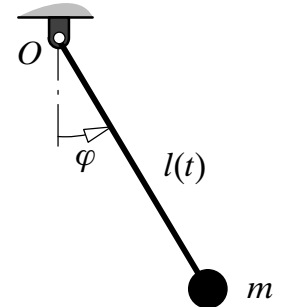


13 Schwingungen

Aufgabe 1

Stellen Sie die Schwingungsgleichung für ein Punktpendel (Masse m) mit veränderlicher Pendellänge $l(t)$ auf. Formulieren Sie dazu die Massenträgheit und den Drall des Pendels bezüglich des Fixpunkts O . Welcher Schwingungstyp liegt vor?



Aufgabe 2

Charakterisieren Sie folgende Schwingungsgleichungen bezüglich Freiheitsgrad, Art der Schwingungsdifferentialgleichung und Art der Erregung:

a) Duffing-Schwinger: $\ddot{x} + a\dot{x} - bx + cx^3 = d \cos t$

Van-der-Pol-Schwinger: $\ddot{x} - (1 - x^2)\dot{x} + x = 0$

b) Fahrzeug-Schwingungen:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2d}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2a^2d}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2c}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2c^2d}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_A/m \\ \frac{c}{m}(u_v + u_h) + \frac{d}{m}(\dot{u}_v + \dot{u}_h) \\ \frac{ac}{I}(u_v - u_h) + \frac{ad}{I}(\dot{u}_v - \dot{u}_h) \end{bmatrix}$$

mit $F_A(t)$, $u_v(t)$, $u_h(t)$

c) Bewegungsgleichung eines Punktpendels mit bewegtem Aufhängepunkt:

$$\ddot{\varphi} + \frac{\ddot{u}(t) + g}{l} \sin \varphi = 0 \quad \text{mit} \quad u(t) = a \cos \Omega t .$$

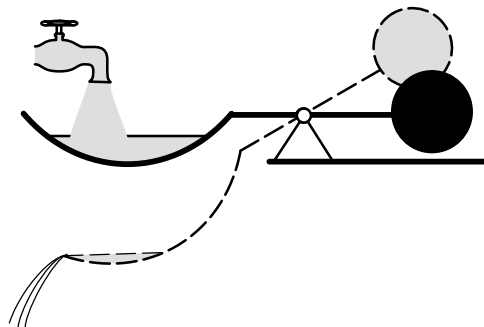
Aufgabe 3

Bestimmen Sie für folgende selbsterregungsfähige Schwingungssysteme jeweils Energiespeicher, Schwinger und Schalter.

a) Violine



b) Wasserspiel



c) elektrische Klingel

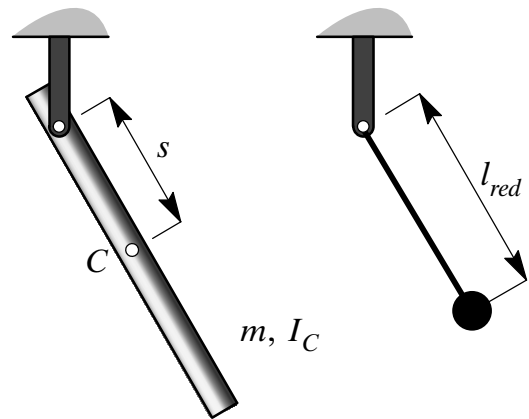




Aufgabe 4

Ein Körperpendel (Masse m , Massenträgheitsmoment I_C) ist im Abstand s von seinem Schwerpunkt C aufgehängt.

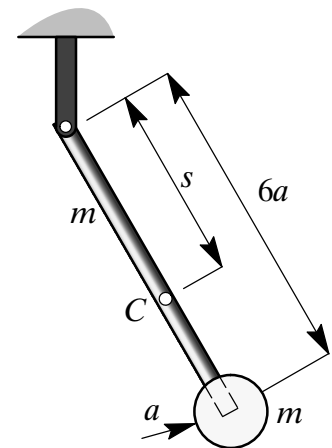
- Wie lautet die Schwingungsgleichung der Pendelschwingung? Wie groß ist seine Kreisfrequenz für kleine Auslenkungen?
- Wie lang müsste ein Punktpendel mit gleicher Schwingungsfrequenz sein (reduzierte Pendellänge l_{red})?
- Stellen Sie die Abhängigkeit der reduzierten Pendellänge l_{red} vom Schwerpunktabstands s qualitativ dar. Welche kleinste reduzierte Pendellänge lässt sich durch geeignete Wahl von s erreichen?
- Wie lautet die Schwingungsgleichung eines Stabpendels (Masse m , Länge L) für kleine Auslenkungen?



Aufgabe 5

Ein Uhrpendel besteht aus einem homogenen Stab (Masse m , Länge $6a$) und einer aufgesetzten Zylinderscheibe (Masse m , Radius a).

- Bestimmen Sie den Gesamtschwerpunkt C und das Trägheitsmoment I_C .
- Wie groß ist die Schwingungszeit für kleine Auslenkungen?
- Bei welcher Auslenkung würde sich diese Schwingungszeit gerade verdoppeln?



Aufgabe 6

Bestimmen Sie für folgende Schwinger jeweils die Gleichgewichtslagen und linearisieren Sie die Schwingungsdifferentialgleichung um diese:

- Van-der-Pol-Schwinger:
$$\ddot{x} - (1 - x^2)\dot{x} + x = 0$$
- Pendel-Schwingungen:
$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0.$$