Prüfungsklausur Technische Mechanik II

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

1. Die Prüfung umfasst 6 Aufgaben auf 6 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

.....
(Unterschrift)

Gesamtpunktzahl:	72
zum Bestehen erforderlich:	36

Punkte	Note	

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Das Doppel-Jojo 2 rollt in den Punkten A und B (Radien r_A und r_B) an einem Seil ab, welches über die reibungsfrei gelagerte Rolle 1 umgelenkt wird. Unter Vernachlässigung der Horizontalbewegung ist die Geschwindigkeit im Punkt A mit v_A gegeben.

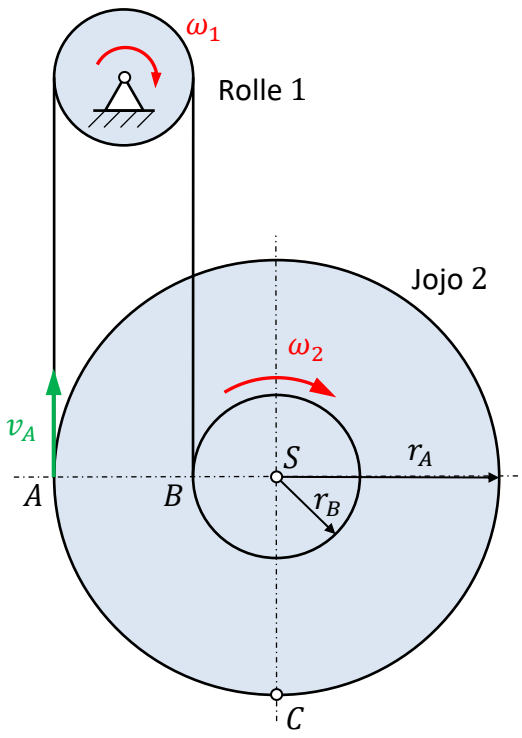
a) Zeichnen Sie in das Schaubild die Geschwindigkeit im Punkt B sowie die Momentanpole P_1 und P_2 der beiden Rollen ein.

b) Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit des Jojo 2?

$\omega_2 =$ _ _ _ _ _ _ _ _

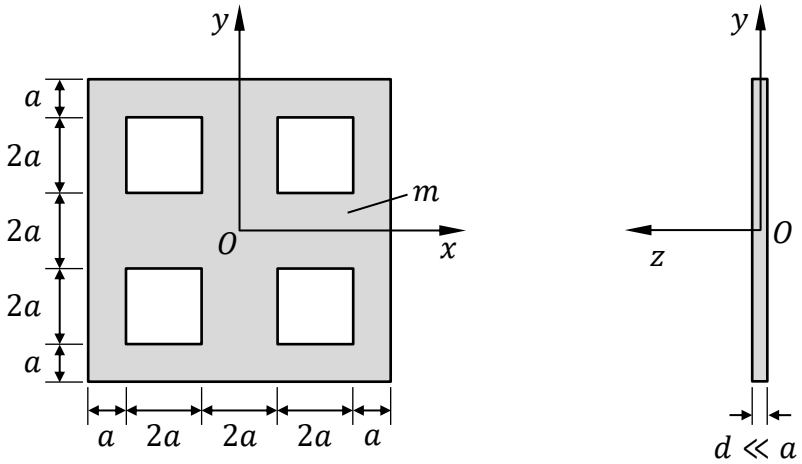
c) Bestimmen Sie zeichnerisch die Geschwindigkeit $\vec{v}_S$ des Schwerpunkts S des Jojos 2.

d) Konstruieren Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}_C$ im Punkt C des Jojos 2.



Aufgabe 2 (12 Punkte)

Aus einer homogenen, dünnen, quadratischen Platte (Masse m_1, Kantenlänge $8a$, Dicke $d \ll a$) werden vier kleinere Quadrate (jeweils Kantenlänge $2a$, Masse m_2) ausgestanzt, so dass die Masse am Ende $m = m_1 - 4m_2$ ist.



a) Welche spezielle Form hat der Trägheitstensor für diese Platte bezüglich des gegebenen Koordinatensystems?

