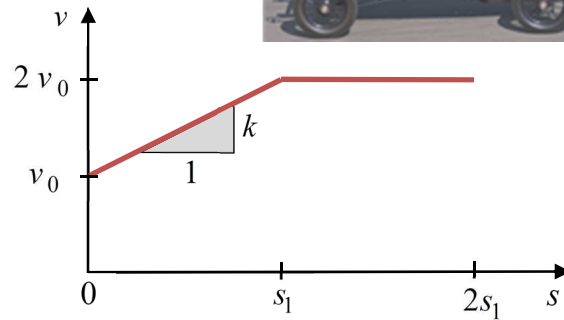


Aufgabe 2 (19 Punkte)

Das nebenstehende v - s -Diagramm der Fahrt eines Rennwagens ist gegeben.



- a) Wie groß ist die Steigung k der Geschwindigkeit im Bereich $0 \leq s < s_1$?

$$k = \text{-----}$$

- b) Beschreiben Sie den Geschwindigkeits-Weg-Verlauf mit Hilfe der Föppl-Symbolik und als zusammengesetzte Funktion.

$$v(s) = \text{-----} = \begin{cases} \text{-----}, & 0 \leq s < s_1 \\ \text{-----}, & s_1 \leq s \leq 2s_1 \end{cases}$$

- c) Wie lautet der Beschleunigungs-Weg-Verlauf im betrachteten Bereich?

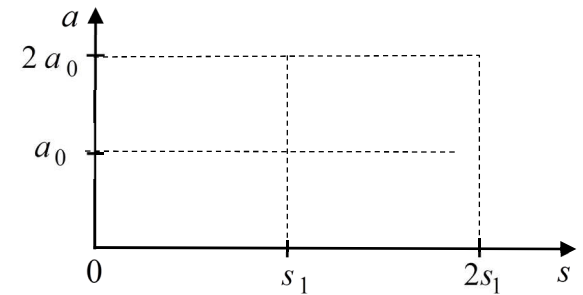
$$a(s) = \text{-----} = \begin{cases} \text{-----}, & 0 \leq s < s_1 \\ \text{-----}, & s_1 \leq s \leq 2s_1 \end{cases}$$

(Formel)

- d) Berechnen Sie die Beschleunigungen a_0 und a_1^- für $s = 0$ bzw. s_1^- .

$$a_0 = a(0) = \text{-----}, \quad a_1^- = a(s_1^-) = \text{-----} = a_0$$

- e) Zeichnen Sie das Beschleunigungs-Weg-Diagramm für $0 \leq s \leq 2s_1$.



- f) Wie lautet der Zusammenhang zwischen Zeit und Weg in den entsprechenden Bereichen? Hinweis: $t_0 = t(0) = 0$, $t_1 = t(s_1)$

$$0 \leq s < s_1: \quad t(s) = \text{-----}$$

(Integralformel)

$$\square t(s) = \frac{s_1}{v_0} \ln\left(\frac{s}{s_1} + 1\right) \quad \square t(s) = \frac{s_1}{v_0} \ln(s + s_1)$$

$$\square t(s) = \frac{v_0}{s_1} \ln\left(\frac{s}{s_1} + 1\right) \quad \square t(s) = \frac{v_0}{s_1} \ln(s + s_1)$$

$$s_1 \leq s \leq 2s_1: \quad t(s) = t_1 + \text{-----} = t_1 + \text{-----}$$

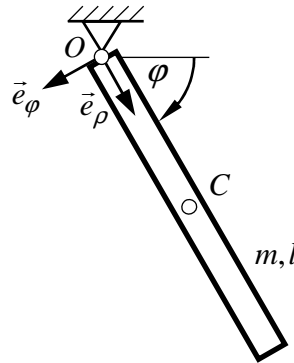
(Integralformel)

- g) Wie lange benötigt der Rennwagen bis zum Ende der Abschnitte?

$$t_1 = t(s_1) = \text{-----} \quad t_2 = t(2s_1) = t_1 + \text{-----}$$

Aufgabe 3 (13 Punkte)

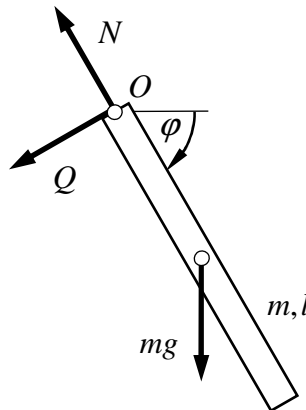
Ein gelenkig aufgehängter, homogener Stab (Masse m , Länge l) wird horizontal ($\varphi = 0$) aus der Ruhe freigegeben. Zur Bestimmung der Lagerreaktionen im Gelenk O für eine beliebige Lage φ wird ein körperfestes Zylinderkoordinatensystem $\{O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z\}$ benutzt.



