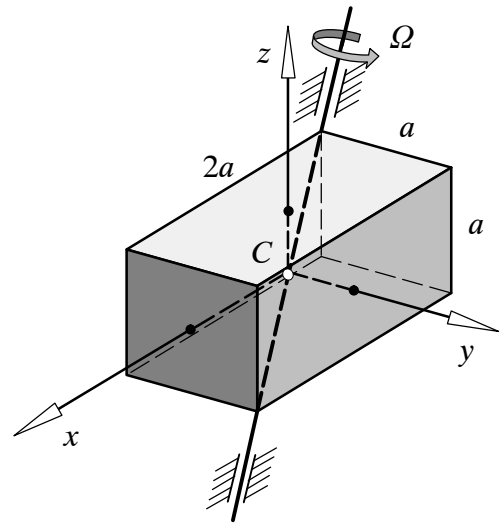


## 6 Kinetik der Starrkörperdrehung

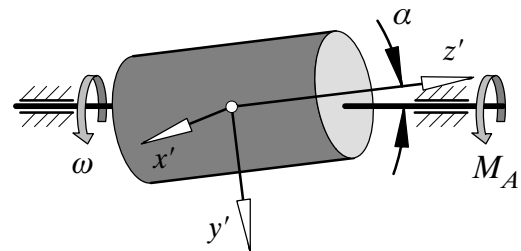
### Aufgabe 1

Ein homogener Quader (Masse  $m$ ) rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  um seine Raumdiagonale. Berechnen Sie den Drall des Quaders im Koordinatensystems  $\{C, x, y, z\}$ .



### Aufgabe 2

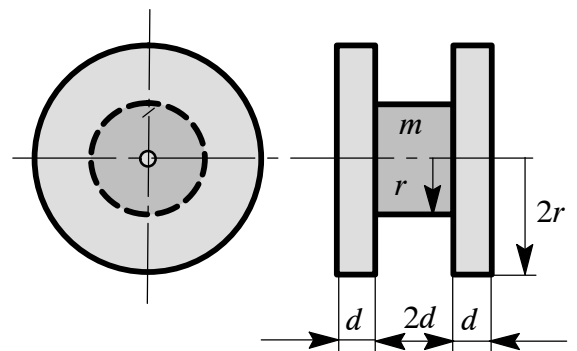
Aufgrund von Fertigungsfehlern ist ein zylindrischer Rotor (Masse  $m$ , Radius  $r$ , Länge  $3r$ ) um den Winkel  $\alpha$  zur Drehachse geneigt. Er wird durch ein Moment  $M_A$  angetrieben. Formulieren Sie den Drallsatz bezüglich der Drehachse.



### Aufgabe 3

Eine homogene Walze besteht aus einem Innenzylinder (Radius  $r$ , Breite  $2d$ , Masse  $m$ ) und zylindrischen Seitenteilen (Radius  $2r$ , Breite  $d$ ).

- Wie groß ist die Masse  $m_s$  eines Seitenteils und die Gesamtmasse  $M$ ?
- Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment und den Trägheitsradius der Walze bezüglich ihrer Rotationssymmetrieachse.

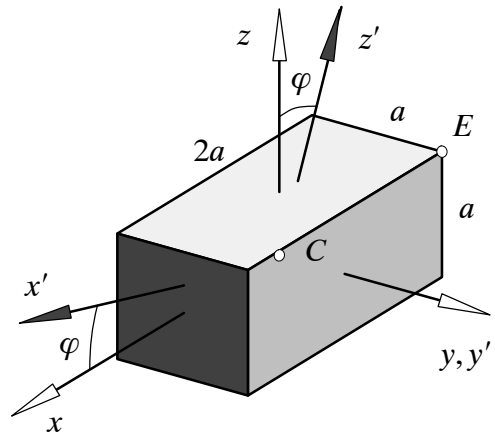




### Aufgabe 4

Bestimmen Sie den Trägheitstensor eines homogenen Quaders (Masse  $m$ , Schwerpunkt  $C$ ) mit den Abmessungen  $a \times a \times 2a$  bezüglich verschiedener Bezugspunkte in verschiedenen Koordinatensystemen.

