Prüfungsklausur Technische Mechanik II

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

1. Die Prüfung umfasst 6 Aufgaben auf 7 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

.....
(Unterschrift)

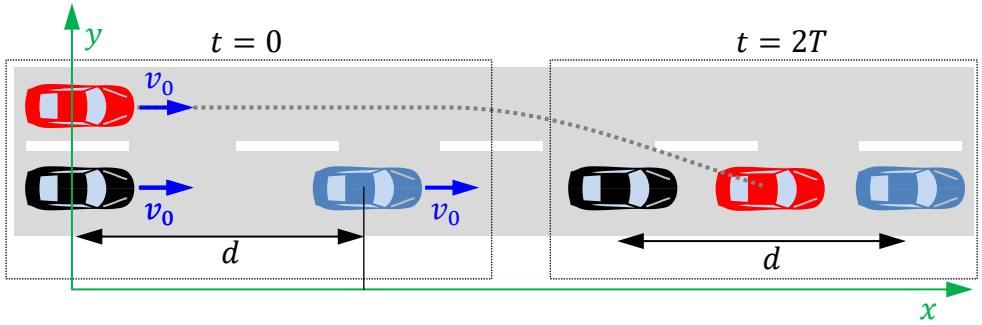
Gesamtpunktzahl:	72
zum Bestehen erforderlich:	36

Punkte	Note	

Aufgabe 1 (22 Punkte)

Zwei Fahrzeuge (**schwarz** und **blau**) fahren im Abstand d auf der rechten Autobahnspur mit konstanter Geschwindigkeit v_0. Das **rote** Fahrzeug fährt zunächst parallel zum schwarzen mit gleicher Geschwindigkeit, möchte dann jedoch zwischen den beiden anderen einscheren. Dazu beschleunigt es zuerst beginnend bei $t = 0$ mit $a_0 > 0$ und bremst anschließend mit betragsmäßig gleicher Beschleunigung wieder auf v_0 ab. Beide Teilvorgänge erstrecken sich jeweils über den Zeitraum T. Querkomponenten des Manövers werden vernachlässigt, Bezugspunkte für Wegangaben sind jeweils die Fahrzeugmitten.

a) Beschreiben Sie die Wegverläufe des **schwarzen** und **blauen** Fahrzeugs.



$x_{schwarz}(t) =$ _____ , $x_{blau}(t) =$ _____

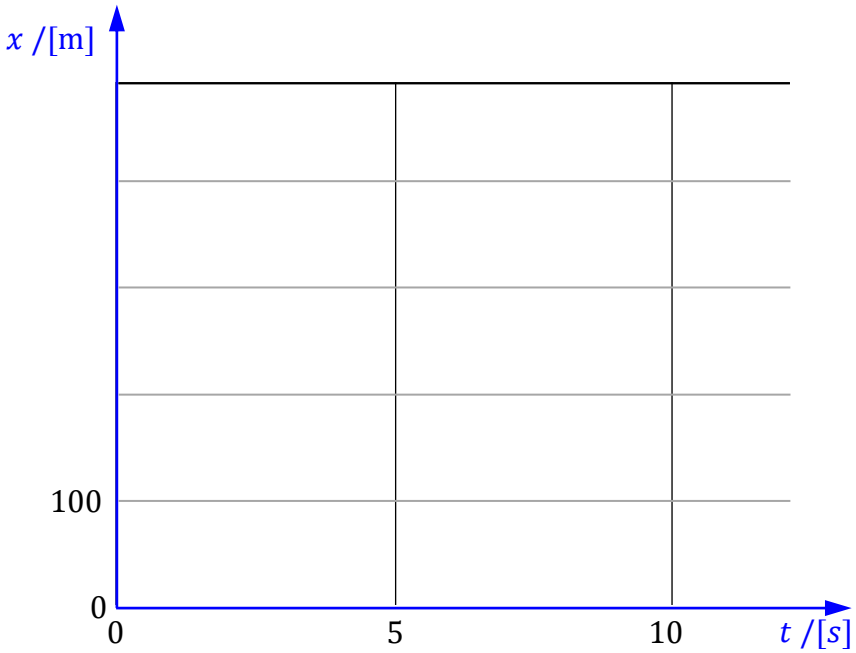
b) Beschreiben Sie Beschleunigungs-, Geschwindigkeits- und Wegverläufe des **roten** Fahrzeugs mithilfe der Föppl-Symbolik **inkl. der Fahrt mit v_0 nach dem Einscheren** für $t > 2T$.

