

4 Gleichgewicht gebundener Körper

Bindungen und Lagerungen beschränken die Bewegungsfreiheiten eines Körpers (oder Teilsystems) und rufen Lagerreaktionen hervor, welche auf andere Belastungen des Körpers "reagieren" und somit die Bindungen aufrechterhalten. Durch gedankliches Freischneiden des Körpers wird dieser zum freien Körper, der mit den bereits bekannten Konzepten analysiert werden kann. Dabei werden die Bindungen durch zunächst unbekannte Reaktionen ersetzt, die mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden müssen. Im Unterschied dazu genügen eingeprägte Kräfte/Momente einem Kraftgesetz und sind a priori bekannt.



4.1 Bindungen

Ideale Bindungen: reduzieren den Freiheitsgrad des Systems



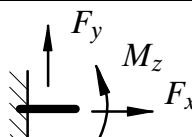
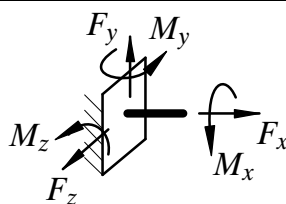
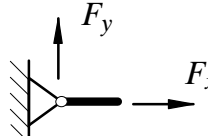
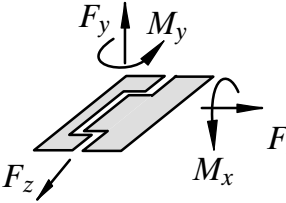
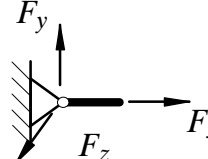
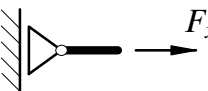
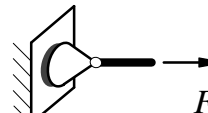
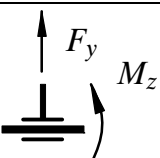
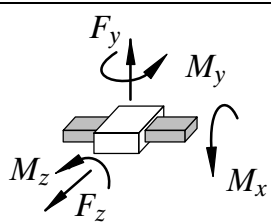
rufen Reaktionskräfte und –momente hervor

Wertigkeit n_j^c : Zahl der Bewegungseinschränkungen = Zahl der Reaktionen

2D: $n_j^c = (3 - \text{Zahl der verbleibenden Freiheitsgrade})$

3D: $n_j^c = (6 - \text{Zahl der verbleibenden Freiheitsgrade})$

Beispiele für Bindungen

Lagerung/ Bindung	eben		räumlich	
	Reaktionen	Wertigkeit	Reaktionen	Wertigkeit
feste Lagerung		$n_j^c = 3$		$n_j^c = 6$
Gelenklager		$n_j^c = 2$		$n_j^c = 5$
Kugel-lagerung				$n_j^c = 3$
Loslager		$n_j^c = 1$		$n_j^c = 1$
Schub-gelenk		$n_j^c = 2$		$n_j^c = 5$

4.2 Freischneiden und Gleichgewichtsbedingungen

Freischneiden:

Freistellen eines interessierenden Körpers (oder Teilsystems) von Bindungen und Koppellementen

Prinzip:

- Ist ein System im Gleichgewicht, so sind auch alle Körper (oder Teilsysteme) des Systems im Gleichgewicht.
- Ein gebundener Körper im Gleichgewicht darf freigeschnitten werden, wenn alle Bindungen und Kopplungen durch äquivalente Kraftwinder ersetzt werden (Kräfte und/oder Momente)
- Die Reaktionen beidseits der Schnittlinie sind entgegengesetzt gleich groß.

Gleichgewichtsbedingungen: Ein freigeschnittener Körper (oder Teilsystem) kann als freier Körper behandelt werden.

	eben: 3 Gleichungen	räumlich: 6 Gleichungen
Standardbedingungen	$\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum M_{Pz} = 0, \quad P \text{ willkürlich}$	$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$ $\vec{M}_P = \sum_{i=1}^n \vec{r}_{PO_i} \times \vec{F}_i + \sum_{j=1}^m \vec{M}_j = \vec{0}$
Alternativen	$\sum F_x = 0$ $\sum M_{Pz} = 0$ $\sum M_{Qz} = 0$ <p>P, Q willkürlich mit $x_P \neq x_Q$</p>	$\vec{M}_P \stackrel{!}{=} \vec{0}$ $\vec{M}_Q \stackrel{!}{=} \vec{0}$ <p>P, Q willkürlich mit $\vec{r}_{PQ} \parallel \vec{R}$</p>
	$\sum M_{Pz} = 0$ $\sum M_{Qz} = 0$ $\sum M_{Rz} = 0$ <p>P, Q, R nicht auf einer Geraden</p>	