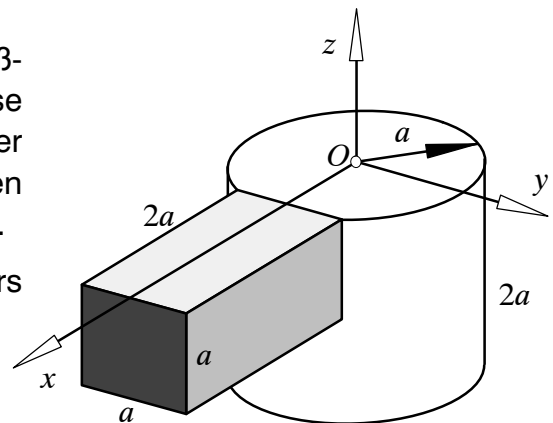
- Stellen Sie den Trägheitstensor für das Koordinatensystem  $K \{C, x, y, z\}$  auf.
- Bestimmen Sie den Trägheitstensor des Quaders bezüglich des Eckpunkts  $E$  in  $K$ .
- Das Koordinatensystem  $K' \{C, x', y', z'\}$  ist gegenüber  $K$  um den Winkel  $\varphi$  verdreht. Wie lautet die Drehmatrix  $S_{KK'}$  und der Drehtensor bez. des Schwerpunkts im Koordinatensystem  $K'$ ?



### Aufgabe 5

Ein Körper besteht aus zwei aneinander geschweißten, homogenen Teilkörpern, einem Quader (Masse  $m$ , Abmessungen  $a \times a \times 2a$ ) und einem Zylinder (Masse  $m$ , Radius  $a$ , Höhe  $2a$ ). Überschneidungen der beiden Teilkörper sollen vernachlässigt werden.

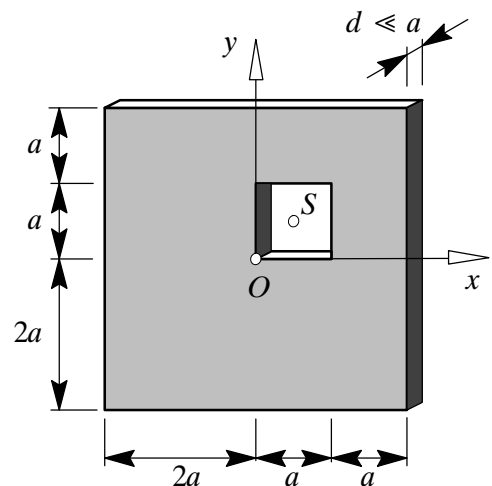
- Wie lautet der Trägheitstensor  $I_{Q,C}$  des Quaders bezüglich seines Schwerpunkts?
- Wie lautet der Trägheitstensor  $I_{Z,C}$  des Zylinders bezüglich seines Schwerpunkts?
- Bestimmen Sie den Trägheitstensor des gesamten Körpers bezüglich des Koordinatenursprungs  $O$ .



### Aufgabe 6

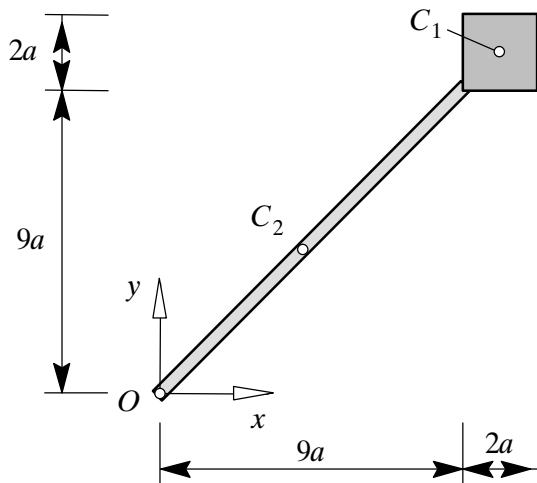
Für eine dünne homogene quadratische Platte mit einer ebenfalls quadratischen Aussparung (Masse  $m$ ) ist der Trägheitstensor im gegebenen Koordinatensystem zu berechnen.

- Wie lautet der Trägheitstensor der ursprünglichen quadratischen Platte ohne Aussparung (Masse  $m_1$ ) bez.  $O$ ?
- Wie lautet der Trägheitstensor des ausgeschnittenen Quadrats (Masse  $m_2$ ) bez. seines eigenen Schwerpunkts  $S$  und bez. des Koordinatenursprungs  $O$ ?
- Wie verhalten sich die Teilmassen  $m_1$  und  $m_2$  zur Gesamtmasse  $m$ ? Berechnen Sie den Trägheitstensor der ausgesparten Platte bez. des Koordinatenursprungs  $O$ .