$a_{rot}(t) =$ _____

$v_{rot}(t) =$ _____

$x_{rot}(t) =$ _____

c) Zeichnen Sie zunächst die Wegverläufe des **schwarzen** und **blauen** Fahrzeugs für $T = 5\ \mathrm{s}$, $v_0 = 30\ \mathrm{m/s}$ und $d = 100\ \mathrm{m}$ mit den entsprechenden Fahrzeugfarben.



d) Wie groß ist am Ende des Einschermanövers der x-Abstand zwischen **rotem** und **schwarzem** Fahrzeug?

- ☐ $x_{rot}(2T) - x_{schwarz}(2T) = a_0 T$
- ☐ $x_{rot}(2T) - x_{schwarz}(2T) = 2a_0 T$
- ☐ $x_{rot}(2T) - x_{schwarz}(2T) = a_0 T^2$

e) Welche Bedingung hat das **rote** Fahrzeug nach dem Einscheren zu erfüllen, damit es weder mit dem schwarzen, noch mit dem blauen kollidiert (alle Fahrzeuge haben die Länge L)?

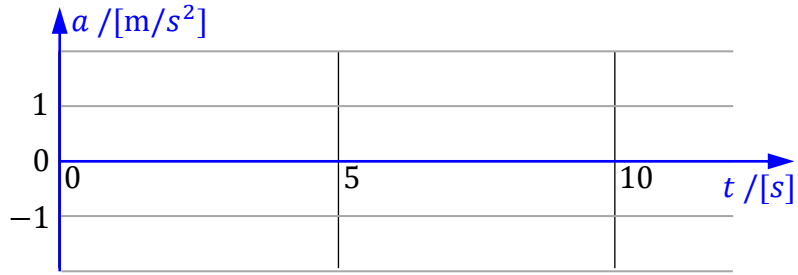
_ _ _ _ _ _ $< x_{rot}(2T) - x_{schwarz}(2T) <$ _ _ _ _ _ _

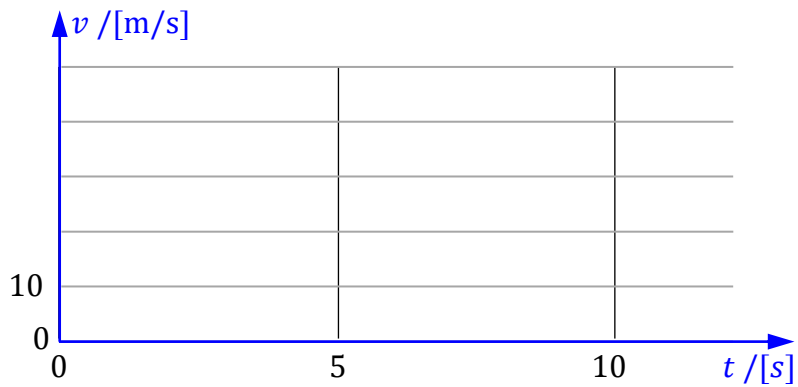
f) Wie groß muss die Beschleunigung a_0 sein, damit das **rote** Fahrzeug am Ende des Manövers exakt mittig zwischen den beiden anderen Fahrzeugen fährt?

$a_0 =$

_ _ _ _ _ _

g) Zeichnen Sie für $T = 5\ \mathrm{s}$, $v_0 = 30\ \mathrm{m/s}$ und $a_0 = 2\ \mathrm{m/s^2}$ Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsverläufe des **roten** Fahrzeugs **inkl. einer kurzen Fahrt nach dem Einscheren**.



