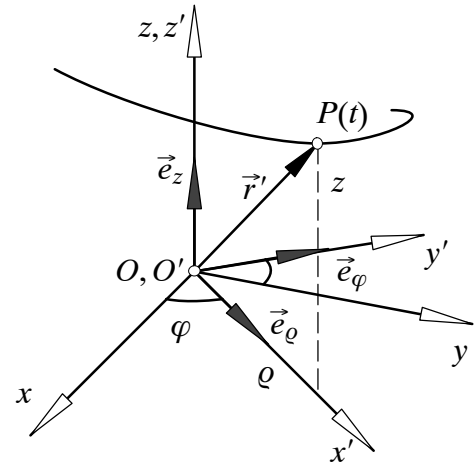


4 Relativbewegung eines Massenpunkts

Aufgabe 1

Die Ableitungsregeln für Zylinderkoordinaten lassen sich aus den Gesetzen der Relativkinematik herleiten.

- Stellen Sie den Winkelgeschwindigkeitsvektor $\vec{\omega}$ des drehenden Koordinatensystems in K' auf.
- Beschreiben Sie die relative Lage \vec{r}' , Relativgeschwindigkeit \vec{v}' und Relativbeschleunigung \vec{a}' bez. K' im Koordinatensystem K' .
- Finden Sie die Vektoren der Lage \vec{r} , Absolutgeschwindigkeit \vec{v} und Absolutbeschleunigung \vec{a} in K' mit Hilfe der Relativkinematik.

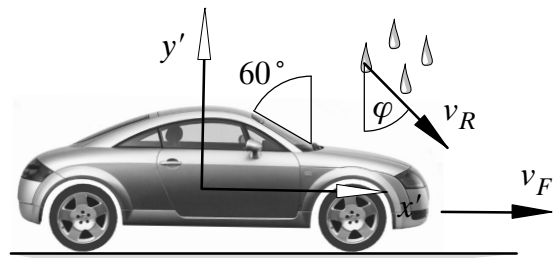


Aufgabe 2

Beweisen Sie durch Differentiation der Orthogonalitätsbeziehung $S S^T = E$ nach der Zeit, dass für beliebige Drehmatrizen das Produkt $\vec{\omega} = \dot{S} S^T$ schiefssymmetrisch ist, weshalb man jeder Drehung durch Rösselsprung einen Winkelgeschwindigkeitsvektor ω zuordnen kann.

Aufgabe 3

Ein Fahrzeug fährt mit konstanter Geschwindigkeit v_F durch den Regen, der mit der Geschwindigkeit v_R unter dem Winkel φ zu Boden fällt. Die Windschutzscheibe des Fahrzeugs ist um 60° geneigt.

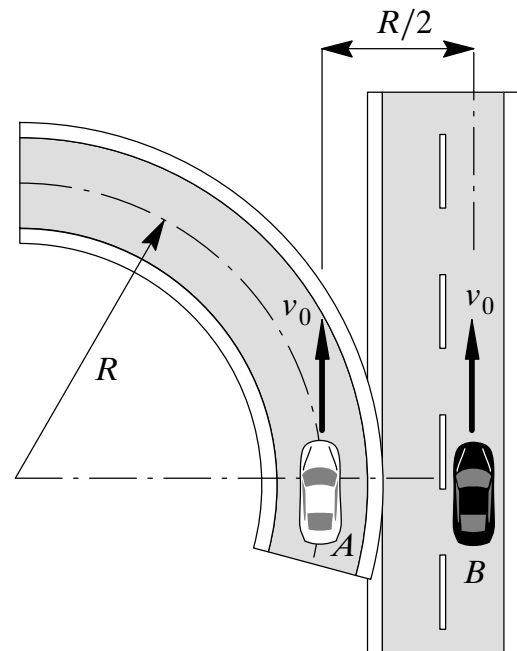


- Bestimmen Sie die Relativgeschwindigkeit des Regens, die der Fahrer beobachtet.
- Unter welchem Winkel fällt der Regen für $v_F = 72 \text{ km/h}$, $v_R = 30 \text{ m/s}$, $\varphi = 45^\circ$ auf die Windschutzscheibe?
- Bei welcher Fahrzeuggeschwindigkeit klatscht der Regen senkrecht auf die Windschutzscheibe?



