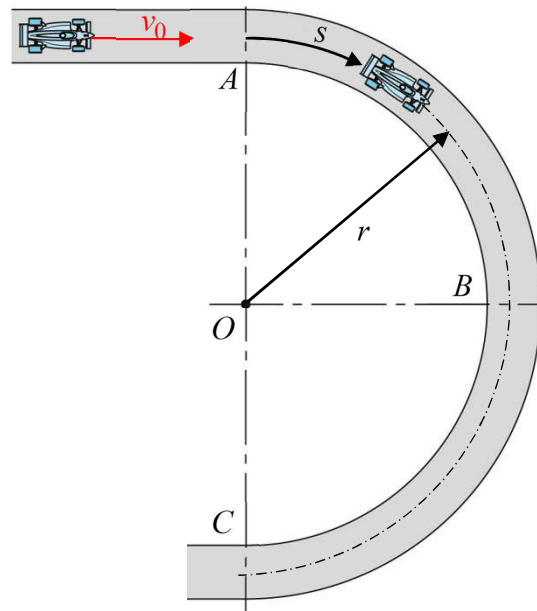


Aufgabe 2 (5 Punkte)

Ein Rennwagen fährt mit der Geschwindigkeit v_0 in den Halbkreis ABC (Radius r). Der Fahrer beschleunigt den Wagen in der Kurve mit konstanter Tangentialbeschleunigung a_0 .



- a) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Wagens in Abhängigkeit vom Ort s gemessen ab Punkt A ?

$v(s) =$ _____

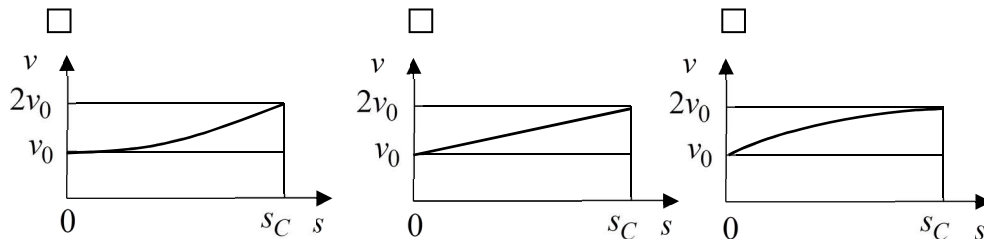
- b) Welchen Weg legt der Rennwagen von A nach C zurück und wie groß ist seine Geschwindigkeit an der Stelle C ?

$s_C =$ _____, $v_C =$ _____

- c) Wie groß muss die Beschleunigung a_0 sein, um am Ende C der Kurve die Geschwindigkeit $2v_0$ zu erreichen?

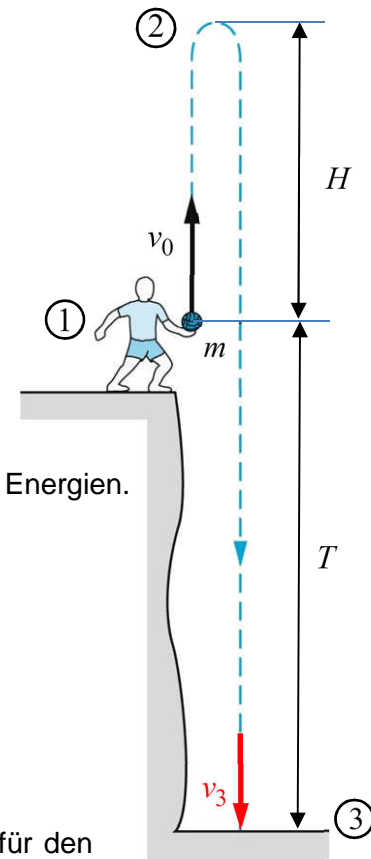
$a_0 =$ _____

- d) Welchen qualitativen Verlauf hat das Weg-Geschwindigkeits-Diagramm?



Aufgabe 3 (11 Punkte)

Ein Ball (Masse m) wird über einem Abgrund (Tiefe T) mit der Geschwindigkeit v_0 nach oben geworfen. Die Auftreffgeschwindigkeit des Balls auf dem Grund soll mittels Energieerhaltungssatz berechnet werden. Der Luftwiderstand des Balls wird vernachlässigt.