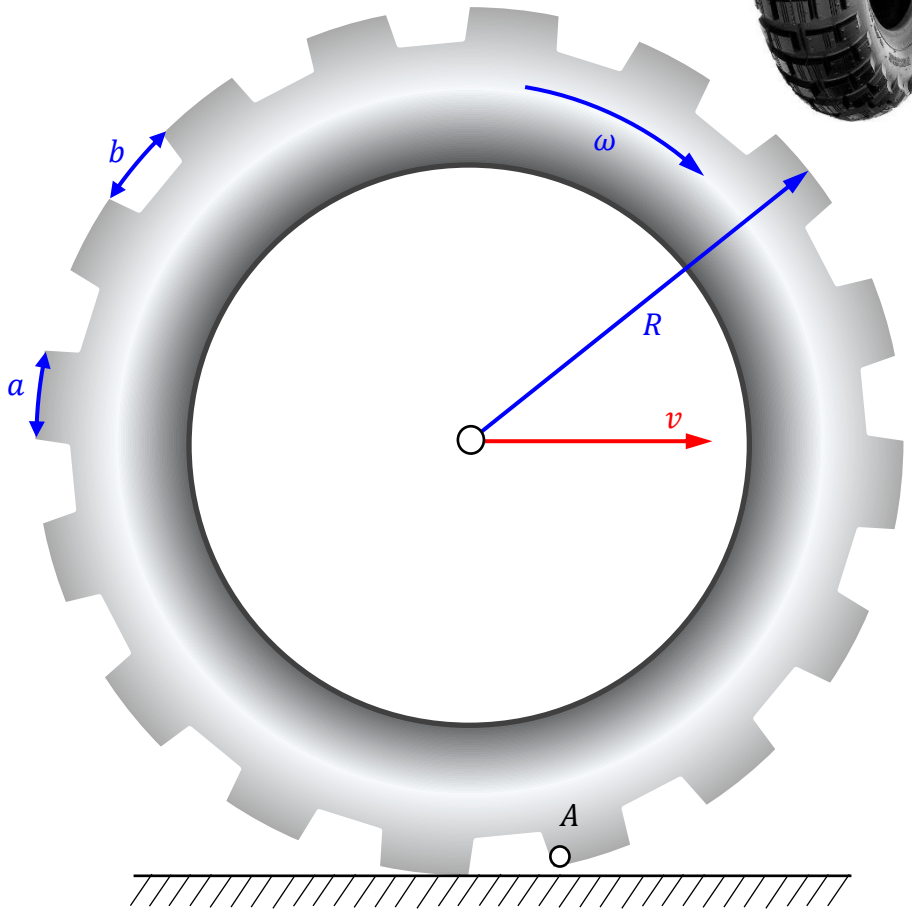


h) Zeichnen Sie den Wegverlauf des **roten** Einscherers in das obige Diagramm in Teilaufgabe c) mit ein.

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Ein grobstolliger Reifen (Radius R, Stollenbreite a, Stollenabstand b) rollt mit der Winkelgeschwindigkeit ω auf einer ebenen Straße. Er ist so hart aufgepumpt, dass er dabei seine Kreisform behält und als starrer Körper betrachtet werden kann.

a) Zeichnen Sie in der aktuellen Stellung den Momentanpol P ein.



b) Zeichen Sie die Spurkurve (SK) in grüner und die Polkurve (PK) in blauer Farbe ein und bezeichnen Sie diese (zeichnen Sie jeweils **nur** die Positionen aller Momentanpole!)

c) Konstruieren Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}_A$, mit der der Stollenpunkt A im nächsten Augenblick auf die Straße trifft.

d) Wie groß ist die Auftreffgeschwindigkeit v_A?

☐ $\frac{v_A}{v} \approx \frac{a}{b}$ ☐ $\frac{v_A}{v} \approx \frac{R}{b}$ ☐ $\frac{v_A}{v} \approx \frac{b}{R}$

e) Wie groß ist die Fahrzeuggeschwindigkeit v und wie viele Stollen hat der Reifen (Hinweis: gezeichnete Anzahl $N = 16$ ist nur symbolisch)?

$v =$ _____ , $N =$ _____

f) Wie lange braucht der Reifen für eine Umdrehung?

$T(\omega) =$ _____ *bzw.* $T(v) =$ _____

g) Bei jedem Auftreffen eines Stollens entsteht ein Geräusch. Welche Frequenz hat der entstehende Ton?