☐ $I_O = \begin{bmatrix} A_O & 0 & 0 \\ 0 & A_O & 0 \\ 0 & 0 & C_O \end{bmatrix}$, ☐ $I_O = \begin{bmatrix} A_O & 0 & 0 \\ 0 & B_O & 0 \\ 0 & 0 & A_O \end{bmatrix}$

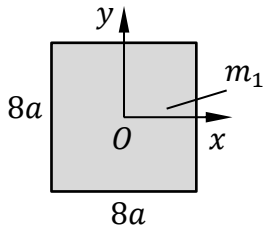
☐ $I_O = \begin{bmatrix} A_O & D_O & 0 \\ -D_O & B_O & 0 \\ 0 & 0 & C_O \end{bmatrix}$, ☐ $I_O = \begin{bmatrix} A_O & D_O & 0 \\ D_O & A_O & 0 \\ 0 & 0 & C_O \end{bmatrix}$

Begründen Sie Ihre Antwort.

_ _

_ _

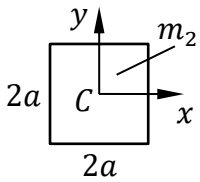
b) Berechnen Sie zunächst die Trägheitsmomente der noch vollständigen Platte (Masse m_1) bezüglich O.



$I^{\mathrm{P}}_{xx_O} =$ _ _ _ _ _ _ _ _

$I^{\mathrm{P}}_{zz_O} =$ _ _ _ _ _ _ _ _

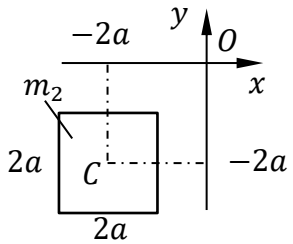
c) Bestimmen Sie die Trägheitsmomente eines ausgestanzten Quadrats bezüglich seines individuellen Schwerpunkts C.



$I^{\square}_{xx_C} =$ _ _ _ _ _ _ _ _

$I^{\square}_{zz_C} =$ _ _ _ _ _ _ _ _

d) Wie berechnen sich die Trägheitsmomente des linken unteren Quadrats bezüglich O?



$I^{\square}_{xx_O} = I^{\square}_{xx_C} +$ _ _ _ _ _ _ _ _

$I^{\square}_{zz_O} = I^{\square}_{zz_C} +$ _ _ _ _ _ _ _ _

e) In welchem Verhältnisse stehen die Teilmassen m_1, m_2 und m der ausgestanzten Platte.

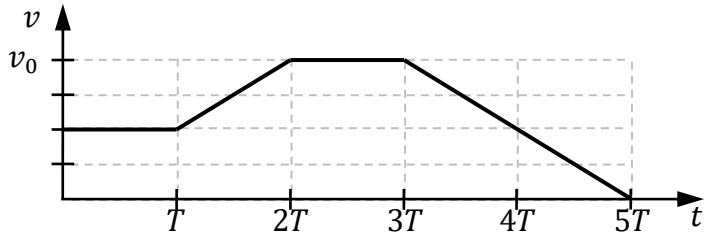
$\frac{m_2}{m_1} =$ _ _ _ _ _ _ _ _ , $\frac{m}{m_1} =$ _ _ _ _ _ _ _ _

f) Welches Trägheitsmoment hat die ausgestanzte Platte bezüglich O?

☐ $I_{xxO} = \frac{70}{3} ma^2$, ☐ $I_{xxO} = \frac{17}{3} ma^2$, ☐ $I_{xxO} = \frac{4}{3} ma^2$

Aufgabe 3 (19 Punkte)

Auf der Tauernautobahn fährt ein Auto bei winterlichen Verhältnissen zunächst mit der Geschwindigkeit $v_0/2$. Zum Zeitpunkt T fährt es in einen Tunnel mit trockener Fahrbahn und beschleunigt deshalb mit a_0, bis es zum Zeitpunkt $2T$ die Geschwindigkeit v_0 erreicht hat. Zum Zeitpunkt $3T$ beginnt das Fahrzeug mit a_B zu verzögern, um am Ende des Tunnels zum Stillstand zu kommen. Daraus ergibt sich folgendes Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm:



a) Wie groß sind Beschleunigung a_0 und Verzögerung a_B?

$a_0 =$ _____ , $a_B =$ _____

b) Beschreiben Sie den Geschwindigkeits-Zeit-Verlauf für $0 \leq t \leq 5T$ mithilfe der Föppl-Symbolik.