Aufgabe 4

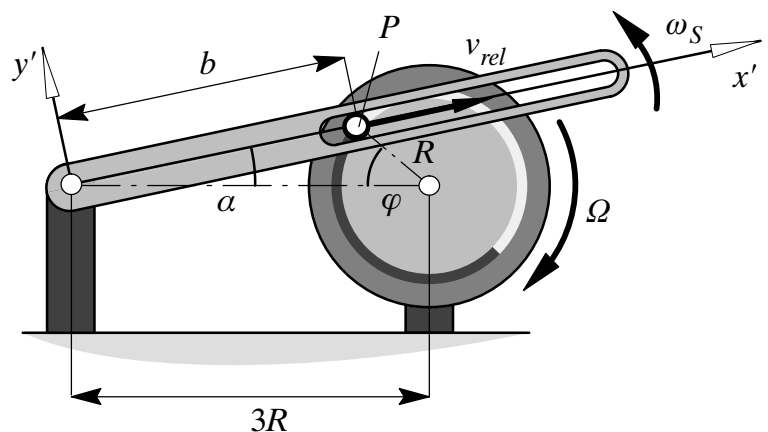
Ein Fahrzeug A fährt mit konstanter Geschwindigkeit v_0 auf einem Kreis mit Radius R . Der Fahrer beobachtet dabei ein zweites Fahrzeug B , das rechts neben ihm mit gleicher Geschwindigkeit geradeaus fährt.



- Wählen Sie ein mit dem Fahrzeug A verbundenes, mitbewegtes Koordinatensystem K' , in dem alle folgenden Vektoren beschrieben werden sollen. Wie groß ist die Ursprungsgeschwindigkeit $v_{O'K'}$ und die Winkelgeschwindigkeit $\omega_{K'}$ des mitbewegten Koordinatensystems im skizzierten Augenblick?
- Beschreiben Sie die Absolutgeschwindigkeit $v_{BK'}$ und die relative Lage $r'_{K'}$ des beobachteten Fahrzeugs B im skizzierten Augenblick.
- Welche Relativgeschwindigkeit $v'_{BK'}$ des Fahrzeugs B beobachtet der Fahrer des Fahrzeugs A im skizzierten Augenblick?
- Wählen Sie ein mit dem Fahrzeug B verbundenes, mitbewegtes Koordinatensystem K'' . Welche Relativgeschwindigkeit $v''_{K''}$ des Fahrzeugs A beobachtet der Fahrer des Fahrzeugs B im skizzierten Augenblick?

Aufgabe 5

In einem Mechanismus wird eine Schwinge über eine Kurbel (Radius R , Winkelgeschwindigkeit Ω) angetrieben.



- Bestimmen Sie die effektive Schwingenlänge b und den Schwingenwinkel α aus der Geometrie.
- Berechnen Sie mit Hilfe der Relativkinematik die Relativgeschwindigkeit v_{rel} des Kurbelzapfens P bezüglich der Schwinge sowie die Winkelgeschwindigkeit ω_S der Schwinge in der skizzierten Position.
- Wie groß ist die Relativgeschwindigkeit v_{rel} und die Winkelgeschwindigkeit ω_S der Schwinge für $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 180^\circ$?

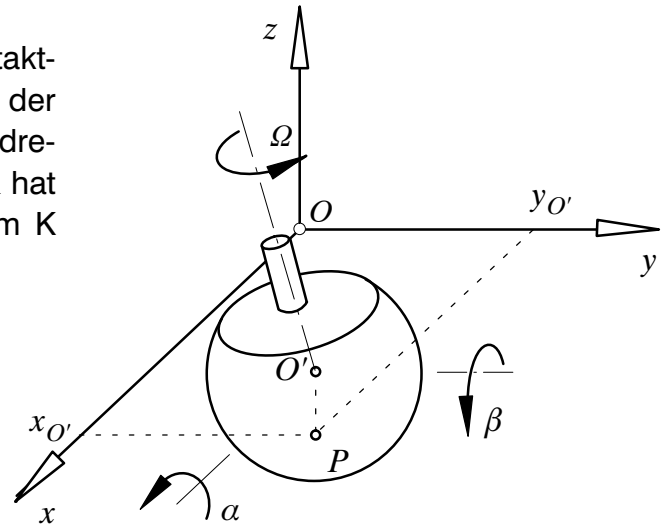
Aufgabe 6

Ein Spielzeugkreisel mit kugelförmiger Kontaktfläche (Radius R) tanzt auf einer Ebene mit der Winkelgeschwindigkeit Ω . Durch die Eigendrehung und kleine Kippbewegungen $\alpha, \beta \ll 1$ hat der Kreisel im inertialen Koordinatensystem $K \{0, x, y, z\}$ die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_K = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} + \beta\Omega \\ \dot{\beta} - \alpha\Omega \\ \Omega \end{bmatrix}.$$

