Prüfungsklausur Technische Mechanik II

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

1. Die Prüfung umfasst 6 Aufgaben auf 6 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

....
(Unterschrift)

Gesamtpunktzahl: 72
zum Bestehen erforderlich: 36

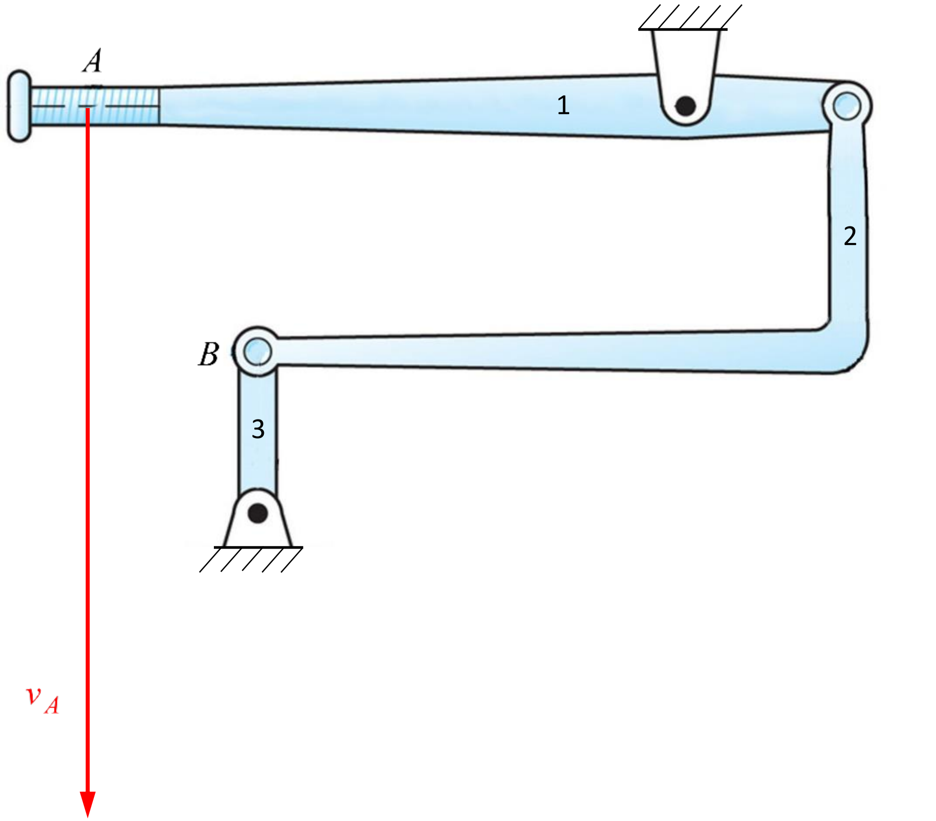
Punkte	Note	

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Ein Hebelmechanismus soll bezüglich seiner Kinematik untersucht werden.

a) Geben Sie die Momentanpole P_1, P_2 und P_3 der entsprechenden Teile an.

b) Der Griff A wird mit der Geschwindigkeit v_A wie eingezeichnet bewegt. Konstruieren Sie die Geschwindigkeit des Punktes B.

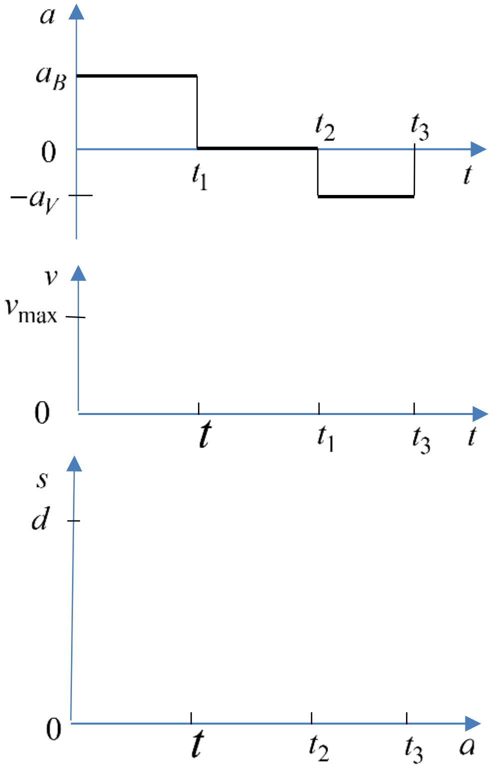


Aufgabe 2 (17 Punkte)

