Techn. Mechanik & Fahrzeugdynamik — TM II

Prof. Dr.-Ing. habil. Hon. Prof. (NUST) D. Bestle — 28. September 2017

Prüfungsklausur Technische Mechanik II

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

1. Die Prüfung umfasst 7 Aufgaben auf 6 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

....

(Unterschrift)

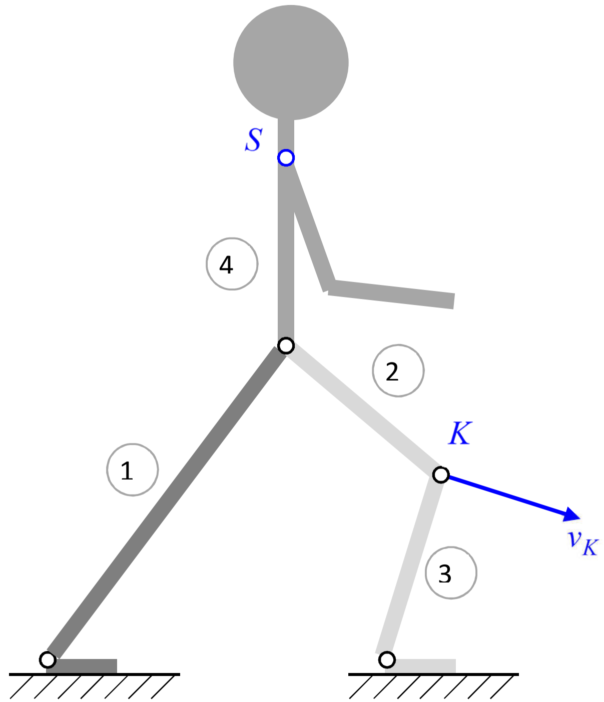
Gesamtpunktzahl: 72
zum Bestehen erforderlich: 36

Punkte	Note	

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Ein Fußballspieler macht vor dem Spiel Dehnübungen. Dabei ruhen beide Füße auf dem Boden und der Oberkörper bleibt stets aufrecht. Das Bein 1 bleibt gestreckt, während das Knie K mit der Geschwindigkeit v_K nach vorn bewegt wird.

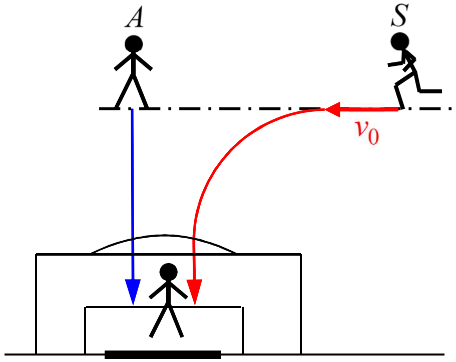
a) Zeichnen Sie die Momentanpole P_1 bis P_4 der Körperteile 1 bis 4 ein.



b) Konstruieren Sie ausgehend von v_K die Geschwindigkeit v_S des Punkts S (Schulter). Beachten Sie, dass der Oberkörper stets senkrecht bleibt.

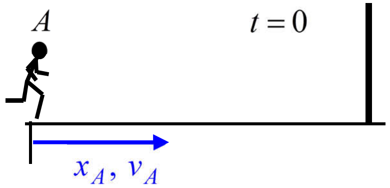
Aufgabe 2 (17 Punkte)

Zur Vermeidung von Abseits befinden sich ein Abwehrspieler A und ein Stürmer S bei Ballabgabe zum Zeitpunkt $t=0$ auf gleicher Höhe.



a) Der Abwehrspieler A startet aus dem Stand und beschleunigt mit konstanter Beschleunigung a_0 auf seine Maximalgeschwindigkeit v_0, die er zur Zeit t_0 erreicht und dann beibehält:

$$a_A(t)=\begin{cases} a_0 & ,\ 0\le t\le t_0 \\ 0 & ,\ t_0<t \end{cases}.$$



Geben Sie Beschleunigungs-, Geschwindigkeits- und Wegverläufe in FÖPPL-Notation an.

