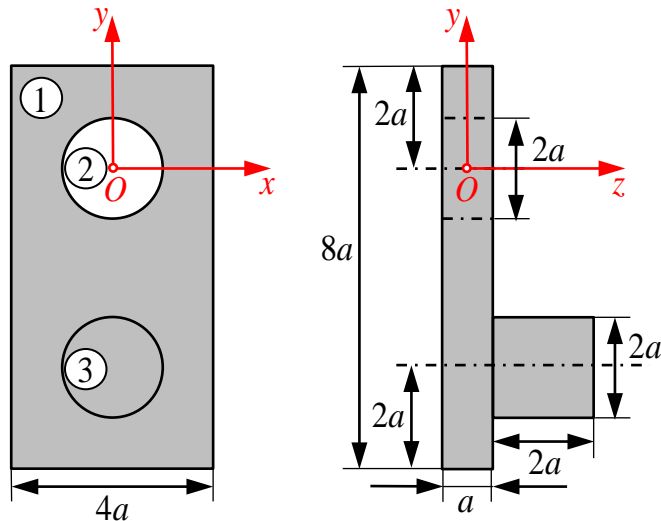




## Aufgabe 2 (9 Punkte)

Das dargestellte homogene Maschinenbauteil (Dichte  $\rho$ ) besteht aus einem Quader 1 mit einer kreisrunden Bohrung 2 und einem aufgesetzten zylinderförmigen Zapfen 3. Zur Untersuchung von Schwingungen soll das Massenträgheitsmoment  $I_{z,O}$  bezüglich der  $z$ -Achse bestimmt werden. Die geometrischen Abmessungen sind der Zeichnung zu entnehmen.

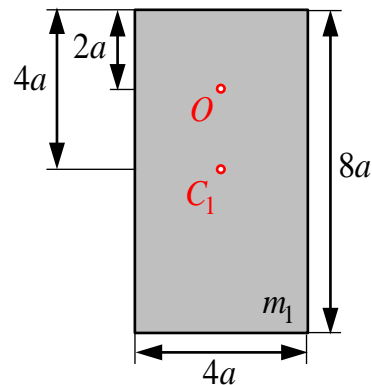


- a) Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment  $I_{1z,C}$  des noch vollständigen Quaders 1 mit der Masse  $m_1$  bezüglich seines individuellen Schwerpunkts  $C_1$ .

$$I_{1z,C} = \text{-----}$$

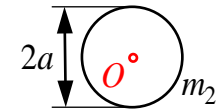
- b) Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment  $I_{1z,O}$  des Quaders bezüglich  $O$ .

$$I_{1z,O} = I_{1z,C} + \text{-----}$$



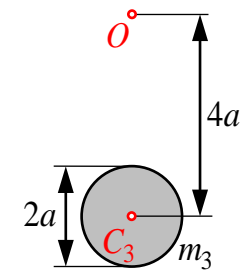
- c) Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment  $I_{2z,O}$  des ausgebohrten Teils des Quaders mit der Masse  $m_2$  bezüglich  $O$ .

$$I_{2z,O} = \text{-----}$$



- d) Bestimmen Sie das Trägheitsmoment  $I_{3z,C}$  des Zapfens 3 mit der Masse  $m_3$  bezüglich seines individuellen Schwerpunkts  $C_3$ .

$$I_{3z,C} = \text{-----}$$



- e) Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment  $I_{3z,O}$  des Zapfens bezüglich  $O$ .

$$I_{3z,O} = I_{3z,C} + \text{-----}$$

- f) Berechnen Sie mit der Dichte  $\rho$  die Masse  $m_1$  der Quaders 1 ohne Bohrung, die durch das Bohren entfernte Masse  $m_2$  und die Masse  $m_3$  des Zapfens 3.