Ein Zug beschleunigt zwischen zwei Bahnhöfen (Entfernung d) mit der konstanten Maximalbeschleunigung a_B, fährt dann mit konstanter Höchstgeschwindigkeit $v_{\max}$ und bremst schließlich mit konstanter Maximalverzögerung a_V. Folglich gilt für Geschwindigkeiten und zurückgelegten Weg

$$v(0) = v(t_3) = 0,\ v(t_1) = v_{\max},\ s(0) = 0,\ s(t_3) = d\,.$$

a) Stellen Sie Geschwindigkeit und Weg qualitativ in Abhängigkeit der Zeit dar.



b) Beschreiben Sie den Beschleunigungsverlauf des Zuges mittels FÖPPL-Symbolik für $0 \le t < t_3$.

$a(t) =$ ________________________________

c) Wie groß sind Geschwindigkeit und zurückgelegter Weg des Zuges für $0 \le t < t_3$?

$v(t) =$ ________________________________

$s(t) =$ ________________________________

d) Berechnen Sie aus obigen Formeln folgende Geschwindigkeiten sowie den zurückgelegten Weg:

$v(t_1) =$ _____ , $v(t_3) =$ ____________________

$s(t_3) =$ ________________________________

e) Wie groß sind damit Beschleunigungs- und Abbremsdauer des Zugs?

☐ $t_1 = \dfrac{v_{\max}}{2a_B}$ ☐ $t_1 = \dfrac{v_{\max}}{a_B}$ ☐ $t_1 = \dfrac{2v_{\max}}{a_B}$

☐ $t_3 - t_2 = \dfrac{v_{\max}}{2a_V}$ ☐ $t_3 - t_2 = \dfrac{v_{\max}}{a_V}$ ☐ $t_3 - t_2 = \dfrac{2v_{\max}}{a_V}$

f) Welche kürzeste Reisezeit zwischen beiden Bahnhöfen ist möglich?

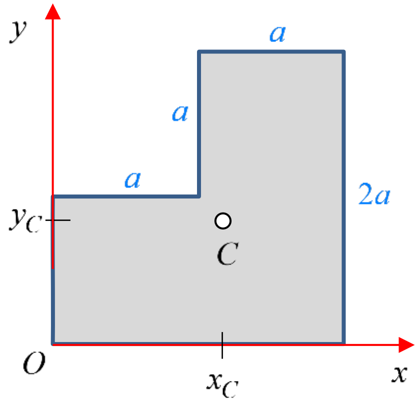
☐ $t_3 = \dfrac{d}{v_{\max}} + 2v_{\max}\left(\dfrac{1}{a_B} + \dfrac{1}{a_V}\right)$ ☐ $t_3 = \dfrac{d}{v_{\max}} + v_{\max}\left(\dfrac{1}{a_B} + \dfrac{1}{a_V}\right)$

☐ $t_3 = \dfrac{d}{v_{\max}} + \dfrac{v_{\max}}{2}\left(\dfrac{1}{a_B} + \dfrac{1}{a_V}\right)$

Aufgabe 3 (12 Punkte)

Für die abgebildete homogene, dünne Scheibe (Masse m) lautet der Trägheitstensor bezüglich des Schwerpunkts C

$$\boldsymbol{I}_C = \frac{ma^2}{36}\begin{bmatrix} 11 & -4 & 0 \\ -4 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 22 \end{bmatrix} .$$



Die Lage des Schwerpunkts ist

$$x_C = \frac{7}{6}a \ , \quad y_C = \frac{5}{6}a \ .$$

a) Zeichnen Sie in obiges Bild zwei Hauptachsen bezüglich C ein und begründen sie Ihre Wahl.

____

b) Wo liegt die dritte Hauptachse und wie groß ist das Massenträgheitsmoment um diese Achse?

Lage: __________________________________

$I_3 =$ ____________

c) Wie berechnet sich der Massenträgheitstensor $\boldsymbol{I}_O$ bezüglich Koordinatenursprungs O?

$$\boldsymbol{I}_O = \boldsymbol{I}_C + \frac{ma^2}{36}\begin{bmatrix} \_\_\_ & \_\_\_ & \_\_\_ \\ \_\_\_ & \_\_\_ & \_\_\_ \\ \_\_\_ & \_\_\_ & \_\_\_ \end{bmatrix}$$

d) Die Hauptträgheitsmomente lassen sich mit Hilfe des Eigenwertproblems bestimmen. Stellen Sie dazu folgende Determinante für $ma^2 = 36$ auf:

$$\det(\lambda \boldsymbol{E} - \boldsymbol{I}_C) = \det\begin{pmatrix} \_\_\_ & \_\_\_ & \_\_\_ \\ \_\_\_ & \_\_\_ & \_\_\_ \\ \_\_\_ & \_\_\_ & \_\_\_ \end{pmatrix} =$$