- a) Geben Sie für den Schwerpunkt C , seine Lage, Absolutgeschwindigkeit und Absolutbeschleunigung in Zylinderkoordinaten an.

$$\mathbf{r}_C = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_C = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_C = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

- b) Zweckmäßigerweise wird die Reaktionskraft im Lager O in eine Normalkomponente N und eine Tangentialkomponente Q zerlegt. Formulieren Sie den Impulssatz in beide Richtungen.



- c) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment des homogenen Stabes bezüglich des Lagers O ?

$$I_O = \text{-----}$$

- d) Wie lautet der Energiesatz für den Stab bezüglich des Fixpunkts O ?

- e) Welches Ergebnis findet man daraus?

$\dot{\varphi}^2 = \frac{3g}{l} \sin \varphi$
 $\dot{\varphi}^2 = \frac{3l}{2g} \sin \varphi$
 $\dot{\varphi}^2 = \frac{g}{l} \sin \varphi$
 $\dot{\varphi}^2 = \frac{3g}{l} \tan \varphi$
 $\dot{\varphi}^2 = \frac{3l}{2g} \tan \varphi$
 $\dot{\varphi}^2 = \frac{g}{l} \tan \varphi$

- f) Welche Winkelbeschleunigung ergibt sich daraus durch Ableiten?

$\ddot{\varphi} = \frac{3g}{2l} \sin \varphi$
 $\ddot{\varphi} = \frac{3l}{2g} \sin \varphi$
 $\ddot{\varphi} = \frac{l}{g} \sin \varphi$
 $\ddot{\varphi} = \frac{3g}{2l} \cos \varphi$
 $\ddot{\varphi} = \frac{3l}{2g} \cos \varphi$
 $\ddot{\varphi} = \frac{l}{g} \cos \varphi$

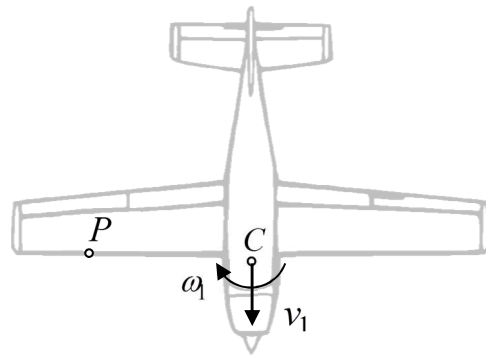
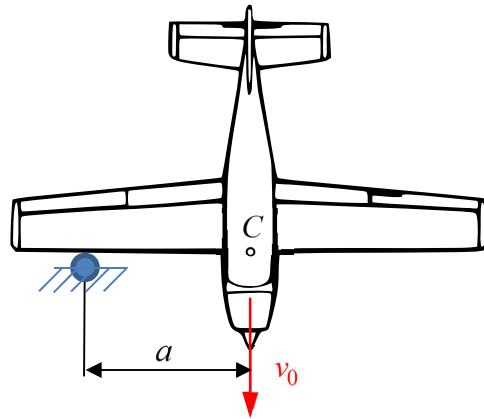
- g) Welche Lagerkräfte des Stabes ergeben sich damit?

$$N(\varphi) = \text{-----}$$

$$Q(\varphi) = \text{-----}$$

Aufgabe 4 (13 Punkte)

Beim Ausrollen nach einer Landung prallt ein Motorflugzeug (Masse m , Massenträgheitsmoment I_C bezüglich seines Schwerpunkts C) mit dem Flügel an einen festen Pfosten. Unmittelbar vor dem Stoß (Stoßzahl ε) rollt das Segelflugzeug mit der Geschwindigkeit v_0 geradeaus.



- a) Zeichnen Sie in das Freischnittbild die auftretenden Kraftstöße ein und bezeichnen Sie diese.

