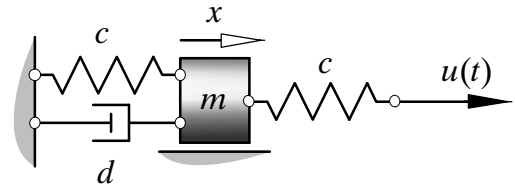


15 Erzwungene Schwingungen

Aufgabe 1

Ein horizontal verschieblicher Körper (Masse $m = 1 \text{ kg}$) ist über zwei Federn (Steifigkeit $c = 0.5 \text{ N/m}$) und einen Dämpfer (Dämpfungskoeffizient $d = \sqrt{2} \text{ Ns/m}$) angekoppelt. Der Endpunkt der rechten Feder wird mit einer zeitabhängigen Verschiebung $u(t)$ beaufschlagt. Der Körper sei für $x = u = 0$ im Gleichgewicht.



- Wie lautet die Schwingungsgleichung des Feder-Masse-Schwingers?
- Bestimmen Sie die Sprungantwort für

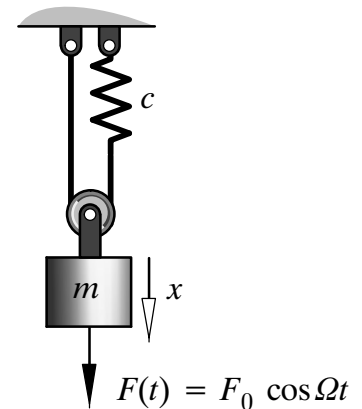
$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ u_0 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \text{ mit den Anfangsbedingungen } x(0) = \dot{x}(0) = 0.$$

- Wie groß sind die Amplituden der partikulären Lösung bei einer harmonischen Erregung $u(t) = u_0 \cos \Omega t$ mit $u_0 = 0.1 \text{ m}$ und $\Omega = 1 \text{ rad/s}$?

Aufgabe 2

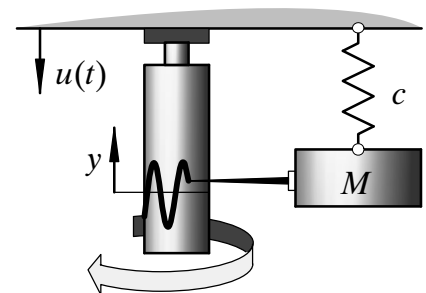
Ein Körper (Masse m) ist über eine masselose Umlenkrolle elastisch aufgehängt (Steifigkeit c). Nach unten wirkt auf den Körper eine harmonische Kraft $F(t) = F_0 \cos \Omega t$. Die Auslenkung x des Körpers wird bezüglich seiner statischen Gleichgewichtslage gemessen.

- Formulieren Sie die Schwingungsgleichung.
- Bei welcher Erregerfrequenz tritt Resonanz auf?



Aufgabe 3

Ein Seismograph besteht im Wesentlichen aus einer großen Masse M , die an einer Feder elastisch aufgehängt ist. Die Eigenfrequenz des Systems sei $\omega_0 = 2.8 \text{ rad/s}$. Bei einem Erdbeben bewegt sich die Decke z.B. mit $u(t) = u_0 \sin \Omega t$, $\Omega = 56 \text{ rad/s}$, und versetzt die Masse in Schwingung. Diese trägt einen Schreibstift, der auf einer rotierenden Trommel die Verschiebung zwischen Decke und Masse aufzeichnet.

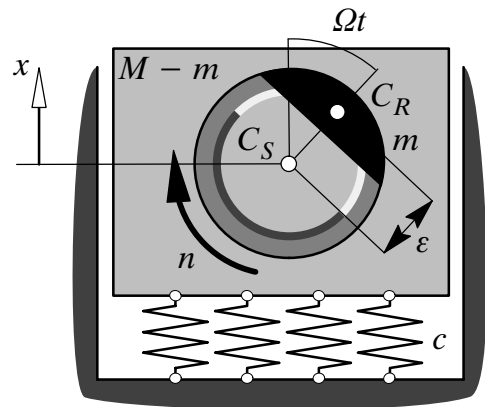


- Bestimmen Sie das aufgezeichnete Signal $y(t)$, wenn die Masse vor dem Erdbeben im Gleichgewicht war.
- Mit welcher Genauigkeit stimmt die aufgezeichnete Amplitude y_{\max} mit der Erdbebenamplitude u_0 überein?