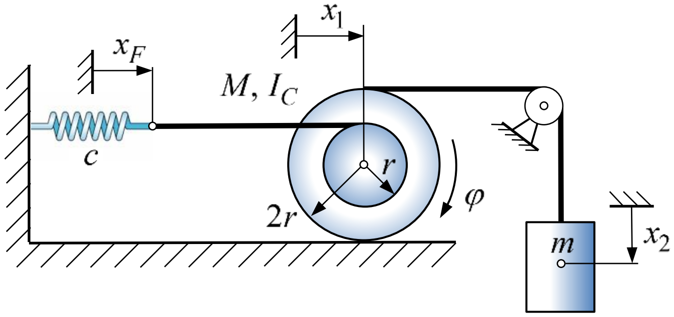
$=$ ____________________________________

e) Welche Eigenwerte ergeben sich damit aus $\det(\lambda \boldsymbol{E} - \boldsymbol{I}_C) = 0$?

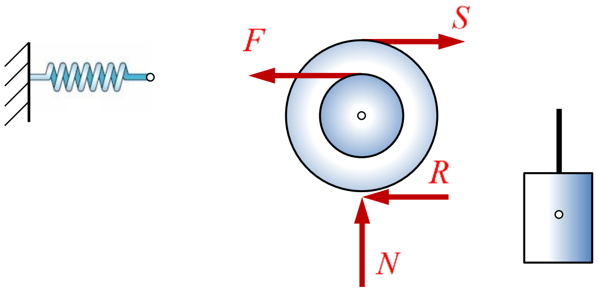
$\lambda_1 =$ ____ , $\lambda_2 =$ ____ , $\lambda_3 =$ ____

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Ein System besteht aus einer homogenen Walze (Masse M, Massenträgheitsmoment I_C bez. Schwerpunkt C) und einer Punktmasse m. Diese sind über ein masseloses Seil miteinander verbunden. Über ein zweites Seil und eine Feder (Federsteifigkeit c) ist die Walze elastisch an eine Wand gekoppelt. Die Walze rollt ohne zu gleiten auf einer horizontalen Ebene, die Umlenkrolle ist masselos und reibungsfrei. Alle Auslenkungen beziehen sich auf die Gleichgewichtslage.



a) Ergänzen Sie alle fehlenden Kräfte auf die freigeschnittenen Körper und benennen Sie diese.



b) Formulieren Sie für die Walze den Impulssatz in horizontale Richtung sowie den Drallsatz bezüglich ihres Schwerpunkts.

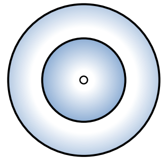
____

____

c) Wie lautet der Impulssatz für die Masse m in vertikale Richtung?

____

d) Wo liegt der Momentanpol P der Walze?



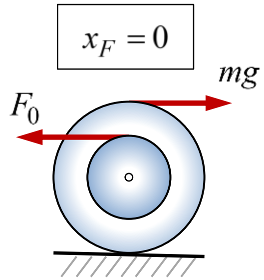
e) Welche kinematischen Zusammenhänge bestehen zwischen den Geschwindigkeiten sowie zwischen Federauslenkung x_F und φ?

$\dot{x}_1 =$ _____ $\dot{\varphi}$, $\dot{x}_2 =$ _____ $\dot{\varphi}$, $x_F =$ _____ φ

f) Für die Federkraft gilt $F = F_0 + c x_F$ mit der Kraft F_0 im statischen Gleichgewicht. Wie groß ist F_0?

☐ $F_0 = \dfrac{mg}{2}$ ☐ $F_0 = \dfrac{4mg}{2}$

☐ $F_0 = \dfrac{mg}{3}$ ☐ $F_0 = \dfrac{4mg}{3}$



g) Nach Eliminierung der Reaktionskräfte ergibt sich die Bewegungsgleichung

$$\left[4(M+4m)r^2 + I_C\right]\ddot{\varphi} + 9cr^2\varphi = 0 \, .$$

Mit welcher Kreisfrequenz ω schwingt das System?