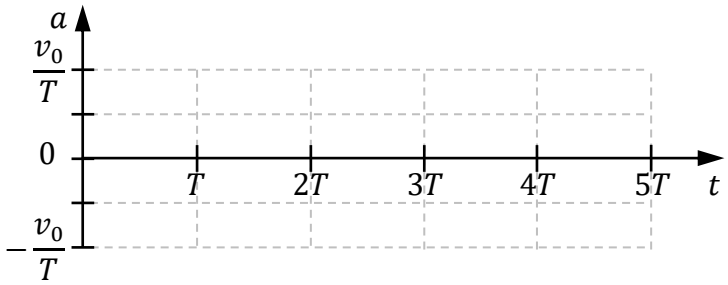
$v(t) =$ _____

_____

c) Berechnen Sie die Beschleunigung $a(t)$ für $0 \leq t < 5T$ und zeichnen Sie das entsprechende Diagramm.

$a(t) =$ _____

_____



d) Berechnen Sie den zurückgelegten Weg $s(t)$ gemessen ab $s(0) = 0$.

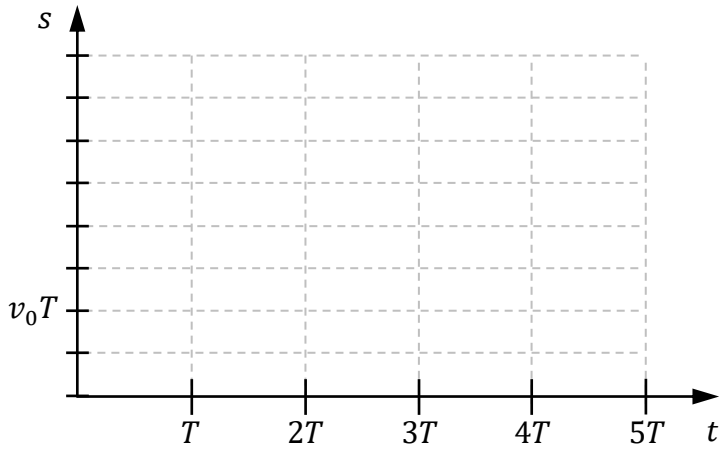
$s(t) =$ _____

_____

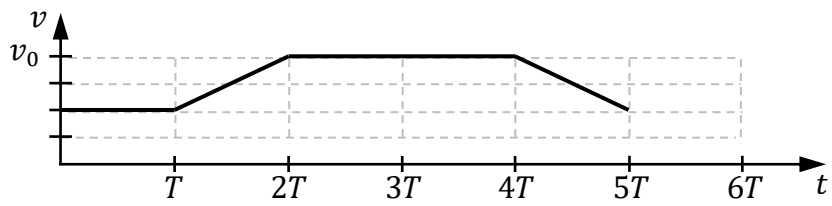
e) Wie lang ist die im Tunnel zurückgelegte Strecke?

$s(5T) =$ _____

f) Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Diagramm für $0 \leq t \leq 5T$.



g) Der Fahrer eines weiteren Fahrzeugs ist durch sein Handy abgelenkt und beginnt erst zum Zeitpunkt $4T$ mit der Verzögerung a_B. Zum Zeitpunkt $5T$ gerät er auf Schnee, wodurch sich die Verzögerung auf $\bar{a}_B = const$ verringert. Zum Zeitpunkt $6T$ prallt er mit der Restgeschwindigkeit $v_0/4$ auf ein Hindernis. Ergänzen Sie folgendes Diagramm.