☐ $f_A = \frac{a+b}{v}$ ☐ $f_A = \frac{v}{a+b}$ ☐ $f_A = \frac{2\pi v}{a+b}$

h) Welche Frequenz ergibt sich für $a + b = 5$ cm und $v = 72$ km/h?

☐ $f_A = 100$ Hz ☐ $f_A = 200$ Hz ☐ $f_A = 400$ Hz

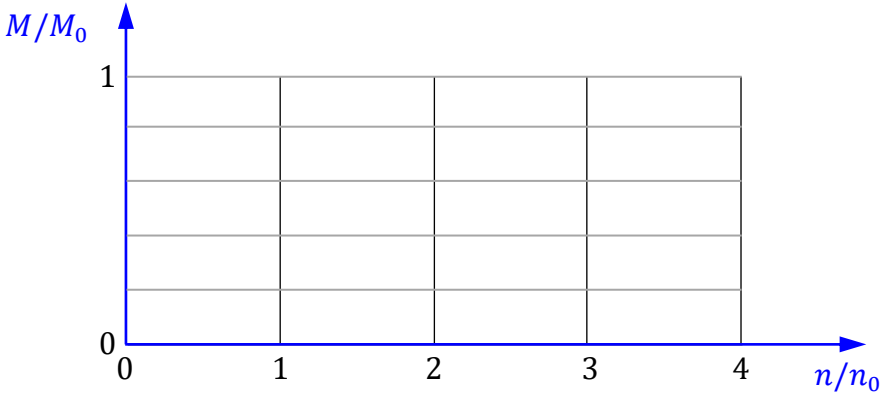
☐ $f_A = 800$ Hz ☐ $f_A = 1600$ Hz ☐ $f_A = 3200$ Hz

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Der Elektromotor eines Fahrzeug-Hybridantriebs wird unterhalb einer Drehzahl n_0 auf ein maximales Moment M_0 begrenzt und hat darüber einen hyperbelartigen Verlauf. Die Momentenkennlinie des Antriebs lautet damit in Abhängigkeit der Drehzahl n

$$M(n) = \begin{cases} M_0 & \text{für} \quad 0 \le n < n_0 \\ M_0 (n/n_0)^{-3/2} & \text{für} \quad n_0 \le n \end{cases}$$

a) Zeichnen Sie die Momentenkennlinie in normierter Darstellung



b) Wie berechnet sich die Leistung des Elektromotors?

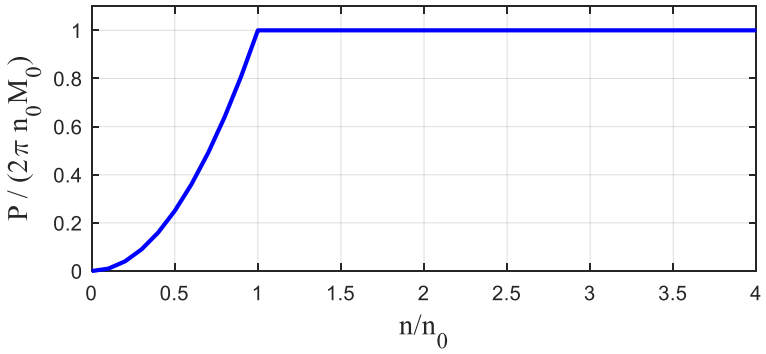
☐ $P = M \dfrac{n}{2\pi}$ ☐ $P = 2\pi n\, M$ ☐ $P = M \dfrac{2\pi}{n}$

c) Welche Leistungskennlinie ergibt sich im vorliegenden Fall?