$\omega =$ ______________________

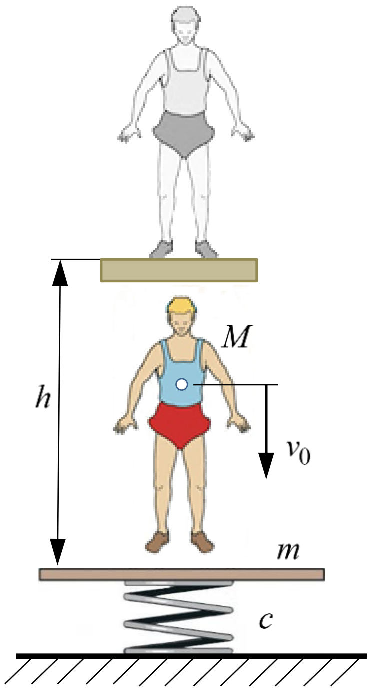
Aufgabe 5 (14 Punkte)

Ein Sportler (Masse M) lässt sich aus der Höhe h auf ein elastisch gelagertes Podest (Masse m, Federsteifigkeit c) fallen und trifft mit der Geschwindigkeit v_0 auf.

a) Formulieren Sie den Energiesatz und bestimmen Sie die Auftreffgeschwindigkeit.

____

$\Rightarrow v_0 =$ ____________



Beim Auftreffen des Sportlers auf das ruhende Podest findet zwischen beiden ein elastischer Stoß Δp statt. Der Sportler wird während des Stoßes als starr angenommen.

b) Wie ist der Geschwindigkeitszustand vor dem Stoß? (Hinweis: Die Größe v_0 darf im Folgenden verwendet werden.)

$v_1^- =$ ____ , $v_2^- =$ ____

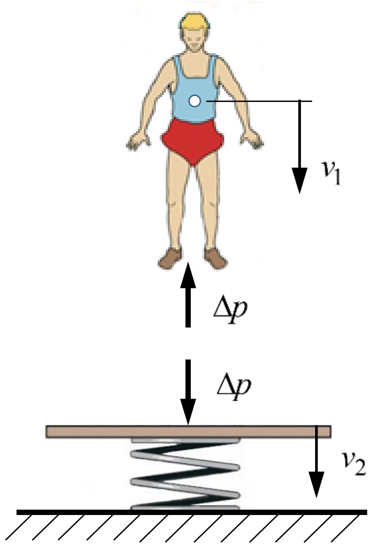
c) Formulieren Sie die Impulsbilanzen für den Sportler und das Podest in vertikaler Richtung.

____

____

d) Wie lautet die Stoßrelation für den elastischen Stoß zwischen Sportler und Podest?

____

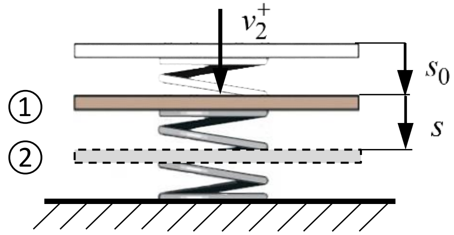


e) Berechnen Sie die Geschwindigkeiten von Podest und Sportler unmittelbar nach dem Stoß.

$v_1^+ =$ ________ v_0 , $v_2^+ =$ ________ v_0

f) Zur Berechnung der maximalen Einfederung des Podests nach dem Stoß werden folgende zwei Zustände betrachtet:

- 1 – Podest ist durch sein Eigengewicht um s_0 eingefedert und bewegt sich kurz nach dem Stoß mit v_2^+;
- 2 – maximale Einfederung s ist erreicht.



Bestimmen Sie die kinetischen und potentiellen Energien.

$U_1 =$ ______________ , $T_1 =$ ________

$U_2 =$ ______________ , $T_2 =$ ________

g) Formulieren Sie eine geeignete Energiebilanz für die beiden Zustände?

____

h) Welche Einfederung ergibt sich mit $s_0 = mg/c$ und dem Ergebnis aus Teilaufgabe *e*?