Aufgabe 4

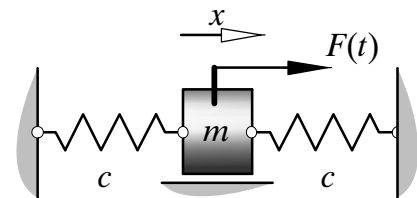
Eine häufige Ursache für Schwingungen sind Unwuchten. Ein Motor mit der Gesamtmasse $M = 50 \text{ kg}$ bestehe aus einem Rotor (Masse m , Schwerpunkt C_R , Exzentrizität ε) und dem Stator (Restmasse $M - m$, Schwerpunkt C_S). Durch die umlaufende Unwucht (Drehzahl $n = 1800 \text{ U/min}$) entsteht eine harmonische vertikale Kraft, die vom Fundament aufzunehmen ist.



- Um die Störkraft zu reduzieren, wird der Motor elastisch gelagert (Fundamentgesamtheitsteifigkeit c). Stellen Sie die Schwingungsgleichung auf und bestimmen Sie die Amplitude N_0 der im stationären Betrieb auf die Umgebung übertragenen Störkraft.
- Wie groß muss die Fundamentsteifigkeit c gewählt werden, damit die auf die Umgebung übertragene Störkraftamplitude N_0 nur $1/10$ der umlaufenden Unwuchtkraft U_0 beträgt?

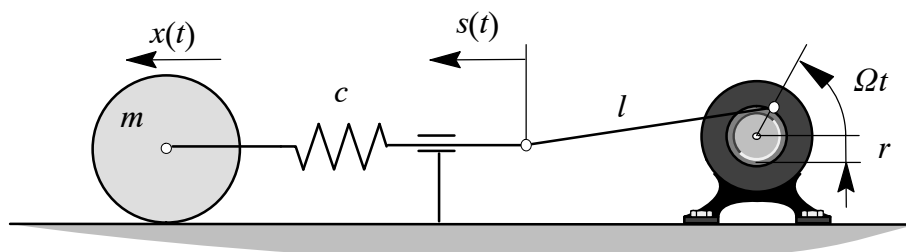
Aufgabe 5

Ein horizontal verschieblicher Körper (Masse $m = 0.1 \text{ kg}$) ist über zwei Federn (Steifigkeit $c = 7.2 \text{ N/m}$) elastisch abgespannt. Er wird harmonisch mit einer Kraft $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ (Amplitude $F_0 = 0.1 \text{ N}$, Anregungsfrequenz $\Omega = 14 \text{ rad/s}$) angeregt. Bestimmen Sie die maximal auftretenden Amplituden und die Schwebungsfrequenz, wenn die Masse zum Zeitpunkt $t = 0$ aus der Ruhe losgelassen wird.



Aufgabe 6

Ein homogener Zylinder (Masse m) wird über eine masselose Feder (Federkonstante c) durch einen Motor mit konstanter Drehzahl (Winkelgeschwindigkeit Ω , Radius r der Exzentrerscheibe) zu Schwingungen angeregt. Bei genügend langer Koppel $l \gg r$ kann die Anregung $s(t)$ als harmonische Erregung betrachtet werden.



- Welche Bewegungsgleichung ergibt sich für den Fall des Rollens?
- Für welche Erregerfrequenz ergibt sich strenge Resonanz?
- In welchem Verhältnis steht die Schwingungsamplitude r_0 der erzwungenen Schwingung $x(t) = r_0 \cos(\Omega t - \psi)$ zum Radius r der Exzentrerscheibe bei der Erregerfrequenz $\Omega = 0.6 \sqrt{c/m}$? Welche Phasenverschiebung ψ zwischen Erregung und Schwingungsantwort tritt dabei auf?