$a_A(t)=$ ____________

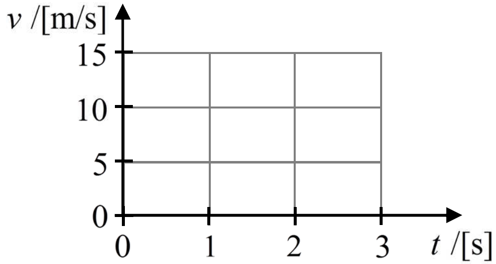
$v_A(t)=$ ____________

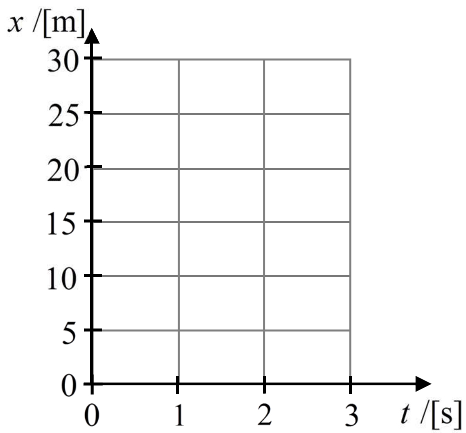
$x_A(t)=$ ____________

b) Wann erreicht der Abwehrspieler seine Maximalgeschwindigkeit?

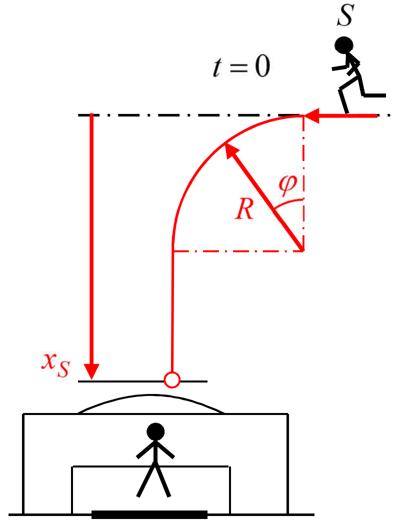
$t_0=$ ______

c) Zeichnen Sie die Geschwindigkeit v_A und den Weg x_A des Abwehrspielers mit $a_0=5\ \mathrm{m/s^2}$ und $v_0=10\ \mathrm{m/s}$.





d) Der Stürmer S läuft bereits vor der Ballabgabe mit konstanter Geschwindigkeit v_0 parallel zur Torauslinie und behält diese Geschwindigkeit bei. Nach Ballabgabe $(t=0)$ biegt er zunächst in einen Viertelkreis (Radius R) ein und läuft anschließend gerade auf das Tor zu. Welche Beziehung zwischen Winkel φ und Zeit t erhält man beim Durchlaufen des Viertelkreises aus dem Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit $v_0=\dot{\varphi}R$?



☐ $\varphi(t)=\dfrac{v_0}{R}t$ ☐ $\varphi(t)=\dfrac{v_0}{Rt}$

☐ $\varphi(t)=\dfrac{R}{v_0 t}$ ☐ $\varphi(t)=\dfrac{Rt}{v_0}$

e) Wie lange dauert das Durchlaufen des gesamten Viertelkreises?

$T=$ ______

f) Wie groß ist der Abstand $x_S(t)$ des Stürmers von der Ausgangslinie?

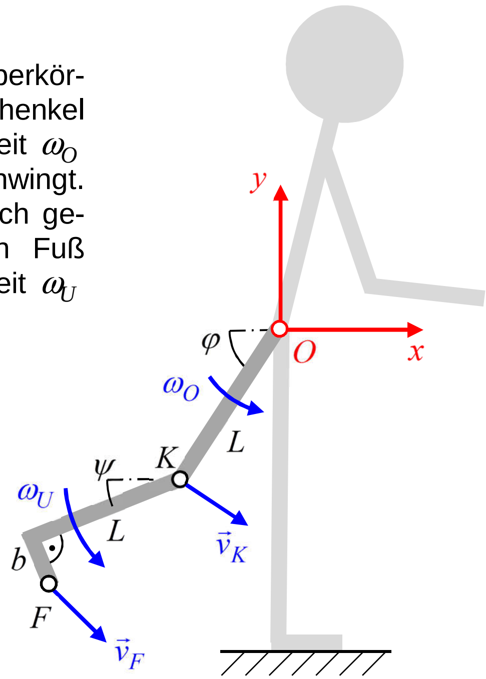
$$x_S=\begin{cases} \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} & \textit{für } 0\le t\le T \\ \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} & \textit{für } t>T \end{cases}$$

g) Zeichnen Sie den Wegverlauf $x_S(t)$ des Stürmers für $R=5\ \mathrm{m}$ und $v_0=10\ \mathrm{m/s}$ in das Diagramm in Teilaufgabe c) ein. Berechnen Sie dazu die folgenden Werte.

$T=$ ____ , $x_S(0)=$ ____ , $x_S(\mathrm{T})=$ ____ , $x_S(3)=$ ____

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Beim Schuss behalten Standbein und Oberkörper ihre Lage bei, während der Oberschenkel (Länge L) mit der Winkelgeschwindigkeit ω_O um das feststehende Hüftgelenk O schwingt. Der Unterschenkel (Länge L) dreht sich gemeinsam mit dem dazu senkrechten Fuß (Länge b) mit der Winkelgeschwindigkeit ω_U um das Knie K.



a) Wie groß ist der Betrag v_K?