Es werden 3 Zustände betrachtet:

- 1 - Abwurf des Balls;
- 2 - höchster Punkt;
- 3 - Auftreffen auf dem Grund.

- a) Bestimmen Sie die kinetischen und potentiellen Energien.

$U_1 =$ _____, $T_1 =$ _____

$U_2 =$ _____, $T_2 =$ _____

$U_3 =$ _____, $T_3 =$ _____

- b) Formulieren Sie eine geeignete Energiebilanz für den Zustand 2. Wie hoch fliegt der Ball?

$\Rightarrow H =$ _____

- c) Wie lautet eine geeignete Energiebilanz für den Zustand 3 und welche Auftreffgeschwindigkeit v_3 des Balls lässt sich daraus berechnen?

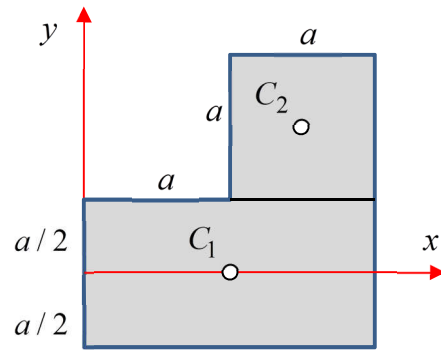
$\Rightarrow v_3 =$ _____

- d) In welchem Verhältnis müssen Tiefe T und Wurfhöhe H stehen, um die Abwurfgeschwindigkeit beim Auftreffen zu verdoppeln?

- $T = H$ $T = 2H$ $T = 3H$ $T = 4H$

Aufgabe 4 (18 Punkte)

Für die abgebildete homogene Scheibe (Masse m) sollen verschiedene massengeometrische Kenngrößen bestimmt werden. Dazu wird die Scheibe in zwei Teile zerlegt.



- a) Wo liegen die Schwerpunkte der beiden Scheibenteile und wie groß sind deren Massenanteile?

$$x_{C_1} = \text{---}, \quad y_{C_1} = \text{---}, \quad \frac{m_1}{m} = \text{---}$$

$$x_{C_2} = \text{---}, \quad y_{C_2} = \text{---}, \quad \frac{m_2}{m} = \text{---}$$

- b) Wo liegt der Gesamtschwerpunkt der Scheibe? Geben Sie Zwischenschritte an.

Rechenschritte:

$$\begin{array}{lll} \square x_C = \frac{5}{6}a & \square x_C = \frac{7}{6}a & \square x_C = \frac{9}{6}a \\ \square y_C = \frac{1}{3}a & \square y_C = \frac{2}{3}a & \square y_C = \frac{3}{3}a \end{array}$$

- c) Bestimmen Sie die Massenträgheitsmomente der beiden Teile bezüglich ihrer Schwerpunkte C_1 bzw. C_2 .

$$I_{xx}^{C_1} = \text{---}, \quad I_{yy}^{C_1} = \text{---}, \quad I_{zz}^{C_1} = \text{---}$$

$$I_{xx}^{C_2} = \text{---}, \quad I_{yy}^{C_2} = \text{---}, \quad I_{zz}^{C_2} = \text{---}$$

- d) Wie bestimmt sich daraus z.B. das Massenträgheitsmoment I_{xx}^C bezüglich des Gesamtschwerpunkts C ?

$$\square I_{xx}^C = \sum_{i=1,2} \left[I_{xx}^{C_i} + m_i (x_{C_i} - x_C)^2 \right]$$

$$\square I_{xx}^C = \sum_{i=1,2} \left[I_{xx}^{C_i} - m_i (x_{C_i} - x_C)^2 \right]$$

$$\square I_{xx}^C = \sum_{i=1,2} \left[I_{xx}^{C_i} + m_i (y_{C_i} - y_C)^2 \right]$$

$$\square I_{xx}^C = \sum_{i=1,2} \left[I_{xx}^{C_i} - m_i (y_{C_i} - y_C)^2 \right]$$

- e) Welcher Trägheitstensor ergibt sich für die dünne Scheibe bezüglich ihres Gesamtschwerpunkts?

$$\square \mathbf{I}^C = \frac{ma^2}{36} \begin{bmatrix} 11 & 4 & 3 \\ -4 & 11 & 4 \\ -3 & -4 & 22 \end{bmatrix}$$

