

8 Fachwerke



Fachwerke sind Tragwerkstrukturen aus geraden Stäben. Sie finden ihren Einsatz überall dort, wo große Distanzen zu überbrücken sind. Durch ihren Aufbau vermeiden sie Momentenbelastungen und können daher große Kräfte aufnehmen, die ihr Eigengewicht um ein Vielfaches übersteigen können.

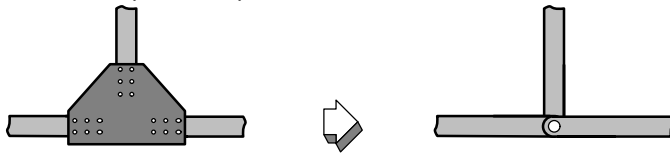
Statisch bestimmte Fachwerke können mit den Mitteln der Stereostatik berechnet werden. Besonders einfach wird dies bei den sogenannten einfachen Fachwerken, die aus den Grundfiguren Dreieck bzw. Tetraeder aufgebaut sind.

Typische Berechnungsmethoden sind das Knotenpunktverfahren zur Berechnung aller Stabkräfte und das Ritter'sche Schnittverfahren zur Berechnung einzelner Stabkräfte. Durch Erkennen von Nullstäben im Vorfeld lässt sich die Berechnung vereinfachen. Solche Nullstäbe tragen bei der untersuchten Belastung nicht zum Kräftegleichgewicht bei und können daher in der Berechnung vernachlässigt werden. Trotzdem haben Nullstäbe ihre Berechtigung bei veränderten Lastfällen oder zur Verkürzung der Knicklänge von Druckstäben.

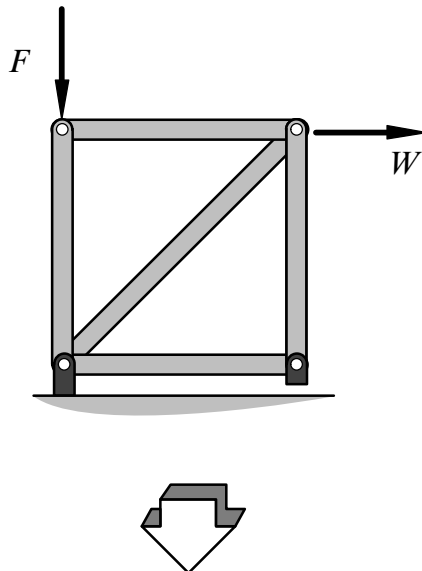
8.1 Idealisierungen

Fachwerkstäbe sind i. Allg. an den Enden verschraubt oder genietet. Da jedoch nur geringe Verformungen auftreten, sind folgende Annahmen gerechtfertigt:

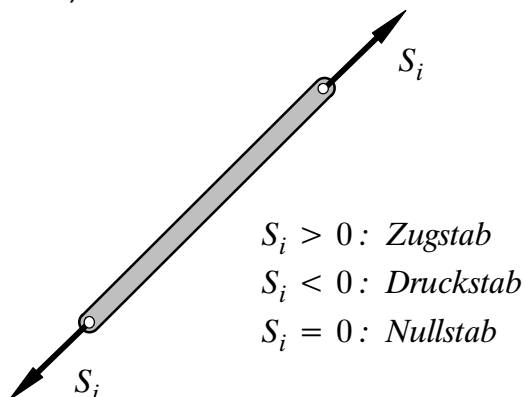
- Fachwerkelemente sind starre, gerade Stäbe
- Fachwerkelemente sind an ihren Enden durch reibungsfreie Gelenke miteinander verbunden (Knoten)



- Lagerungen und eingeprägte Kräfte greifen nur an den Knoten an (Vernachlässigung des Eigengewichts)



Fachwerkstäbe sind Körper mit zwei Angriffspunkten (nur Axialkräfte)



8.2 Klassifizierung

Durch Zuordnen des zu untersuchenden Fachwerks zu einer Klasse lässt sich der Berechnungsaufwand reduzieren. Eine Klassifizierung ist möglich

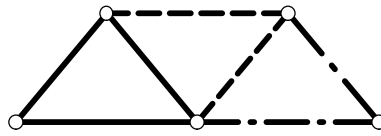
- bez. der Dimension

ebenes Fachwerk: alle Stäbe und eingeprägte Kräfte liegen in einer Ebene
→ ebenes Kräftesystem