$v_K =$ _____

Beschreiben Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}_K$ vektoriell

$$\boldsymbol{v}_K = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

b) Welche Beziehung ergibt sich aus der Starrkörperkinematik zwischen Fußpunkt- und Kniegeschwindigkeit?

☐ $\vec{v}_F = \vec{v}_K + \vec{r}_{KF} \times \vec{\omega}_U$ ☐ $\vec{v}_F = \vec{v}_K + \vec{\omega}_U \times \vec{r}_{KF}$

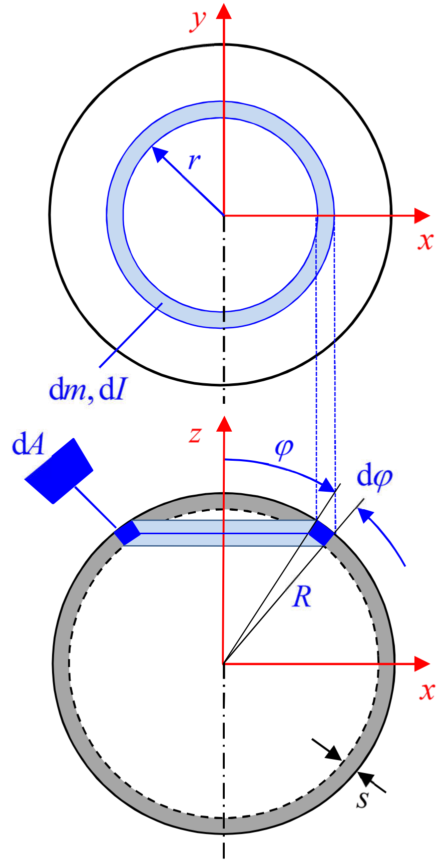
☐ $\vec{v}_F = \vec{v}_K \times (\vec{\omega}_U \times \vec{r}_{KF})$ ☐ $\vec{v}_F = \vec{\omega}_U \times (\vec{\omega}_O \times \vec{r}_{KF})$

c) Welche Zusammenhänge bestehen zwischen den Winkeln φ, ψ und den Winkelgeschwindigkeiten ω_O, ω_U?

$\omega_O =$ ______ , $\omega_U =$ ______

Aufgabe 4 (9 Punkte)

Der Fußball soll als Kugelschale (Radius R, Schalendicke $s \ll R$, Dichte ρ) modelliert werden. Zur Berechnung seines Trägheitsmoments I_Z um die z-Achse wird er in Kreisringe entsprechend der Abbildung zerlegt (Segmentwinkel $\mathrm{d}\varphi$, Radius r, Querschnittsfläche $\mathrm{d}A$, Masse $\mathrm{d}m$, Trägheitsmoment $\mathrm{d}I$).



a) Welche Zusammenhänge gelten für einen Kreisring?

☐ $r = R$ ☐ $r = 2R$

☐ $r = R\sin\varphi$ ☐ $r = R\cos\varphi$

☐ $\mathrm{d}A = sR\,\mathrm{d}\varphi$ ☐ $\mathrm{d}A = s^2\,\mathrm{d}\varphi$

☐ $\mathrm{d}A = sr\,\mathrm{d}\varphi$ ☐ $\mathrm{d}A = R^2\mathrm{d}\varphi$

☐ $\mathrm{d}m = R\,\mathrm{d}A$ ☐ $\mathrm{d}m = \rho\pi R^2\mathrm{d}A$

☐ $\mathrm{d}m = 2\pi r\,\mathrm{d}A$ ☐ $\mathrm{d}m = \rho 2\pi r\,\mathrm{d}A$

☐ $\mathrm{d}I = R^2\,\mathrm{d}m$ ☐ $\mathrm{d}I = r^2\,\mathrm{d}m$

☐ $\mathrm{d}I = R^4\,\mathrm{d}m$ ☐ $\mathrm{d}I = r^4\,\mathrm{d}m$

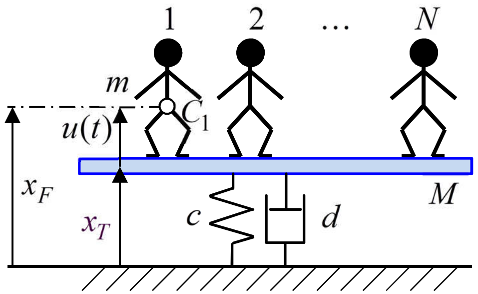
b) Berechnen Sie die Masse des Balls durch Integration unter Verwendung der Beziehungen aus a).

$$m = \int_{\_\_\_\_}^{\_\_\_\_} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \,\mathrm{d}\varphi = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

c) Analog erhält man das Trägheitsmoment des Balls um die z-Achse mit $I_z = 8/3\pi\rho R^4 s$. Welches Trägheitsmoment des Balls ergibt sich damit als Funktion von seiner Masse?