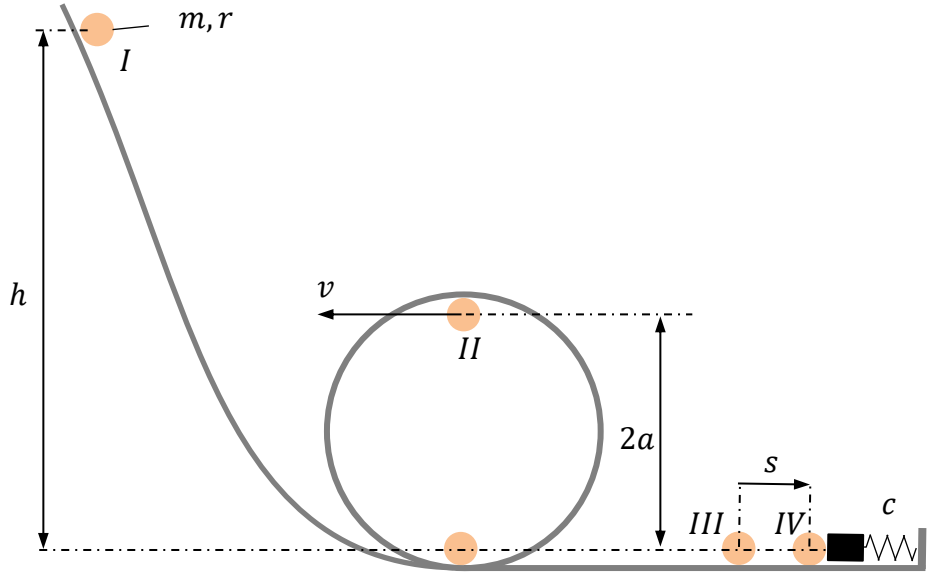


h) Wie groß ist das Verhältnis der Bremsverzögerungen a_B und $\bar{a}_B$?

$\frac{\bar{a}_B}{a_B} =$ _ _ _ _ _ _

Aufgabe 4 (11 Punkte)

Eine Kugel (Masse m, Radius r, Trägheitsmoment $I_C = 2mr^2/5$) wird auf einer Kugelbahn in der Anfangsposition I (Höhe h) aus der Ruhe losgelassen. Die Bahn hat einen Looping und einen masselosen, gefederten Prellbock am Ende der Bahn.



a) Wie groß sind kinetische und potentielle Energie in der Ausgangsposition I?

$U_I =$ _ _ _ _ _ _ _ _ , $T_I =$ _ _ _ _ _ _ _ _

b) Im obersten Punkt II des Loopings (Durchmesser $2a$) hat die Kugel die Schwerpunktgeschwindigkeit v. Wie groß sind ihre kinetische und potentielle Energie?

$U_{II} =$ _ _ _ _ _ _ _ _ , $T_{II} =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

c) Welche Bedingung muss gelten, damit die Kugel im obersten Punkt des Loopings nicht abhebt? Welche minimale Geschwindigkeit ergibt sich daraus? (Zentrifugalkraft: $F_Z = mv^2/a$)

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ $\Rightarrow v \geq$ _ _ _ _ _

d) Formulieren Sie die Energiebilanz für die Positionen I zu II und berechnen Sie die minimale Höhe h, damit die Kugel im Zustand II nicht abhebt.

_ _

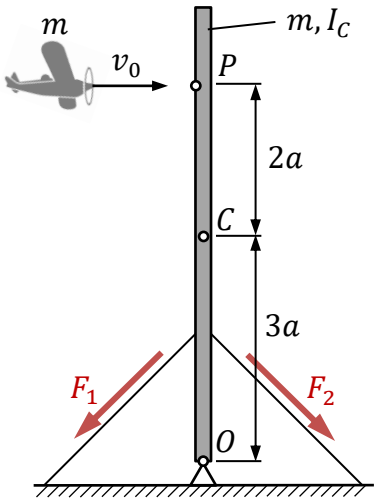
$\Rightarrow$ ☐ $h \geq \frac{21}{5} a$ ☐ $h \geq \frac{27}{10} a$ ☐ $h \geq 2a$

e) Im Punkt III trifft die Kugel auf den Prellbock mit entspannter Feder (Federkonstante c) und ist in Position IV vollständig abgebremst. Formulieren Sie die Energiebilanz zwischen den Zuständen I und IV und berechnen Sie daraus die Einfederung s.

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ $\Rightarrow s =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Aufgabe 5 (13 Punkte)

Ein Modellflugzeug (Masse m) trifft mit der Geschwindigkeit v_0 im Punkt P auf eine provisorisch aufgestellte Antenne (Masse m, Trägheitsmoment $I_C = 3ma^2$ bezüglich Schwerpunkt C), die im Punkt O drehbar gelagert ist und durch zwei elastische Schnüre gehalten wird. Der Stoß ist elastisch.



a) Klassifizieren Sie den Stoß.