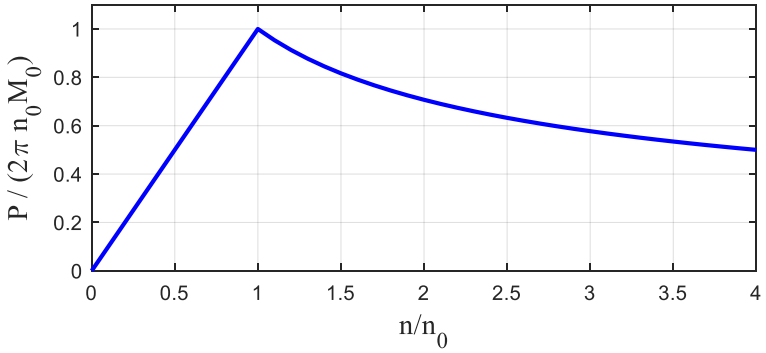
$$P(n) = \begin{cases} \text{- - - - - - - - - - - - - - -} & \text{für} \quad 0 \le n < n_0 \\ \text{- - - - - - - - - - - - - - -} & \text{für} \quad n_0 \le n \end{cases}$$

d) Wie sieht diese Leistungskennlinie im vorliegenden Fall aus?

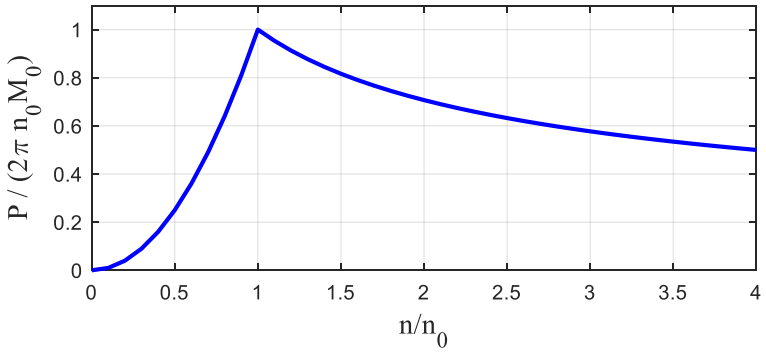
☐



☐

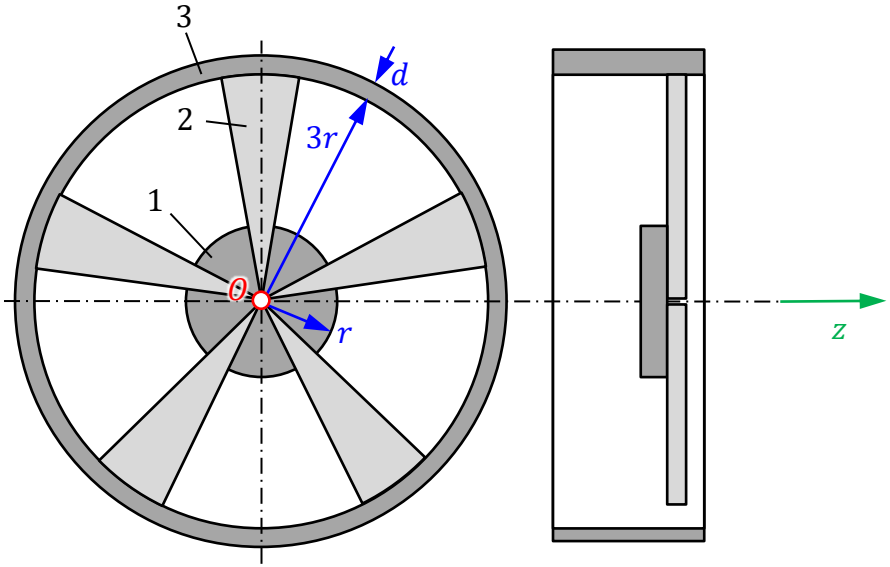


☐



Aufgabe 4 (8 Punkte)

Eine Fahrzeugfelge besteht aus einer zentralen Befestigungsscheibe 1 (Masse m_1, Durchmesser $2r$), auf die fünf Speichen 2 (jeweils Masse m_2) in Form von Zylindersegmenten aufgesetzt sind, sowie dem Felgenreifen 3 (Masse m_3, Innendurchmesser $6r$, Dicke d). Das Massenverhältnis dieser Teile ist $m_1 : m_2 : m_3 = 20 : 8 : 40$. Im Folgenden soll das Massenträgheitsmoment I_{zO} der Felge bzgl. der z-Achse durch Mittelpunkt O abgeschätzt werden.

