Prüfungsklausur Technische Mechanik I

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

1. Die Prüfung umfasst 6 Aufgaben auf 6 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

....
(Unterschrift)

Gesamtpunktzahl: 72
zum Bestehen erforderlich: 36

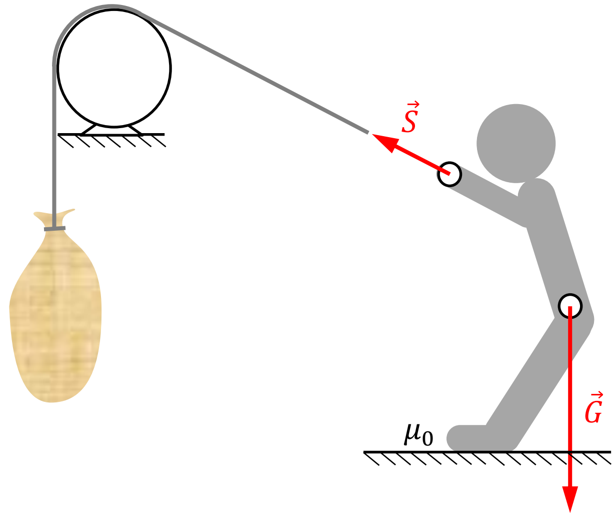
Punkte	Note	

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Ein Müller (Gewicht $\vec{G}$) zieht an einem Seil (Seilkraft $\vec{S}$) einen Sack Mehl hoch. Das Seil ist über einen feststehenden Balken geschlungen.

a) Konstruieren Sie die Resultierende $\vec{R}$ aus $\vec{G}$ und $\vec{S}$.

b) Konstruieren Sie die Kontaktkraft des Bodens auf die Fußsohle des Müllers.



c) Der Haftreibungskoeffizient des Bodenkontakts ist $\mu_0 = 0.3$. Wie groß ist der zugehörige Haftreibungswinkel (in Grad)?

$\theta_0 = \_\_\_\ ^\circ$

d) Zeichnen Sie in obiges Bild den zugehörigen Haftreibungskegel ein.

e) Was passiert im vorliegenden Fall für $\mu_0 = 0.3$?

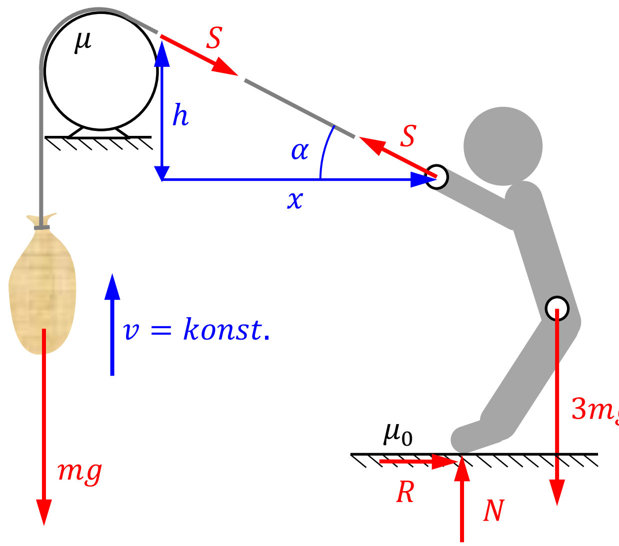
☐ *der Müller kann den Sack im Gleichgewicht halten*

☐ *der Müller rutscht nicht, kippt aber nach vorn*

☐ *der Müller rutscht weg und fällt nach hinten*

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Der Müller (Masse $3m$) zieht den Sack (Masse m) gleichmäßig mit der Kraft S nach oben, indem er sich mit wachsender Entfernung x nach hinten bewegt. Sein Bodenkontakt ist punktförmig und reibungsbehaftet (Haftreibungskoeffizient μ_0). Ebenfalls reibungsbehaftet ist der Kontakt zwischen Seil und Balken (Höhe h über Hand, Gleitreibungskoeffizient μ).



a) Stellen Sie für den Müller die Bedingungen für das Kräftegleichgewicht auf und berechnen Sie daraus die Kontaktkräfte in Abhängigkeit der Seilkraft S und des Seilwinkels α für $0 < \alpha < \pi/2$.

_______________ $\rightarrow R =$ _________

_______________ $\rightarrow N =$ _________

b) Welche Beschränkungen ergeben sich für die Seilkraft aufgrund des Haftreibungskontakts?

$R \leq \mu_0 N \quad \rightarrow \quad \frac{S}{mg} \leq$ _______________

$N \geq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{S}{mg} \leq$ _______________

c) Wie groß ist der Umschlingungswinkel des Seils am Balken?

☐ $\pi + \alpha$ ☐ $\pi - \alpha$ ☐ $\frac{\pi}{2} + \alpha$ ☐ $\frac{\pi}{2} - \alpha$

d) Welche Seilkraft ergibt sich aus der Seilreibung, wenn der Sack gleichförmig hochgezogen wird (Vernachlässigung von Trägheitskräften)?