$$m_1 = \text{-----}, \quad m_2 = \text{-----}, \quad m_3 = \text{-----}$$

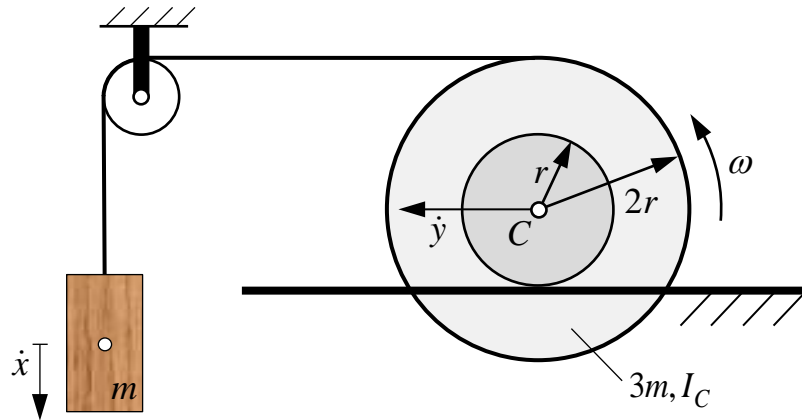
- g) Welches Massenträgheitsmoment hat das Maschinenbauteil bezüglich  $O$ ?

$$\square I_{z,O} = \left(\frac{32}{3} + \frac{67}{2}\pi\right)\rho a^5 \quad \square I_{z,O} = \left(\frac{63}{2} + \frac{65}{3}\pi\right)\rho a^5$$

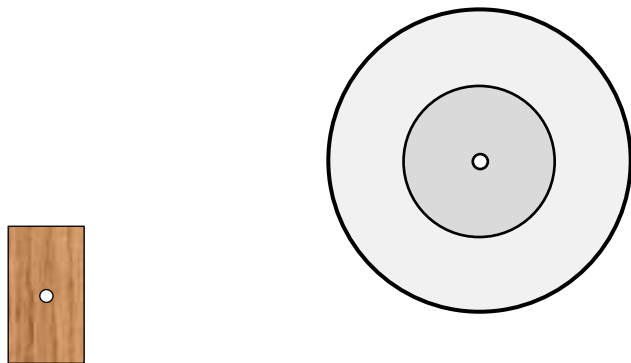
$$\square I_{z,O} = \left(\frac{640}{3} + \frac{67}{2}\pi\right)\rho a^5 \quad \square I_{z,O} = \left(\frac{1024}{3} + \frac{65}{2}\pi\right)\rho a^5$$

### Aufgabe 3 (15 Punkte)

Eine Rolle mit Zapfen (Masse  $3m$ , Massenträgheitsmoment  $I_C$  bzgl. Schwerpunkt  $C$ ) rollt auf einer ebenen Schiene und ist mit einer homogenen Kiste (Masse  $m$ ) über ein Seil verbunden, das über eine masselose Seilrolle geführt wird.



a) Ergänzen Sie alle Kräfte und Momente auf die freigeschnittenen Körper und benennen Sie diese.



b) Formulieren Sie für die Rolle Impuls- und Drallsatz.

-----

-----

-----

c) Formulieren Sie für die Kiste den Impulssatz in vertikale Richtung.

-----

d) Welcher kinematische Zusammenhang besteht zwischen  $\dot{y}$  bzw.  $\omega$  und  $\dot{x}$ , und welche Beziehung folgt daraus für  $\ddot{y}$  bzw.  $\dot{\omega}$ ?

$$\dot{y} = \text{---} \dot{x}, \quad \omega = \text{---} \dot{x}, \quad \ddot{y} = \text{---} \ddot{x}, \quad \dot{\omega} = \text{---} \ddot{x}$$

e) Wie groß ist die Beschleunigung der Kiste?