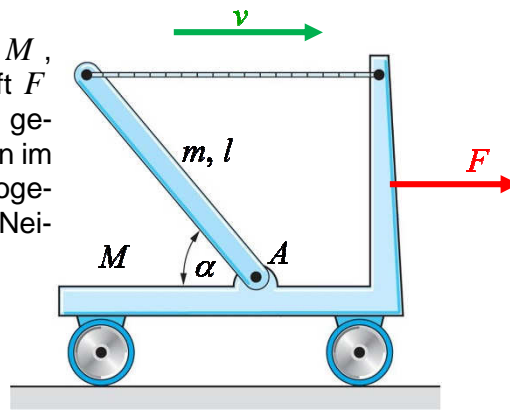
$$\square \mathbf{I}^C = \frac{ma^2}{36} \begin{bmatrix} 11 & -4 & 0 \\ -4 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\square \mathbf{I}^C = \frac{ma^2}{36} \begin{bmatrix} 11 & -4 & 0 \\ -4 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 22 \end{bmatrix}$$

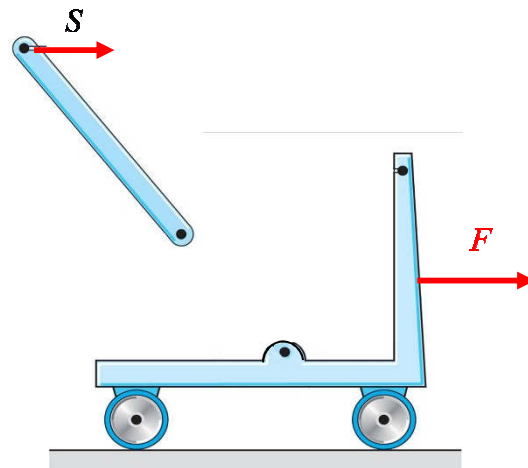
$$\square \mathbf{I}^C = \frac{ma^2}{36} \begin{bmatrix} 11 & -4 & 0 \\ 4 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 22 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Der Wagen ohne Balken (Masse M , Schwerpunkt A) wird durch die Kraft F nach rechts beschleunigt. Das gespannte Seil (Seilkraft S) nimmt den im Punkt A gelenkig gelagerten, homogenen Balken (Masse m , Länge l , Neigung α) mit.



- a) Ergänzen Sie alle fehlenden Kräfte auf die freigeschnittenen Körper und benennen Sie diese.



- b) Formulieren Sie für den Balken den Impulssatz in horizontaler und vertikaler Richtung, sowie den Drallsatz bezüglich seines Schwerpunkts.

- c) Welcher Zusammenhang ergibt sich zwischen Beschleunigung \dot{v} und Seilkraft S ?

$S = m \left(\dot{v} - \frac{g}{\tan \alpha} \right)$

$S = m \left(\dot{v} + \frac{g}{\tan \alpha} \right)$

$S = \frac{m}{2} \left(\dot{v} - \frac{g}{\tan \alpha} \right)$

$S = \frac{m}{2} \left(\dot{v} + \frac{g}{\tan \alpha} \right)$

- d) Wie lautet der Impulssatz für das Gesamtsystem in horizontaler Richtung?

- e) Wie groß darf die Beschleunigung höchstens sein, damit die Seilkraft einen zulässigen Grenzwert S_0 nicht überschreitet?

$\dot{v} \leq$

- f) Wie groß darf dann die beschleunigende Kraft höchstens sein?

$F \leq \left(1 + \frac{M}{m} \right) \left(2S_0 - \frac{mg}{\tan \alpha} \right)$

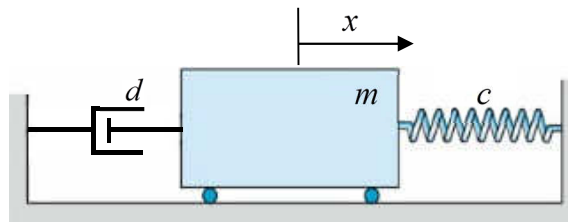
$F \leq \left(1 + \frac{M}{m} \right) \left(2S_0 + \frac{mg}{\tan \alpha} \right)$

$F \leq \left(1 + \frac{M}{m} \right) \left(\frac{2S_0}{m} - \frac{g}{\tan \alpha} \right)$