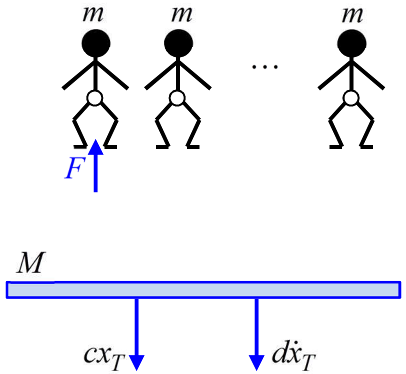
☐ $I_z = \frac{2}{5}mR^2$ ☐ $I_z = \frac{2}{3}mR^2$ ☐ $I_z = mR^2$ ☐ $I_z = 2mR^2$

Aufgabe 5 (14 Punkte)



Im Folgenden soll das synchrone Hüpfen von Fußballfans auf einer Tribüne untersucht werden. Die Tribüne ist gedämpft-elastisch gelagert (Gesamtsteifigkeit c, Dämpfungskoeffizient d, Feder für $x_T = 0$ entspannt). Der Einfachheit halber sollen die Fans (Anzahl N, jeweils Masse m und Schwerpunkt C_i) sich mit $u(t)$ relativ zur Tribüne (Masse M) bewegen, ohne den Bodenkontakt zu verlieren. Dabei übt jeder Fans die gleiche Kontaktkraft F aus.

a) Im freigeschnittenen System sind eine Kraft F und die Feder- und Dämpferkräfte beispielhaft eingetragen. Tragen Sie alle restlichen Kräfte ein und bezeichnen Sie diese.



b) Wie lautet der Impulssatz für eine einzelne Person in vertikale Richtung?

____

c) Stellen Sie den Impulssatz für die Tribüne in vertikale Richtung auf.

____

d) Welcher kinematische Zusammenhang besteht zwischen Fanbewegung x_F und Tribünenbewegung x_T bei harmonischer Relativbewegung $u(t) = u_0 \cos \Omega t$?

$x_F =$ _______________ , $\ddot{x}_F =$ _______________

e) Welche Bewegungsgleichung ergibt sich damit für die Tribüne?

☐ $(Nm + M)\ddot{x}_T + d\dot{x}_T + cx_T = -(m + M)g + m\Omega^2 u_0 \cos \Omega t$

☐ $(Nm + M)\ddot{x}_T + d\dot{x}_T + cx_T = -(Nm + M)g + Nm\Omega^2 u_0 \cos \Omega t$

☐ $(Nm + M)\ddot{x}_T + d\dot{x}_T - cx_T = -(Nm + M)g - Nm\Omega^2 u_0 \cos \Omega t$

☐ $(Nm + M)\ddot{x}_T + d\dot{x}_T + cx_T = -(Nm + M)g - Nm u_0 \cos \Omega t$

f) Mit geeigneten Zahlenwerten ergibt sich für die freien Tribünenschwingungen inklusive Fans die Bewegungsgleichung

$$440\,000\ddot{x}_T + d\dot{x}_T + 194\,040\,000 x_T = 0.$$

Geben Sie folgende Größen der normierten Schwingungsgleichung $\ddot{x}_T + 2\delta\dot{x}_T + \omega_0^2 x_T = 0$ an:

$\omega_0 =$ _____________ , $\delta =$ _____________

g) Wie groß ist das Lehr'sche Dämpfungsmaß?

$D =$ _____________

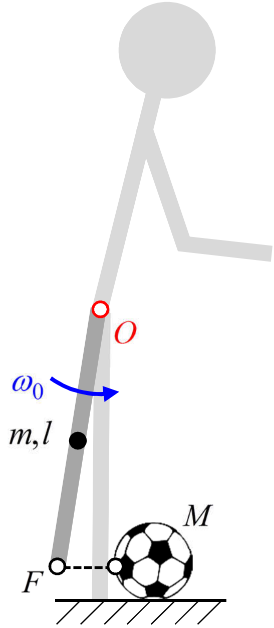
h) Wie groß muss die Dämpfung d mindestens sein, damit keine Resonanzerscheinung möglich ist?