- b) Welchen Geschwindigkeitszustand hat das Flugzeug vor dem Stoß?

$$v_1^- = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\omega_1^- = \underline{\hspace{2cm}}$$

- c) Formulieren Sie die Impulsbilanz in Flugzeuglängsrichtung und die Drallbilanz für das Flugzeug.

- d) Welcher kinematische Zusammenhang besteht zwischen den Geschwindigkeiten v_{P1} und v_1 in den Punkten P und C sowie der Winkelgeschwindigkeit des Flugzeugs ω_1 vor und nach dem Stoß?

$$v_{P1}^- = \underline{\hspace{2cm}} \quad v_{P1}^+ = \underline{\hspace{2cm}}$$

- e) Welche Stoßrelation ergibt sich damit im Stoßpunkt P ?

- f) Wie groß sind Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit des Flugzeugs nach dem Stoß?

$\omega_1^+ = \frac{(1-\varepsilon)ma}{I_C - ma^2} v_0$

$\omega_1^+ = \frac{(1-\varepsilon)ma}{I_C + ma^2} v_0$

$\omega_1^+ = \frac{(1+\varepsilon)ma}{I_C - ma^2} v_0$

$\omega_1^+ = \frac{(1+\varepsilon)ma}{I_C + ma^2} v_0$

$v_1^+ = \frac{\varepsilon I_C - ma^2}{I_C - ma^2} v_0$

$v_1^+ = \frac{\varepsilon I_C + ma^2}{I_C + ma^2} v_0$

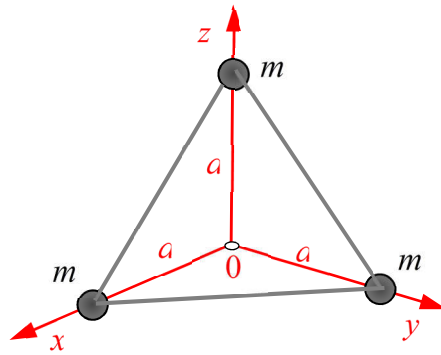
$v_1^+ = \frac{-\varepsilon I_C - ma^2}{I_C - ma^2} v_0$

$v_1^+ = \frac{-\varepsilon I_C + ma^2}{I_C + ma^2} v_0$

- g) Welcher Kraftstoß ergibt sich damit auf das Flugzeug in Längsrichtung?

Aufgabe 5 (9 Punkte)

Drei Punktmassen (jeweils Masse m) sind durch drei masselose Stäbe (jeweils Länge $\sqrt{2}a$) miteinander verbunden. Von dieser Dreiecksanordnung soll zunächst der Massenträgheitstensor bezüglich der Koordinatenachsen ausgerechnet werden.



- a) Wie groß sind das Massenträgheitsmoment bezüglich der x -Achse und das Deviationsmoment I_{xy} dieser Dreiecksanordnung?

$$I_{xx}^O = \text{-----} \quad I_{yz}^O = \text{-----}$$

- b) Um die Trägheitsmomente auf den Schwerpunkt zu beziehen, benötigt man zunächst den Schwerpunkt der Dreiecksanordnung. Mit welcher Formel lässt sich die x -Koordinate des Schwerpunkts beispielhaft berechnen, wenn x_i^C die x -Koordinate des i -ten Massepunkts bezeichnet?

$$\square x^C = \sum_{i=1}^3 mx_i^C \quad \square x^C = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 mx_i^C \quad \square x^C = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^3 mx_i^C$$

$$\square x^C = \sum_{i=1}^3 x_i^C \quad \square x^C = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 x_i^C \quad \square x^C = \frac{1}{3m} \sum_{i=1}^3 x_i^C$$

- c) Wo liegt Schwerpunkt C im vorliegenden Fall?

$$x^C = y^C = z^C = \text{-----}$$

- d) Wie lauten die Transformationsbeziehungen zwischen den Trägheitsgrößen bezogen auf den Koordinatenursprung O und den Schwerpunkt C ?