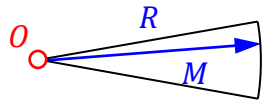


a) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment der zentralen **Befestigungsscheibe 1** bzgl. der z-Achse durch O?

$$\frac{I_{z1}}{m_1} = \underline{\qquad\qquad}$$

b) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment einer **einzelnen Speiche 2** bzgl. O?

Hinweis: $I_O = MR^2/2$



$$\frac{I_{z2}}{m_2} = \underline{\qquad\qquad}$$

c) Der **Felgenreifen 3** kann wegen $d \ll 3r$ als Zylinderschale betrachtet werden. Bestimmen Sie sein Massenträgheitsmoment bzgl. O.

$$\frac{I_{z3}}{m_3} = \underline{\qquad\qquad}$$

d) Wie groß ist der Anteil der Teilmassen m_i an der Gesamtmasse m?

$$\frac{m_1}{m} = \underline{\qquad\qquad}, \quad \frac{m_2}{m} = \underline{\qquad\qquad}, \quad \frac{m_3}{m} = \underline{\qquad\qquad}$$

e) Wie berechnet sich aus obigen Zwischenergebnissen das Massenträgheitsmoment I_O der gesamten Felge?

☐ $\frac{I_{zO}}{m} = \frac{I_{z1}}{m_1} + 5\frac{I_{z2}}{m_2} + \frac{I_{z3}}{m_3}$

☐ $\frac{I_{zO}}{m} = \frac{I_{z1}}{m_1}\frac{m_1}{m} + \frac{I_{z2}}{m_2}\frac{m_2}{m} + 5\frac{I_{z3}}{m_3}\frac{m_3}{m}$

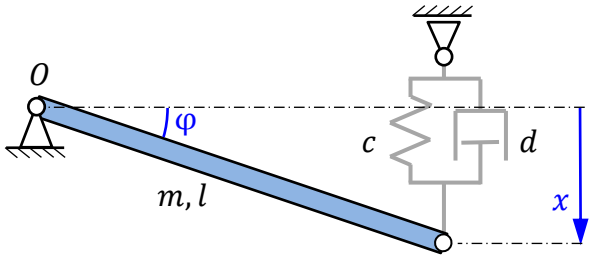
☐ $\frac{I_{zO}}{m} = \frac{I_{z1}}{m_1}\frac{m_1}{m} + 5\frac{I_{z2}}{m_2}\frac{m_2}{m} + \frac{I_{z3}}{m_3}\frac{m_3}{m}$

f) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment I_O der gesamten Felge?

☐ $I_{zO} = \frac{5}{2}\,mr^2$ ☐ $I_{zO} = \frac{11}{2}\,mr^2$ ☐ $I_{zO} = \frac{15}{2}\,mr^2$

Aufgabe 5 (16 Punkte)

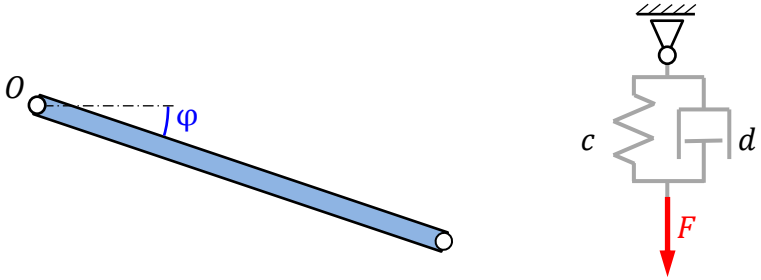
Ein schlanker homogener Stab (Masse m, Länge l) ist am linken Ende reibungsfrei gelagert und wird am rechten Ende durch ein Kombinationselement aus Feder (Steifigkeit c) und Dämpfer (Dämpferkoeffizient d) gehalten. Die Feder ist in der horizontalen Lage entspannt.



a) Beschreiben Sie die Federauslenkung x als Funktion des Winkels φ und bilden Sie die zeitliche Ableitung.

$x =$ _____ , $\dot{x} =$ _____

b) Zeichnen Sie alle Kräfte ein und benennen Sie diese.



c) Formulieren Sie den Drallsatz für den Stab bzgl. des Lagerpunkts O unter Verwendung des Symbols F und geben Sie die Kraft F des Feder-Dämpfer-Elements an.