$\ddot{x} = \frac{3mgr^2}{I_C + mr^2}$

$\ddot{x} = \frac{9mgr^2}{I_C + 12mr^2}$

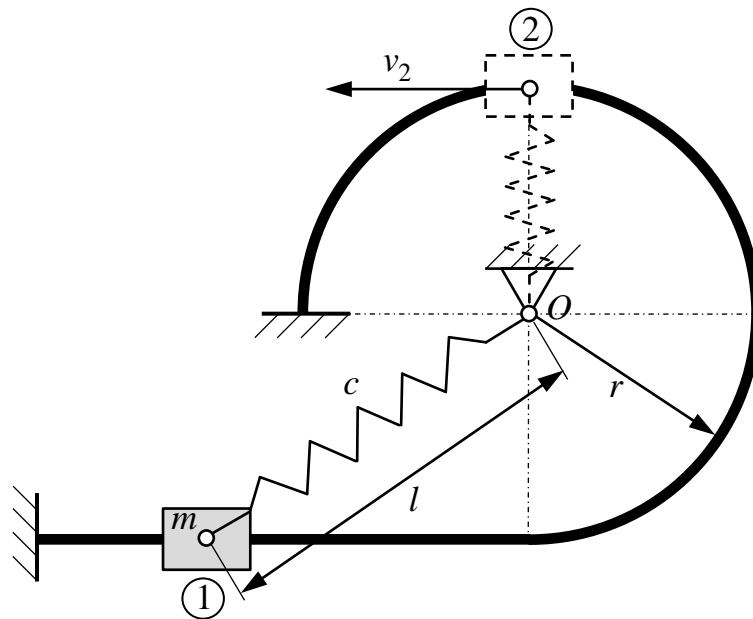
$\ddot{x} = \frac{4mgr^2}{I_C + 3mr^2}$

$\ddot{x} = \frac{9mg}{I_C + 4mr^2}$



#### Aufgabe 4 (7 Punkte)

Eine Muffe (Masse  $m$ ) gleitet reibungsfrei auf einer Führungsschiene und ist über eine Feder (Federkonstante  $c$ , ungespannte Länge  $r$ ) mit dem Punkt  $O$  verbunden. In der Lage 1 wird die Muffe aus der Ruhe losgelassen.



a) Wie groß sind potentielle und kinetische Energie im Zustand 1?

$$U_1 = \text{-----}, \quad T_1 = \text{-----}$$

b) Wie groß sind potentielle und kinetische Energie im Zustand 2 an der obersten Stelle der Führung?

$$U_2 = \text{-----}, \quad T_2 = \text{-----}$$

c) Formulieren Sie die Energiebilanz für die Lageänderung von 1 nach 2.

-----

d) Wie groß ist die Geschwindigkeit der Muffe  $v_2$  an der Stelle 2?

$v_2 = \sqrt{\frac{c}{m}(l-r)^2 - 4gr}$

$v_2 = \sqrt{\frac{c}{m}r^2 - 4gl}$

$v_2 = \sqrt{\frac{c}{m}gr - l^2}$

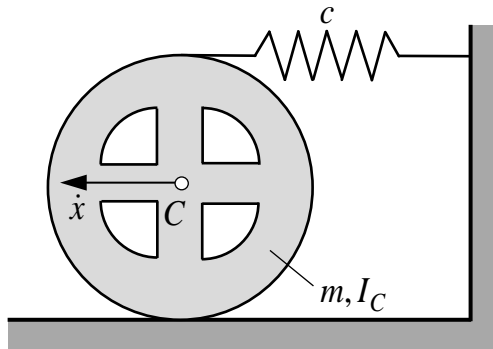
$v_2 = \sqrt{\frac{c}{m}(r-l)^2 - 2gl}$

e) Auf welche Länge  $l$  muss die Feder im Zustand 1 ausgelenkt werden, damit der Zustand 2 erreicht werden kann?