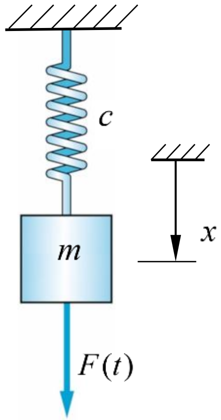
☐ $s = \frac{1}{2}\frac{M}{m+M}\sqrt{\frac{2gmh}{c}}$ ☐ $s = \frac{M}{m+M}\sqrt{\frac{2gmh}{c}}$

☐ $s = \frac{3}{2}\frac{M}{m+M}\sqrt{\frac{2gmh}{c}}$ ☐ $s = 2\frac{M}{m+M}\sqrt{\frac{2gmh}{c}}$

Aufgabe 6 (11 Punkte)

Die Auslenkung eines Feder-Masse Systems wird aus der statischen Gleichgewichtslage ($x=0$) gemessen. An der Masse greift eine harmonische Erregerkraft $F(t)$ an. Die Bewegungsgleichung des schwingungsfähigen Systems lautet

$$2\ddot{x}+5000\,x=100\,\cos 25t\,.$$



a) Wie groß ist die Kreisfrequenz ω_0 und das Lehr'sche Dämpfungsmaß D des **freien** Systems?

$\omega_0 =$ ____ , $D =$ ____

b) Wie lautet die allgemeine Lösung der zugehörigen freien Schwingung?

$x_h(t) =$ __________________

c) Wie groß ist die dimensionslose Erregerfrequenz η? Welche Vergrößerungsfunktion V und Phasenverschiebung ψ ergeben sich daraus?

$\eta =$ ____ , $V =$ ____ , $\psi =$ ____

d) Welche Partikulärlösung $x_p = r_0 \cos\Omega t$ ergibt sich daraus?

$r_0 =$ ______ , $\Omega =$ ______

e) Formulieren Sie die Anfangsbedingungen, wenn das System aus der Gleichgewichtslage losgelassen wird.

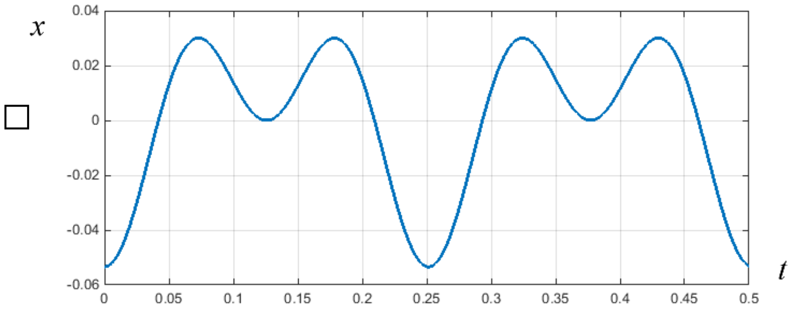
$x(0) =$ __________ , $\dot{x}(0) =$ _________

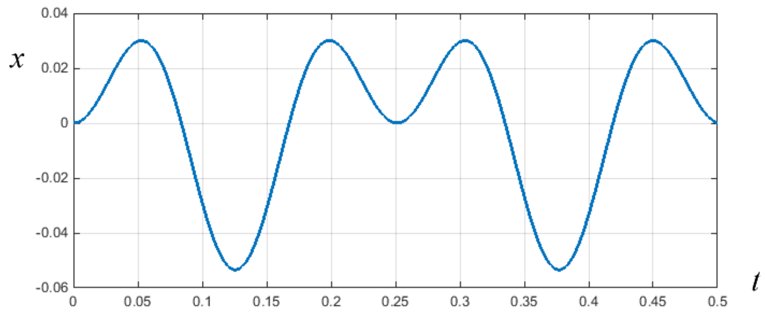
f) Welches Verhalten ergibt sich für die erzwungene Schwingung?

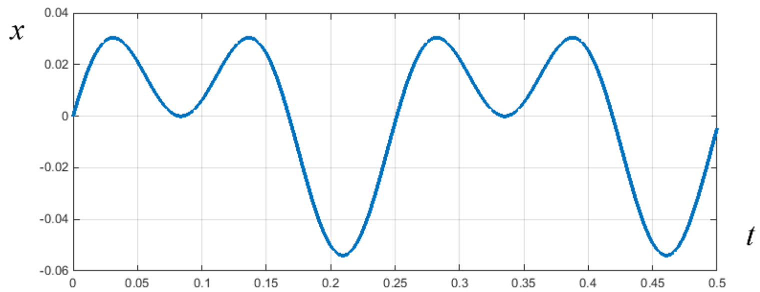
☐ $x(t)=\frac{1}{75}(\cos 25t+\cos 50t)$ ☐ $x(t)=\frac{1}{75}(\cos 25t-\cos 50t)$

☐ $x(t)=\frac{2}{75}(\cos 25t+\cos 50t)$ ☐ $x(t)=\frac{2}{75}(\cos 25t-\cos 50t)$

g) Wie sieht der zugehörige Graph aus?

☐ 

☐ 

☐ 

ENDE