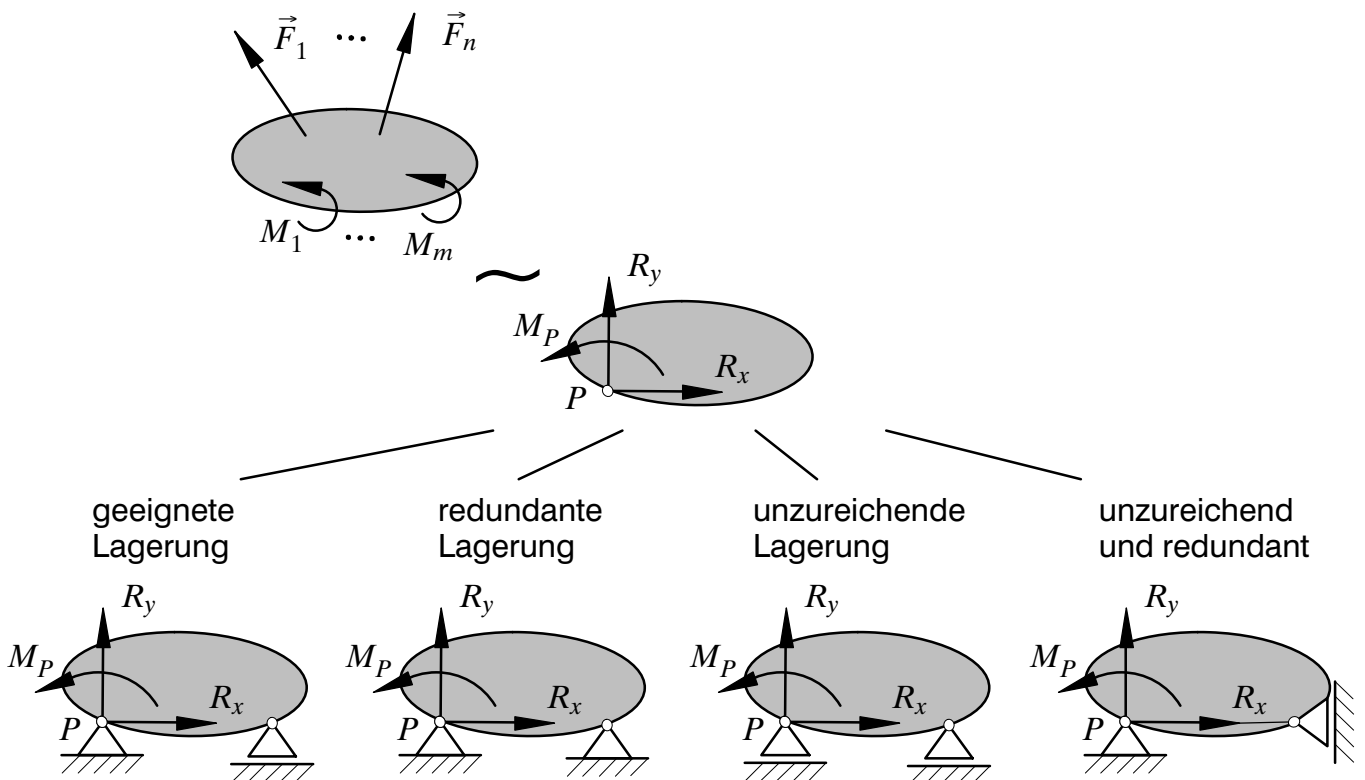


Vorgehen zur Lösung von Gleichgewichtsaufgaben

- 1) Zeichnen des freigeschnittenen Körpers im erstarrten verformten Zustand mit allen Kräften und Momenten, die auf ihn wirken; Bindungen werden durch unbekannte Reaktionen ersetzt.
- 2) Wahl eines geeigneten Koordinatensystems.
- 3) Formulierung der Gleichgewichtsbedingungen bezüglich geeigneter Bezugspunkte. (2D: 3 Gleichungen; 3D: 6 Gleichungen)
- 4) Lösung der Gleichungen, die aus den Gleichgewichtsbedingungen resultieren.

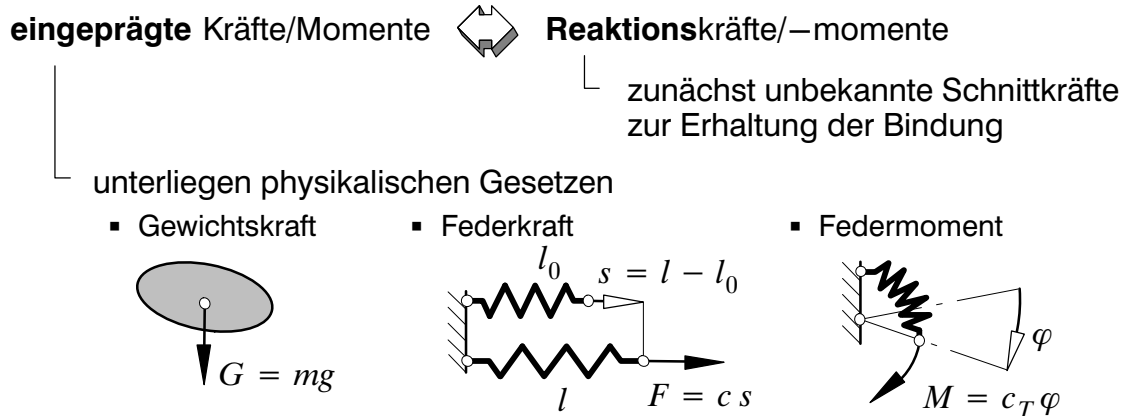
Unabhängigkeit von Bindungen

(z.B. 2D-Probleme)