### Aufgabe 7

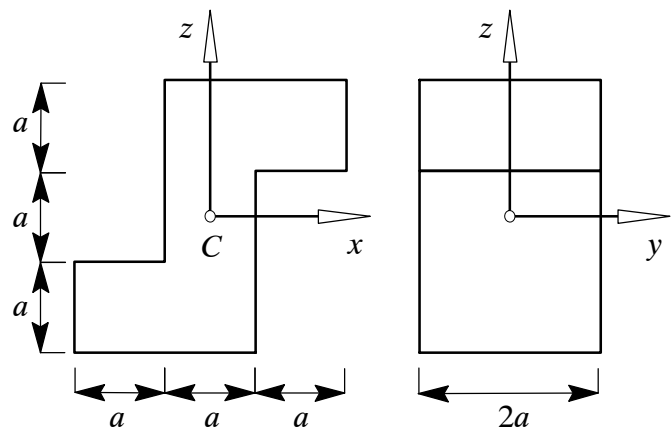
Ein Golfschläger soll näherungsweise als dünner Stab (Masse  $m$ , Länge  $9\sqrt{2}a$ ) mit einer homogenen dünnen Platte (Masse  $m$ ) modelliert werden. Überschneidungen der beiden Teilkörper im Übergangsbereich können vernachlässigt werden. Die Dicke  $d$  der Platte ist im Vergleich zu den anderen Abmessungen klein. Wie lautet der Trägheitstensor des Golfschlägers bezüglich des Koordinatensystems in  $O$ ?



### Aufgabe 8

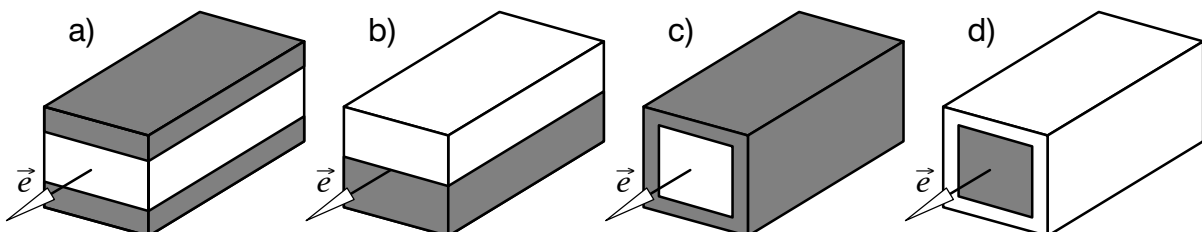
Ein prismatischer Körper (Masse  $m$ ) hat den dargestellten Querschnitt und die Länge  $2a$ .

- Wie lautet der Trägheitstensor  $I_C$  des Körpers bezüglich seines Schwerpunkts?
- Bestimmen Sie die Hauptträgheitsmomente des Körpers.
- Zeichnen Sie die Hauptachsen ein.



### Aufgabe 9

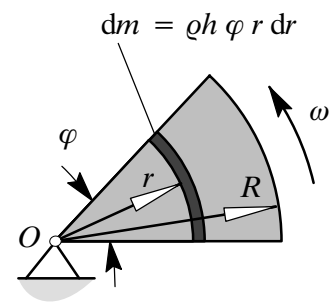
Ein Quader besteht je zur Hälfte aus zwei Materialien unterschiedlicher Dichte, jedoch in unterschiedlicher Schichtung. Das dunklere Material hat die Dichte  $\varrho_1$ , das hellere die geringere Dichte  $\varrho_2 < \varrho_1$ . Ordnen Sie Trägheitsmomente  $I_a \dots I_d$  um die Drehachse  $\vec{e}$  ihrer Größe entsprechend.





### **Aufgabe 10**

Aus einem homogenen Blech (Dicke  $h$ , Dichte  $\rho$ ) wird ein Kreis-segment (Winkel  $\varphi$ , Radius  $R$ ) herausgeschnitten. Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment für eine ebene Drehung um seine Spitze. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Massenträgheitsmoment einer Kreisscheibe aus dem gleichen Blech.



### **Aufgabe 11**

Berechnen Sie von einem geraden Kreiskegel (Radius  $r$ , Höhe  $h$ , Dichte  $\rho$ ) das Massenträgheitsmoment bezüglich seiner Rotationssymmetrieachse und stellen Sie das Ergebnis als Funktion der Masse des Kegels dar.