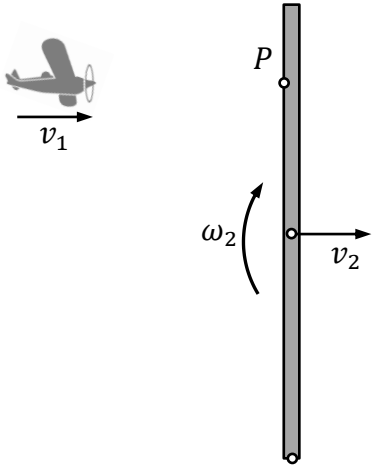
☐ zentrisch ☐ exzentrisch

☐ gerade ☐ schief

b) Welchen Einfluss haben die Schnurkräfte F_i auf das Stoßverhalten?

□ $\int F_i \, \mathrm{d}t = 0$ □ $\int F_i \, \mathrm{d}t = \infty$ □ $\int F_i \, \mathrm{d}t = -\infty$

c) Ergänzen Sie die auftretenden Kraftstöße und benennen Sie diese.



d) Formulieren Sie die Impulsbilanz für das Flugzeug in horizontale Richtung.

_ _

e) Wie lautet die Impulsbilanz für die Antenne in horizontale Richtung?

_ _

f) Stellen Sie die Drallbilanz für die Antenne bezüglich ihres Schwerpunkts C auf?

_ _

g) Welche Beziehungen ergeben sich aus der Starrkörperkinematik für den Schwerpunkt C und den Stoßpunkt P der Antenne?

$v_2 =$ _ _ _ _ ω_2, $v_{P2} =$ _ _ _ _ ω_2

h) Wie lautet die Stoßbeziehung für einen elastischen Stoß im Punkt P?

_ _

i) Welche Geschwindigkeit v_1^+ des Flugzeugs und Winkelgeschwindigkeit ω_2^+ der Antenne ergeben sich nach dem Stoß?

□ $v_1^+ = v_0$ □ $\omega_2^+ = \frac{1}{2} v_0$

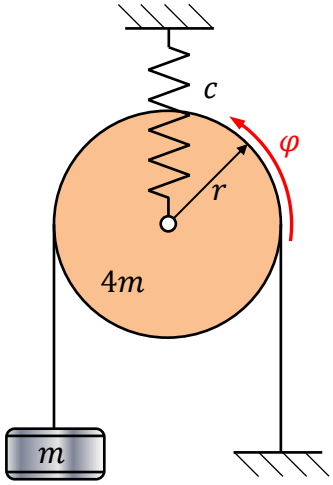
□ $v_1^+ = -v_0$ □ $\omega_2^+ = \frac{a}{2} v_0$

□ $v_1^+ = \frac{13}{37} v_0$ □ $\omega_2^+ = \frac{10}{37} \frac{v_0}{a}$

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Das dargestellte Schwingungssystem besteht aus einer homogenen Rolle (Masse $4m$, Radius r), welche an einer Feder (Steifigkeit c) hängt, sowie einer angehängten Masse m. Die Bewegungsgleichung lautet

$$10rm\ddot{\varphi} + rc\varphi = 0.$$



a) Charakterisieren Sie die Schwingungsdifferentialgleichung.

- ☐ lineare Schwingung
- ☐ nichtlineare Schwingung
- ☐ freie Schwingung
- ☐ erzwungene Schwingung
- ☐ ungedämpfte Schwingung
- ☐ gedämpfte Schwingung

b) Wie lauten hier die Parameter der Schwingungsdifferentialgleichung in der Standardform $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$?

$\delta =$ _____ , $\omega_0^2 =$ _____

c) Wie groß ist die Periode des Systems?

$T =$ _____

d) Für bestimmte Parameterwerte reduziert sich die Schwingungsgleichung auf

$$\ddot{\varphi} + 16\varphi = 0.$$

Wie lautet die allgemeine Lösung dieser Gleichung?

- ☐ $\varphi(t) = e^{-4t}(At + B)$
- ☐ $\varphi(t) = A\cos 4t + B\sin 4t$
- ☐ $\varphi(t) = e^{-4t}\,(A\,sin\,4t + B\,cos\,4t)$

e) Bestimmen Sie die Ableitung der allgemeinen Lösung.

$\dot{\varphi}(t) =$ _____

f) Bestimmen Sie die Integrationskonstanten für die Anfangsbedingungen $\varphi(0) = 0, \dot{\varphi}(0) = 1$.

$A =$ _____ , $B =$ _____

ENDE