$F \leq \left(1 + \frac{M}{m} \right) \left(\frac{2S_0}{m} + \frac{g}{\tan \alpha} \right)$

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Die Schwingungen des Masse-Feder-Dämpfer-Systems sollen untersucht werden. Das System ist schwach gedämpft und besitzt die Schwingungsperiode T .



a) Wie groß ist die Kreisfrequenz ω des Systems?

$$\omega = \text{-----}$$

b) Nach Entfernung des Dämpfers ändert sich die Periode auf $T_0 = T/2$. Wie groß ist damit die Kreisfrequenz ω_0 des ungedämpften Systems?

$\omega_0 = \frac{1}{4}\omega$
 $\omega_0 = \frac{1}{2}\omega$
 $\omega_0 = \omega$
 $\omega_0 = 2\omega$

c) Das Verhalten des Systems wird durch die Differentialgleichung

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = 0$$

beschrieben. Wie groß ist im vorliegenden Fall die Dämpfung d des Systems? Geben Sie Zwischenschritte Ihrer Überlegungen an.

Zwischenschritte:

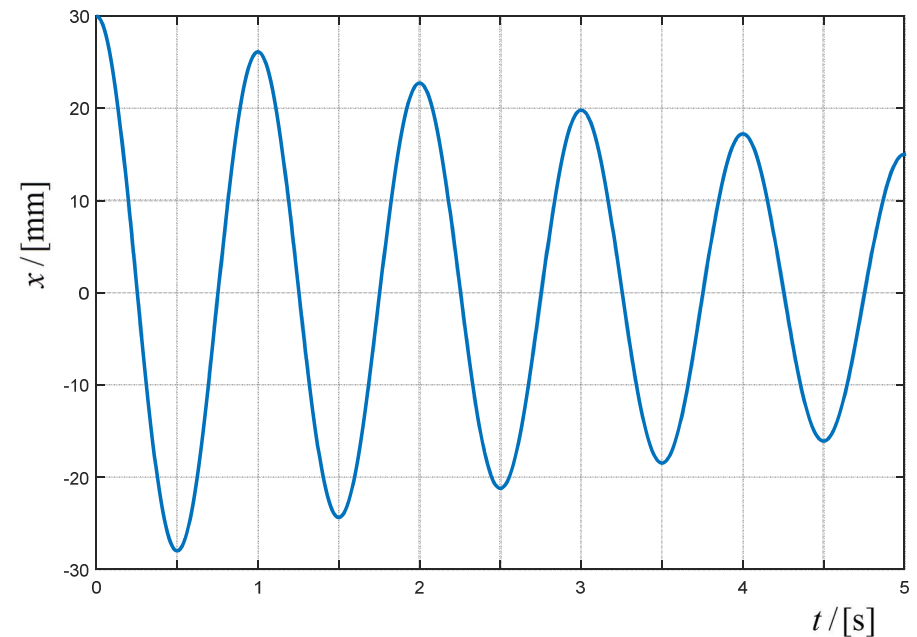
$d = \sqrt{cm}$
 $d = \sqrt{2cm}$
 $d = \sqrt{3cm}$
 $d = \sqrt{4cm}$

d) Wie groß ist in diesem Fall das Lehr'sche Dämpfungsmaß?

$$D = \text{-----}$$

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Für gewisse Systemparameter wurde die Schwingungsauslenkung x über der Zeit t dargestellt.



a) Wie groß sind in diesem Fall Periodendauer T , die Frequenz f , und die Kreisfrequenz ω der Schwingung?

$$T = \text{-----}, \quad f = \text{-----}, \quad \omega = \text{-----}$$

b) Ermitteln Sie das logarithmische Dekrement der Schwingung.

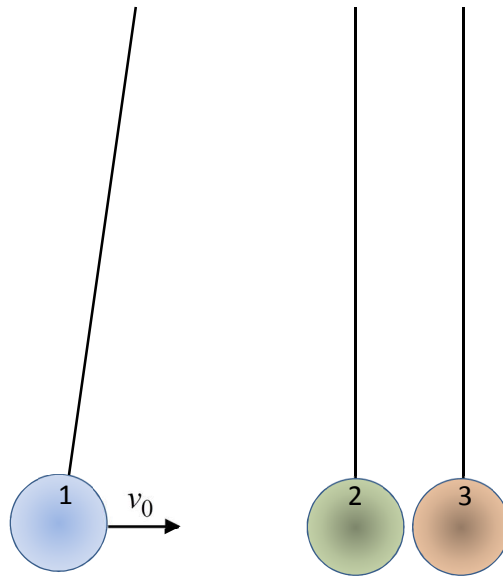
$$\vartheta = \text{-----}$$

c) Wie lauten die Anfangsbedingungen für die Schwingung?