_____
Drallsatz bzgl.O

$mit\ F(\varphi, \dot{\varphi}) =$ _____

d) Welche Schwingungsgleichung ergibt sich daraus?

☐ $\ddot{\varphi} + \frac{3d\dot{\varphi}}{m}\sin\varphi + \frac{3c}{m}\sin\varphi = \frac{3g}{l}\sin\varphi$

☐ $\ddot{\varphi} + \frac{3d\dot{\varphi}}{m}\cos\varphi + \frac{3c}{m}\cos\varphi = \frac{3g}{l}\cos\varphi$

☐ $\ddot{\varphi} + \frac{3d\dot{\varphi}}{m}\cos^2\varphi + \frac{3c}{m}\sin\varphi\cos\varphi = \frac{3g}{2l}\cos\varphi$

e) Wie lautet die Bedingung für eine Gleichgewichtslage und welche Gleichgewichtslage ergibt sich daraus?

$\rightarrow \varphi_0 =$

_____ _____
Bedingung

f) Für die Linearisierung um die Gleichgewichtslage φ_0 ersetzt man den Winkel durch $\varphi = \varphi_0 + \bar{\varphi}$ mit $\bar{\varphi} \ll 1$ und entwickelt die trigonometischen Funktionen in eine Taylorreihe 1. Ordnung. Führen Sie diesen Schritt aus und verwenden Sie hierbei φ_0 als gegebene Größe.

$\sin(\varphi_0 + \bar{\varphi}) \approx$ _____ + _____ $\bar{\varphi}$

$\cos(\varphi_0 + \bar{\varphi}) \approx$ _____ + _____ $\bar{\varphi}$

g) Alternativ kann man zunächst die Additionstheoreme der Trigonometrie anwenden. Wie lauten diese?

☐ $\sin(\varphi_0 + \bar{\varphi}) = \sin(\varphi_0)\cos(\bar{\varphi}) + \cos(\varphi_0)\sin(\bar{\varphi})$

☐ $\sin(\varphi_0 + \bar{\varphi}) = \cos(\varphi_0)\cos(\bar{\varphi}) + \sin(\varphi_0)\sin(\bar{\varphi})$

☐ $\sin(\varphi_0 + \bar{\varphi}) = \cos(\varphi_0)\cos(\bar{\varphi}) - \sin(\varphi_0)\sin(\bar{\varphi})$

☐ $\cos(\varphi_0 + \bar{\varphi}) = \sin(\varphi_0)\cos(\bar{\varphi}) + \cos(\varphi_0)\sin(\bar{\varphi})$

☐ $\cos(\varphi_0 + \bar{\varphi}) = \cos(\varphi_0)\cos(\bar{\varphi}) + \sin(\varphi_0)\sin(\bar{\varphi})$

☐ $\cos(\varphi_0 + \bar{\varphi}) = \cos(\varphi_0)\cos(\bar{\varphi}) - \sin(\varphi_0)\sin(\bar{\varphi})$

h) Welche Taylorreihen 1. Ordnung ergeben sich für kleine Argumente $\bar{\varphi} \ll 1$?

$\sin(\bar{\varphi}) \approx$ _____ , $\cos(\bar{\varphi}) \approx$ _____

i) Welches Ergebnis findet man damit Teilaufgabe g) für $\bar{\varphi} \ll 1$?

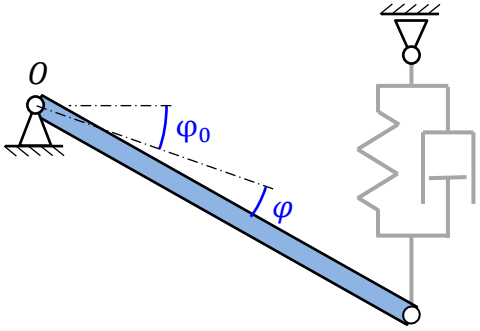
$\sin(\varphi_0 + \bar{\varphi}) \approx$ _____ + _____ $\bar{\varphi}$