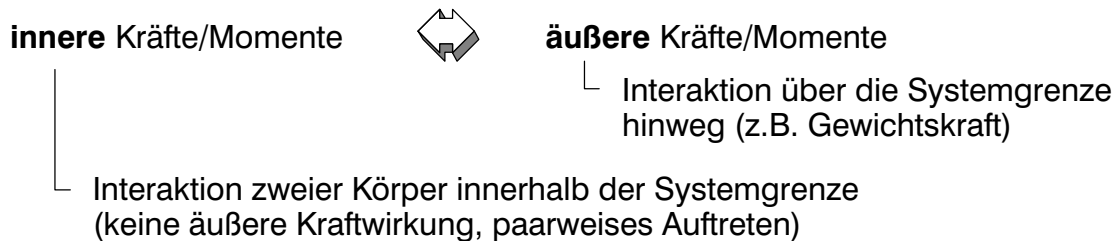


4.3 Einteilung von Kräften

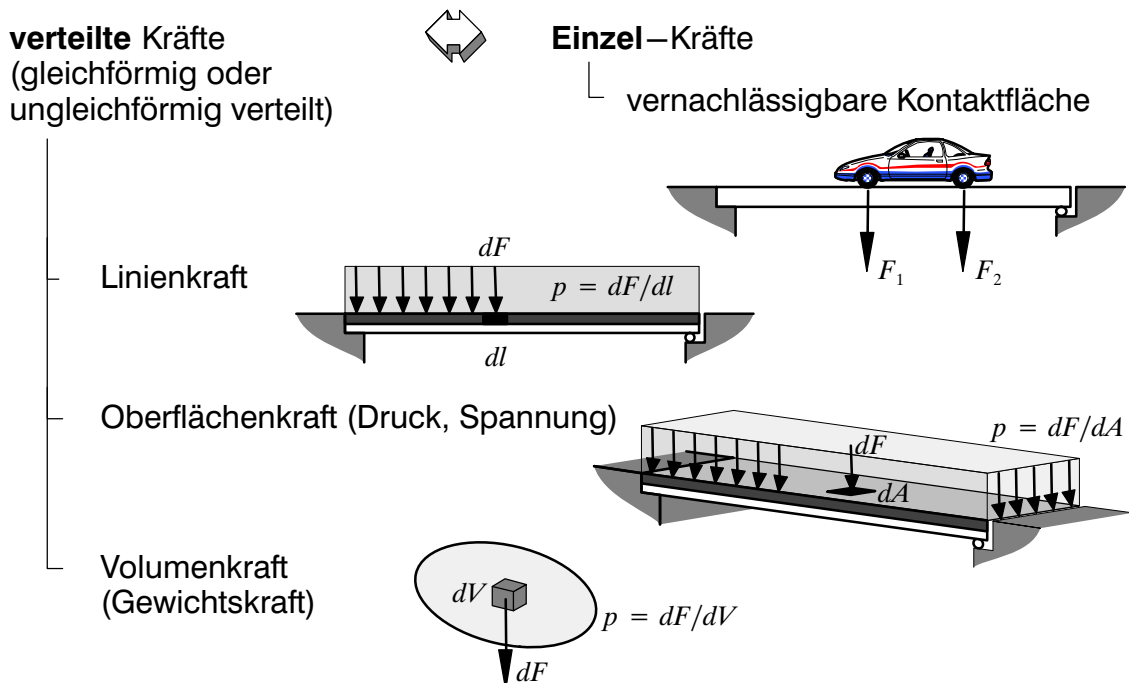
- hinsichtlich physikalischer Ursache



- hinsichtlich beliebig gewählter Systemgrenzen



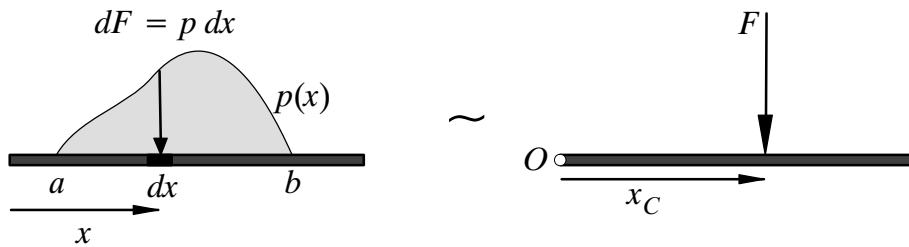
- hinsichtlich Verteilung am Körper





Anmerkung: In der Statik können verteilte Kräfte durch äquivalente Einzelkräfte ersetzt werden

Linienkraft:



äquivalenter Kraftwinder

$$F = \int dF \quad \Rightarrow \quad F = \int_a^b p(x) dx$$

$$M_O = \int x dF \stackrel{!}{=} x_C F \quad \Rightarrow \quad x_C = \frac{1}{F} \int_a^b x p(x) dx$$