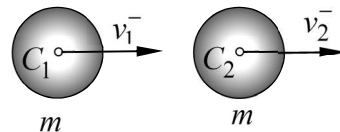
$$x(0) = \text{-----}, \quad \dot{x}(0) = \text{-----}$$

Aufgabe 8 (7 Punkte)

Ein Kugelpendel besteht aus drei gleichen Kugeln (jeweils Masse m). Die erste Kugel wird ausgelenkt und trifft mit der Geschwindigkeit v_0 auf die ruhende Kugel 2, welche die durch einen kleinen Spalt von ihr getrennte Kugel 3 anstößt. Die Stoßzahl für alle Stöße ist ε , die Bewegung der Kugeln wird durch eine geradlinige Bewegung in horizontaler Richtung angenähert.



a) Welche allgemeinen Beziehungen gelten für die Geschwindigkeiten zweier gleicher Kugeln nach einem Stoß bei gegebener Stoßzahl ε und Anfangsgeschwindigkeiten $v_1^- > v_2^-$?



- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $v_1^+ = \frac{1}{2} [v_1^- (1-\varepsilon) + v_2^- (1-\varepsilon)]$ | <input type="checkbox"/> $v_2^+ = \frac{1}{2} [v_1^- (1-\varepsilon) + v_2^- (1-\varepsilon)]$ |
| <input type="checkbox"/> $v_1^+ = \frac{1}{2} [v_1^- (1-\varepsilon) + v_2^- (1+\varepsilon)]$ | <input type="checkbox"/> $v_2^+ = \frac{1}{2} [v_1^- (1-\varepsilon) + v_2^- (1+\varepsilon)]$ |
| <input type="checkbox"/> $v_1^+ = \frac{1}{2} [v_1^- (1+\varepsilon) + v_2^- (1-\varepsilon)]$ | <input type="checkbox"/> $v_2^+ = \frac{1}{2} [v_1^- (1+\varepsilon) + v_2^- (1-\varepsilon)]$ |
| <input type="checkbox"/> $v_1^+ = \frac{1}{2} [v_1^- (1+\varepsilon) + v_2^- (1+\varepsilon)]$ | <input type="checkbox"/> $v_2^+ = \frac{1}{2} [v_1^- (1+\varepsilon) + v_2^- (1+\varepsilon)]$ |

b) Wie groß sind die Geschwindigkeiten der Kugeln 1 und 2 in unserem Fall nach dem ersten Stoß?

$$v_1^+ = \text{-----}, \quad v_2^+ = \text{-----}$$

c) Mit diesen Geschwindigkeiten als Anfangsgeschwindigkeit findet der zweite Stoß zwischen Kugel 2 und 3 statt. Wie groß ist die Geschwindigkeit der beiden Kugeln danach?

$$v_2^{++} = \text{-----}, \quad v_3^+ = \text{-----}$$

d) Verallgemeinern Sie das Ergebnis auf $(n-1)$ Stöße zwischen n Kugeln für die Geschwindigkeit der letzten angestoßenen Kugel.

- | | | |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> $v_n^+ = v_0 (1-\varepsilon)^{n-1}$ | <input type="checkbox"/> $v_n^+ = v_0 \left(\frac{1-\varepsilon}{2}\right)^{n-1}$ | <input type="checkbox"/> $v_n^+ = v_0 \left(\frac{1-\varepsilon}{4}\right)^{n-1}$ |
| <input type="checkbox"/> $v_n^+ = v_0 (1+\varepsilon)^{n-1}$ | <input type="checkbox"/> $v_n^+ = v_0 \left(\frac{1+\varepsilon}{2}\right)^{n-1}$ | <input type="checkbox"/> $v_n^+ = v_0 \left(\frac{1+\varepsilon}{4}\right)^{n-1}$ |

ENDE