$$l \geq \text{-----}$$

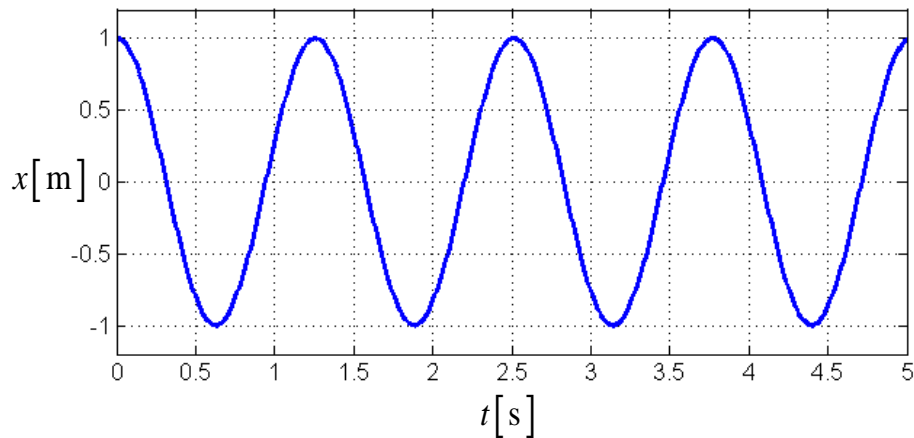
### Aufgabe 5 (10 Punkte)

Ein Rad (Masse  $m$ , Radius  $r$ ) mit einem unbekanntem Massenträgheitsmoment  $I_C$  bzgl. Schwerpunkt  $C$  rollt auf einer Ebene und ist mit einer Feder (Federsteifigkeit  $c$ ) gefesselt, die für  $x=0$  entspannt ist. Die zugehörige Bewegungsgleichung lautet



$$\left(\frac{I_C}{r^2} + m\right)\ddot{x} + 4cx = 0.$$

Aus einem Experiment ergibt sich folgende Bewegung des Rades:



a) Klassifizieren Sie die Schwingung.

- |                                     |                                      |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> linear     | <input type="checkbox"/> nichtlinear |
| <input type="checkbox"/> ungedämpft | <input type="checkbox"/> gedämpft    |
| <input type="checkbox"/> frei       | <input type="checkbox"/> erzwungen   |

b) Welche Periodendauer  $T$ , Eigenfrequenz  $f$  und Kreisfrequenz  $\omega$  ergeben sich aus der Schwingungsmessung?

$$T = \text{-----}, \quad f = \text{-----}, \quad \omega = \text{-----}$$

c) Welche Kreisfrequenz  $\omega_0$  der ungedämpften Schwingung ergibt sich aus der Bewegungsgleichung?

$$\omega_0 = \text{-----}$$

d) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment  $I_C$  des Rades für Federsteifigkeit  $c = 100 \text{ N/m}$ , Masse  $m = 10 \text{ kg}$  und Radius  $r = 1 \text{ m}$ ?

$$I_C = \text{-----} = \text{-----}$$

(Formel)                      (Wert)

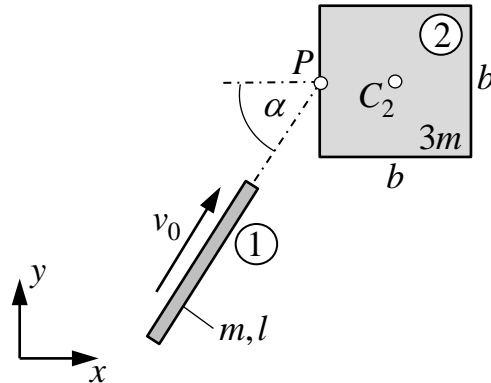
e) Wie groß ist der Trägheitsradius  $k$  des Rades bezüglich seines Schwerpunkts  $C$ ?

$$k = \text{-----}$$

(Wert)