$d \geq$ _______________

Aufgabe 6 (13 Punkte)

Der Schuss beim Strafstoß soll untersucht werden. Es wird angenommen, dass das Hüftgelenk O vollständig fixiert ist. Der Schuss wird mit gestrecktem Bein ausgeführt und der Ball in vertikaler Position getroffen. Der Stoß ist elastisch.

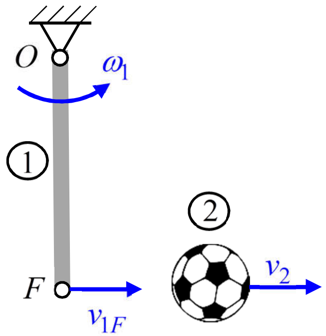
Zur Berechnung der Ballgeschwindigkeit nach dem Abschuss betrachten wir den Vorgang als Stoß eines homogenen Stabpendels 1 (Masse m, Länge l), das mit der Winkelgeschwindigkeit ω_0 in F auf den ruhenden Ball 2 (Masse M) trifft.



a) Geben Sie den Geschwindigkeitszustand des Systems vor dem Stoß an sowie den kinematischen Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω und der Geschwindigkeit v_{1F} im Stoßpunkt F vor und nach dem Stoß.

$\omega_1^- =$ ______ , $v_2^- =$ ______

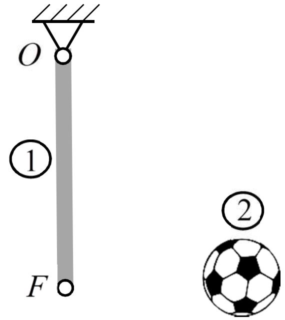
$v_{1F}^- =$ ______ , $v_{1F}^+ =$ ______



b) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment des Stabes bezüglich des Fixpunkts O?

$I_O =$ ______

c) Zeichnen Sie in das Freischnittbild zum Stoßzeitpunkt alle Stöße ein und benennen Sie diese.



d) Formulieren Sie die Drallbilanz für den Stab um den Fixpunkt O sowie die horizontale Impulsbilanz für den Ball.

____

____

e) Wie lautet die Stoßrelation für den elastischen Stoß zwischen Pendel und Ball? Beachten Sie dabei die Kinematik!

____

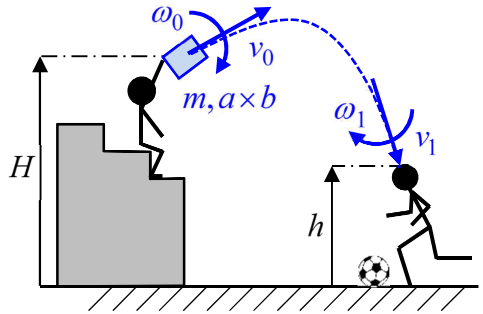
f) Wie groß sind Ballgeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit des Stabes nach dem Stoß?

☐ $v_2^+ = \dfrac{2m}{3M+m}\omega_0$ ☐ $v_2^+ = \dfrac{2m}{3M+m}\dfrac{\omega_0}{l}$ ☐ $v_2^+ = \dfrac{2m}{3M+m}l\omega_0$

☐ $\omega_1^+ = \dfrac{m-3M}{m+3M}\omega_0$ ☐ $\omega_1^+ = \dfrac{m+3M}{m+3M}\omega_0$ ☐ $\omega_1^+ = \dfrac{m+3M}{m-3M}\omega_0$

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Ein Hooligan wirft aus der Höhe H ein quaderförmiges Feuerzeug (Masse m, Breite a, Höhe b) mit der Schwerpunktgeschwindigkeit v_0 und der Winkelgeschwindigkeit ω_0 nach einem Spieler und trifft ihn mit v_1 und ω_1 am Kopf (Höhe h).



a) Wie groß ist die Gesamtenergie des Feuerzeugs im Augenblick des Abwurfs?

$E_0 =$ ________________________________

b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Winkelgeschwindigkeiten ω_0 und ω_1 unter Vernachlässigung des Luftwiderstands?

$\omega_1 =$ _____

c) Formulieren Sie den Energieerhaltungssatz zwischen Abwurf und Treffen des Spielers bei Vernachlässigung des Luftwiderstands.

____

d) Mit welcher translatorischen Geschwindigkeit wird der Spieler getroffen?

- ☐ $v_1 = \sqrt{2g(H-h)}$
- ☐ $v_1 = v_0 + \sqrt{2g(H-h)}$
- ☐ $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2g(H-h)}$
- ☐ $v_1 = v_0 - \sqrt{2g(H-h)}$

ENDE