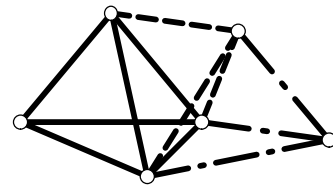
räumliches Fachwerk: sonst

- bez. der Grundstrukturen

einfaches Fachwerk: Ausgehend von einem Dreieck (Tetraeder) entsteht das Fachwerk durch Hinzufügen zweier (dreier) Stäbe, die nicht auf einer Geraden (in einer Ebene) liegen



$$s = 2k - 3, \quad k \geq 3$$



$$s = 3k - 6, \quad k \geq 4$$

→ Einfache Fachwerke sind statisch und kinematisch bestimmt, wenn sie als Ganzes statisch und kinematisch bestimmt gelagert sind.

nichteinfaches Fachwerk: sonst

8.3 Analyse von Fachwerken

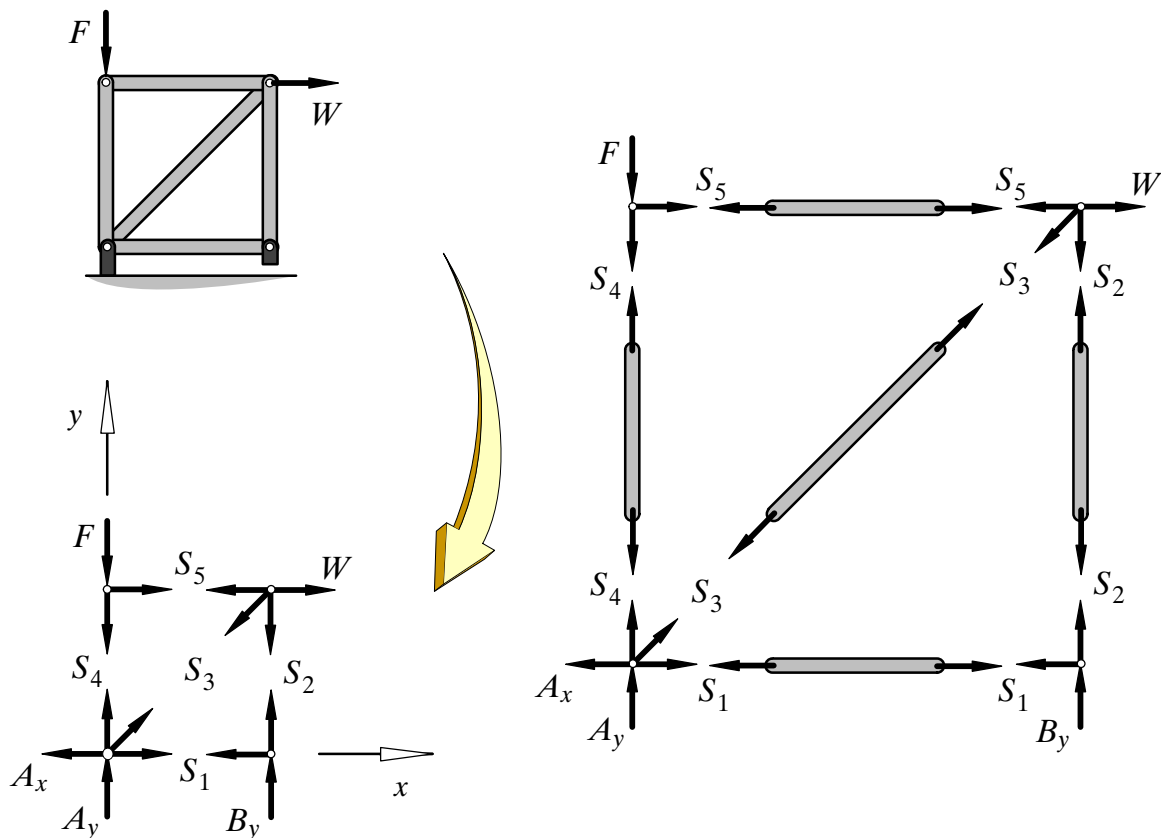
Statisch und kinematisch bestimmte Fachwerke lassen sich mit Methoden der Stereostatik berechnen.