### Aufgabe 6 (25 Punkte)

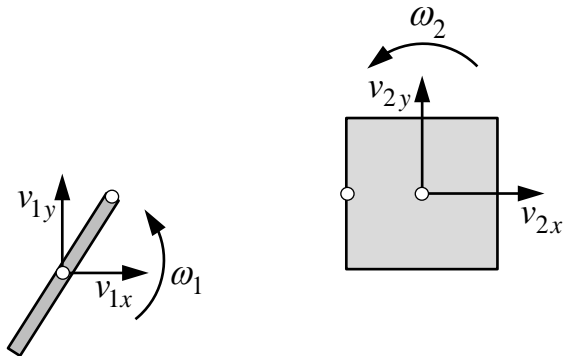
Ein dünner Stab 1 (Masse  $m$ , Länge  $l$ ) wird mit der Geschwindigkeit  $v_0$  unter dem Winkel  $\alpha$  gegen eine ruhende, homogene, quadratische Platte 2 (Masse  $3m$ , Kantenlänge  $b$ ) geschossen. Der Stoß beim Auftreffen ist glatt und teilelastisch (Stoßzahl  $\varepsilon$ ). Stab und Platte bewegen sich reibungsfrei in der  $x, y$ -Ebene.



a) Klassifizieren Sie den Stoß.

- zentrisch       exzentrisch

b) Zeichnen Sie in das Freischnittbild den/die auftretenden Kraftstoß/-stöße ein und bezeichnen Sie diese(n).



c) Geben Sie den Geschwindigkeitszustand vor dem Stoß an.

$v_{1x}^- = \underline{\hspace{2cm}}$ ,     $v_{1y}^- = \underline{\hspace{2cm}}$ ,     $\omega_1^- = \underline{\hspace{2cm}}$

$v_{2x}^- = \underline{\hspace{2cm}}$ ,     $v_{2y}^- = \underline{\hspace{2cm}}$ ,     $\omega_2^- = \underline{\hspace{2cm}}$

d) Formulieren Sie Impulsbilanzen und Drallbilanz für den Stab.

-----  
 -----  
 -----

e) Formulieren Sie Impulsbilanzen und Drallbilanz für die Platte.

-----  
 -----  
 -----

f) Welche Stoßrelation ergibt sich am Punkt  $P$  für den teilelastischen Stoß in  $x$ -Richtung?

$v_{P1x}^+ - v_{P2x}^+ = \underline{\hspace{2cm}}$

g) Welche Beziehungen ergeben sich aus der Starrkörperkinematik für die Geschwindigkeitskomponenten des Stabes und der Platte?

$v_{P1x}^+ = v_{1x}^+ + \frac{l}{2} \omega_1^+ \sin \alpha$         $v_{P2x}^+ = v_{2x}^+ + \frac{b}{2} \omega_2^+ \sin \alpha$

$v_{P1x}^+ = v_{1x}^+ - \frac{l}{2} \omega_1^+ \sin \alpha$         $v_{P2x}^+ = v_{2x}^+ - \frac{b}{2} \omega_2^+ \sin \alpha$

$v_{P1x}^+ = v_{1x}^+$         $v_{P2x}^+ = v_{2x}^+$

h) Wie groß ist die Geschwindigkeit der Platte nach dem Stoß?

$v_{2x}^+ = \frac{\cos \alpha}{2 + 3 \sin^2 \alpha} v_0,$

$v_{2y}^+ = 0$

$v_{2x}^+ = \frac{(1 - \varepsilon) \cos \alpha}{3 + 2 \cos^2 \alpha} v_0^2,$

$v_{2y}^+ = v_0 \cos \alpha$

$v_{2x}^+ = \frac{(1 + \varepsilon) \cos \alpha}{4 + 9 \sin^2 \alpha} v_0,$

$v_{2y}^+ = v_0$

$v_{2x}^+ = \frac{(1 - \varepsilon) \cos \alpha}{4 v_0 + 9 \cos^2 \alpha},$

$v_{2y}^+ = v_0 \sin \alpha$

ENDE