche Massenverhältnisse sind in diesem Bereich für eine Erhöhung der Winkelgeschwindigkeit besonders günstig?

☐ *μ möglichst groß* ☐ *μ möglichst klein* ☐ *μ unerheblich*

h) Warum erreicht man für $\lambda = 0$ und $\lambda = 1$ keine Geschwindigkeitssteigerung?

$\lambda = 0$:

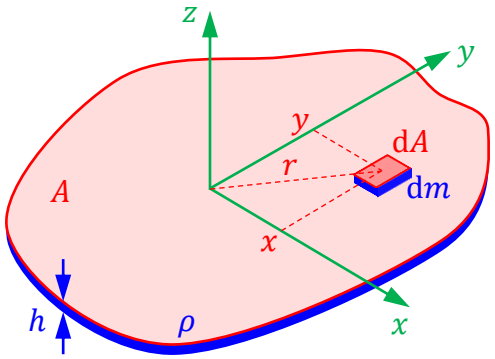
____

$\lambda = 1$:

____

Aufgabe 6 (11 Punkte)

Im Folgenden soll ein Zusammenhang zwischen **Flächen-** und **Massen**trägheitsmomenten hergestellt werden. Dazu wird eine Platte (Dichte ρ) mit konstanter Dicke h und beliebiger Form mit Flächeninhalt A betrachtet.



a) Wie sind axiale **Flächen**trägheitsmomente einer Fläche bzgl. x- und y-Achse sowie das polare Flächenträgheitsmoment allgemein definiert?

$I_x^A =$ _____ , $I_y^A =$ _____ , $I_p \equiv I_z^A =$ _____

b) Wie ist das axiale **Massen**trägheitsmoment bzgl. der z-Achse definiert?

$I_z^m =$ _____

c) Welcher Zusammenhang besteht zwischen **Masse** und **Fläche** der Platte?

$\frac{dm}{dA} =$ _____ $\rightarrow \frac{m}{A} =$ _____

d) Formen Sie damit das axiale Massenträgheitsmoment bzgl. der z-Achse I_z^m in das polare Flächenträgheitsmoment I_z^A um.

$I_z^m = \int r^2$ _____ $=$ _____ $\int r^2 \, \mathrm{d}A$

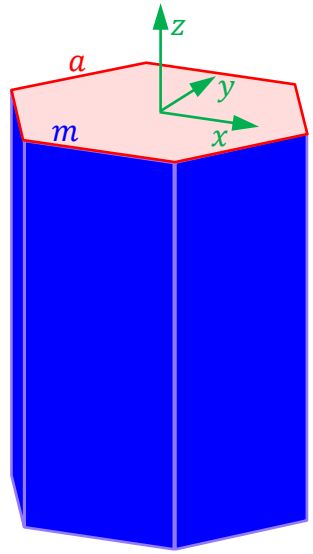
e) Welcher Zusammenhang besteht damit zwischen **Flächen-** und **Massen**trägheitsmomenten?

☐ $\frac{I_z^m}{I_z^A} = mA$ ☐ $\frac{I_z^m}{I_z^A} = \frac{m}{A}$ ☐ $\frac{I_z^m}{I_z^A} = \frac{A}{m}$

f) Da Tabellen zu Flächenträgheitsmomenten wesentlich umfangreicher sind als die zu Massenträgheitsmomenten, kann man sich oft die Berechnung durch Integration ersparen. Wie groß ist beispielsweise das Massenträgheitsmoment eines Sechseckprismas (Kantenlänge a, Masse m) bzgl. der z-Achse?

$A = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$

$I_x^A = I_y^A = \frac{5\sqrt{3}}{16} a^4$



$I_z^A =$ _____

$\rightarrow I_z^m =$ _____

ENDE