$\cos(\varphi_0 + \bar{\varphi}) \approx$ _____ + _____ $\bar{\varphi}$

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Mit entsprechenden Parameterwerten ergibt sich für kleine Schwingungen $\varphi \ll 1$ um die Gleichgewichtslage φ_0 die Differentialgleichung

$$\ddot{\varphi} + 5.6\,\dot{\varphi} + 166\,\varphi = 0.$$



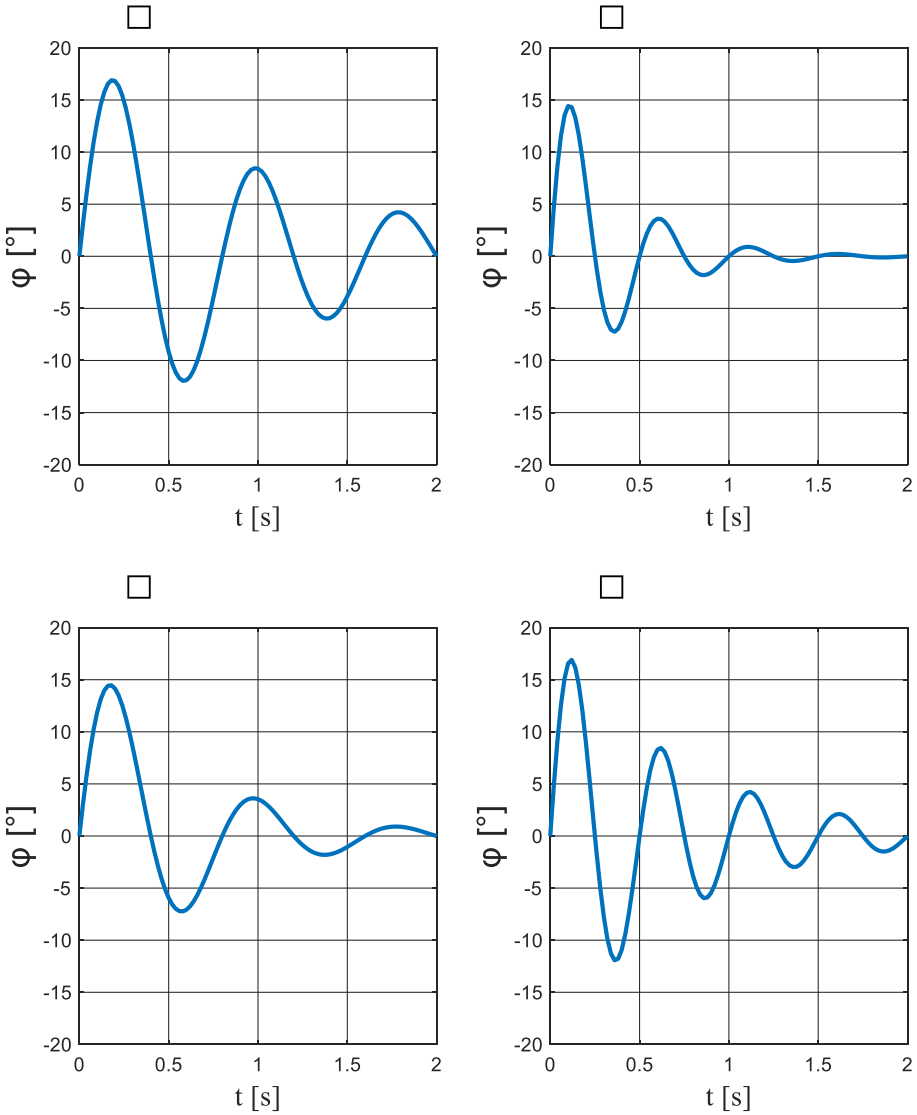
a) Bestimmen Sie Dämpfung δ, ungedämpfte Kreisfrequenz ω_0, gedämpfte Kreisfrequenz ω, Schwingungsperiode T und logarithmisches Dekrement ϑ.

$\delta =$ _____ , $\omega_0 =$ _____

$\omega =$ _____ , $T =$ _____

$\vartheta =$ _____

b) Welcher Verlauf gehört zu dieser Schwingungsgleichung?



ENDE