Knotenpunktverfahren

Berechnung aller Stabkräfte in 3 Schritten:

1) Vollständiges Freischneiden aller Stäbe und Knoten

- Eingeprägte Kräfte und aus Lagerungen resultierende Reaktionskräfte wirken nur auf die Knoten
- Stabkräfte werden als Zugstäbe angesetzt und numeriert



2) Formulierung der Gleichgewichtsbedingungen **für alle Knoten** bez. eines geeigneten Koordinatensystems:

Ebenes Fachwerk: $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$

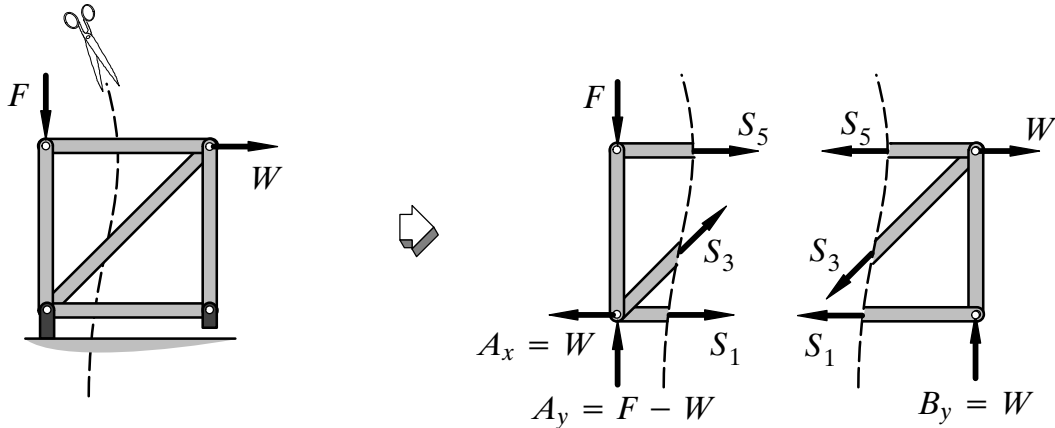
Räumliches Fachwerk: $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$

3) Lösen der aus den Gleichgewichtsbedingungen resultierenden Gleichungen.

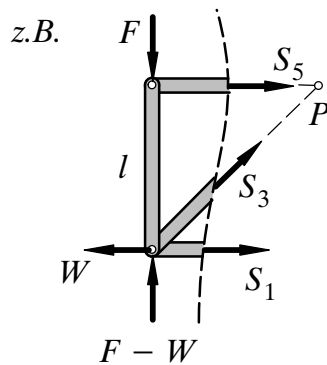
Ritter'sches Schnittverfahren

Bestimmung einzelner Stabkräfte eines (i. Allg. einfachen) Fachwerks:

- 1) Bestimmung der Lagerreaktionen aus den Gleichgewichtsbedingungen für das Gesamtfachwerk.
- 2) Schneiden des Fachwerkes mit Hilfe eines gedanklichen Schnittes durch die interessierenden Fachwerkstäbe, wobei höchstens drei Stabkräfte unbekannt sein dürfen.



- 3) Formulierung des Momentengleichgewichts bez. eines Bezugspunktes, für den die Momente nicht interessierender Stäbe verschwinden.



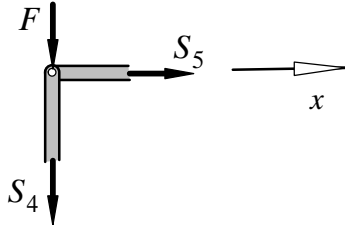
$$\sum M_{Az} = S_5 l = 0 \Rightarrow S_5 = 0$$

$$\begin{aligned} \sum M_{Pz} &= S_1 l - Wl - (F - W)l + Fl = 0 \\ &\Rightarrow S_1 = 0 \end{aligned}$$

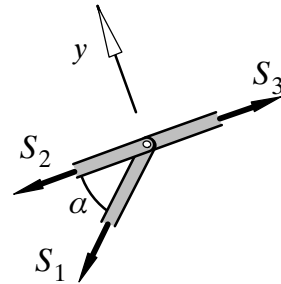


Erkennen von Nullstäben

Ist an einem Knoten ein einzelner Stab nicht kollinear mit allen anderen Stäben und äußeren Kräften, dann ist er ein Nullstab.



$$\sum F_x = S_5 = 0 \Rightarrow S_5 = 0$$



$$\sum F_y = -S_1 \sin \alpha = 0 \Rightarrow S_1 = 0$$