Der Mittelpunkt seiner Kugeloberfläche bewegt sich dabei mit der Absolutgeschwindigkeit

$$v_{O'K} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{O'} \\ \dot{y}_{O'} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

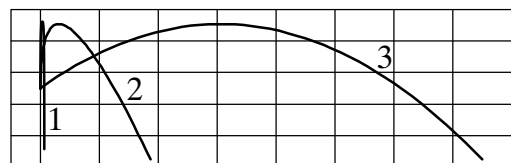
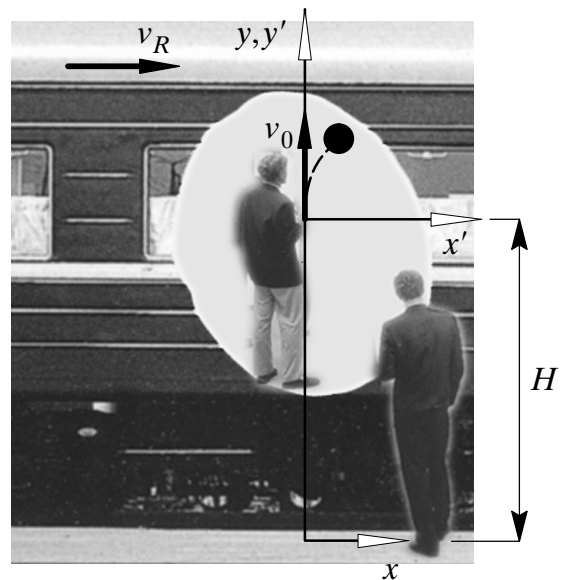


Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des körperfesten Punktes P , der momentan die Ebene berührt.

Aufgabe 7

Ein Reisender jongliert in einem Zug (Reisegeschwindigkeit v_R) mit einem Ball. Er wirft dazu den Ball mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben. Im Moment des Abwurfs ($t = 0$) fährt der Zug in einen Bahnhof ein und beginnt, mit der konstanten Verzögerung $a_V > 0$ zu bremsen.

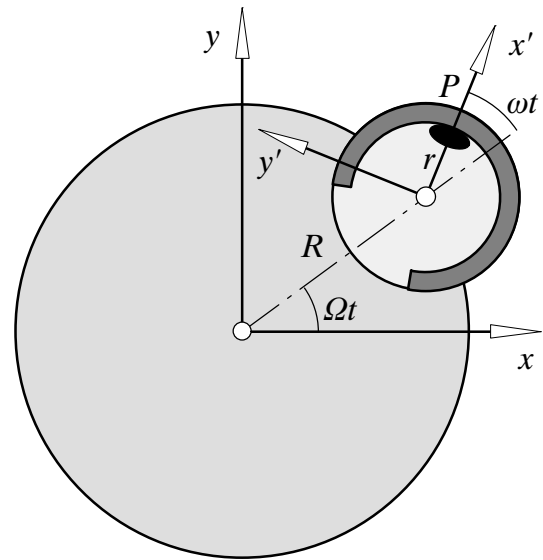
- Ein Mann auf dem Bahnsteig beobachtet den Jongleur durch das Fenster. Wie lautet der Impulssatz für den Ball im raumfesten Koordinatensystem dieses Beobachters? Welche Flugbahn $y(x)$ beobachtet er?
- Wie lautet der Impulssatz für den Ball im mitbewegten Koordinatensystem des Jongleurs? Welche Flugbahn $y'(x')$ beobachtet er?
- Welche Flugbahnen würden die beiden sehen, wenn der Zug nicht bremsen würde?





Aufgabe 8

Ein Fahrgeschäft auf einem Rummelplatz besteht aus einer horizontalen Scheibe (konstante Winkelgeschwindigkeit Ω), auf der sich im Abstand R von der Drehachse eine Gondel (Radius r) mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω relativ zur Scheibe dreht. Im Drehpunkt der Gondel wird ein mitbewegtes, gondelfestes Koordinatensystem K' definiert, in dem die folgenden Angaben zu machen sind.



- Welche Scheinkräfte verspürt ein Fahrgast P (Masse m), der sich an den Gondelrand anlehnt, bezüglich K' ?
- Formulieren Sie den Impulssatz für den Fahrgast in Relativkoordinaten und berechnen Sie die Kontaktkräfte tangential und normal zur Gondelwand.
- Wie schnell muss sich die Gondel drehen, damit der Fahrgast sicher an die Gondelwand gepresst wird?