$$\square I_{xx}^C = I_{xx}^O + 3m \left((y^C)^2 + (z^C)^2 \right) \quad \square I_{yz}^C = I_{yz}^O + 3my^C z^C$$

$$\square I_{xx}^C = I_{xx}^O - 3m \left((y^C)^2 + (z^C)^2 \right) \quad \square I_{yz}^C = I_{yz}^O - 3my^C z^C$$

$$\square I_{xx}^C = I_{xx}^O - m \left((y^C)^2 + (z^C)^2 \right) \quad \square I_{yz}^C = I_{yz}^O - my^C z^C$$

- e) Welches Massenträgheitsmoment und welches Deviationsmoment ergibt sich im vorliegenden Fall bezüglich des Schwerpunkts C ?

$$I_{xx}^C = \text{-----} \quad I_{yz}^C = \text{-----}$$

- f) Welcher Massenträgheitstensor ergibt sich für die Dreiecksanordnung bezüglich des Schwerpunkts C ?

$$\square \mathbf{I}^C = \frac{ma^2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

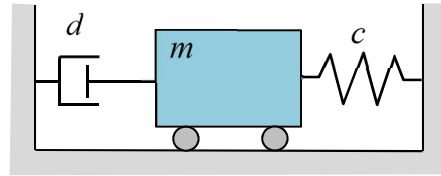
$$\square \mathbf{I}^C = \frac{ma^2}{3} \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\square \mathbf{I}^C = \frac{ma^2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\square \mathbf{I}^C = \frac{ma^2}{3} \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 6 (11 Punkte)

Das Lehr'sche Dämpfungsmaß eines Schwingers $m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = 0$ hat den Wert $D=1$.



a) Wie nennt man diesen Schwingungsfall?

- ungedämpft schwach gedämpft
 Dämpfungsgrenzfall stark gedämpft

b) Welche Dämpfung hat dieser Schwinger in der Standardform?

- $\delta = \sqrt{cm}$ $\delta = \sqrt{\frac{c}{m}}$ $\delta = \frac{1}{\sqrt{cm}}$

c) Welche Form hat dann die Lösung der Schwingungsgleichung?

- $x(t) = A \cos(\omega t - B)$ $x(t) = Ae^{-\delta t} \cos(\omega t - B)$
 $x(t) = e^{-\delta t} (At + B)$ $x(t) = Ae^{\delta t} + B$

d) Der Schwinger wird mit der Anfangsauslenkung $x(0) = x_0$ und der Anfangsgeschwindigkeit $\dot{x}(0) = v_0$ in Bewegung gesetzt. Um die Konstanten A und B zu bestimmen benötigt man folgende Größen:

$\dot{x}(t) =$ _____

$\Rightarrow x(0) =$ _____ $\stackrel{!}{=} x_0, \quad \dot{x}(0) =$ _____ $\stackrel{!}{=} v_0$

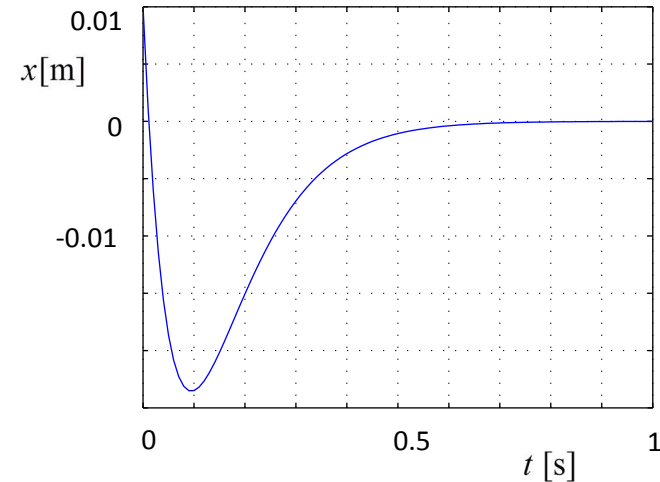
e) Wie groß müssen A und B sein, um die Anfangsbedingungen zu erfüllen?

$A =$ _____ $B =$ _____

f) Wie lautet damit die Schwingung?

$x(t) =$ _____

g) Mit den Parametern $m = 2\text{kg}$ und $c = 288\text{N/m}$ ergibt sich das abgebildete Schwingverhalten.



Welche Anfangsbedingungen führen zu dieser Bewegung?

$x_0 =$ _____

- $v_0 = -1\text{m/s}$ $v_0 = 0$ $v_0 = 1\text{m/s}$

E N D E