$v > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{S}{mg} =$ _______________

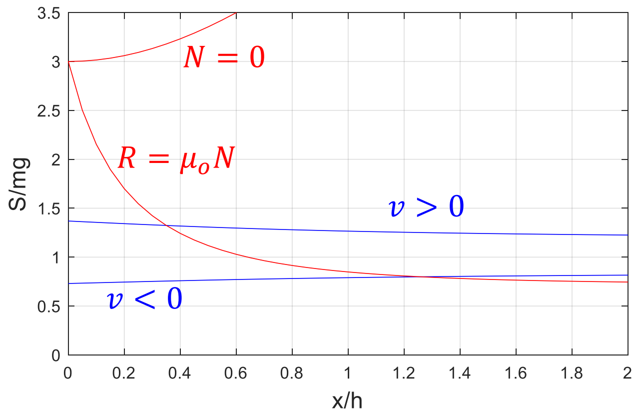
e) Welche Seilkraft ergibt sich aus der Seilreibung beim gleichförmigen Absenken des Sacks?

$v < 0 \quad \rightarrow \quad \frac{S}{mg} =$ _______________

f) Wie hängt der Seilwinkel α vom Abstand x ab?

☐ $\alpha = \tan\frac{x}{h}$ ☐ $\alpha = \tan\frac{h}{x}$ ☐ $\alpha = \operatorname{atan}\frac{h}{x}$ ☐ $\alpha = \operatorname{atan}\frac{x}{h}$

g) Für $\mu = 0.1$, $\mu_0 = 0.25$ ergibt sich nebenstehendes Diagramm. Die roten Kurven zeigen die Grenzen aus Teilaufgabe b), die blauen Kurven die Seilkräfte entsprechend Teilaufgaben d) und e). Geben Sie jeweils die $x-$Bereiche an, in denen ein Anheben bzw. Absenken des Sacks möglich ist.

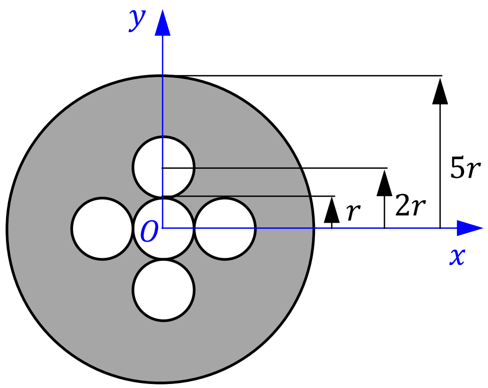


Anheben $(v > 0)$ *möglich für* ____ $\leq \frac{x}{h} \leq$ ____

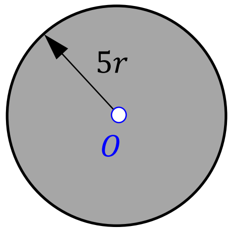
Absenken $(v < 0)$ *möglich für* ____ $\leq \frac{x}{h} \leq$ ____

Aufgabe 3 (11 Punkte)

Der Balken in Aufgabe 1 hat einen kreisförmigen Querschnitt (Radius $5r$) mit einem blütenförmigen Ausschnitt, der durch 5 Bohrungen entsteht (jeweils Radius r, eine mittig, vier im Abstand $2r$ vom Ursprung O).

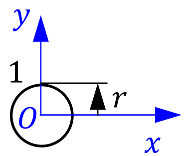


a) Wie groß wären die Flächenträgheitsmomente des Balkenquerschnitts ohne Ausschnitt bez. des Koordinantenursprungs?



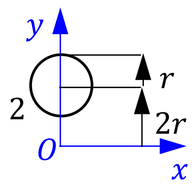
$I^K_{x,O} =$ ______ , $I^K_{y,O} =$ ______

b) Wie groß sind die Flächenträgheitsmomente für die innerste Bohrung 1 bez. des Koordinantenursprungs?



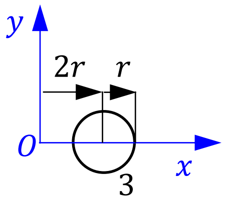
$I^1_{x,O} =$ ______ , $I^1_{y,O} =$ ______

c) Wie groß sind die Flächenträgheitsmomente für die obere Bohrung 2 bez. des Koordinantenursprungs?



$I^2_{x,O} =$ ______ , $I^2_{y,O} =$ ______

d) Wie groß sind die Flächenträgheitsmomente für die rechte Bohrung 3 bez. des Koordinantenursprungs?

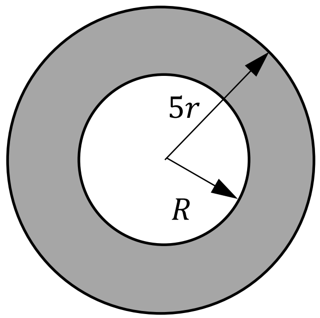


$I^3_{x,O} =$ ______ , $I^3_{y,O} =$ ______

e) Welche Flächenträgheitsmomente ergeben sich damit für den Balkenquerschnitt mit allen 5 Bohrungen bez. des Koordinantenursprungs?

$I_{x,O} =$ ________ , $I_{y,O} =$ ________

f) Welchen Innenradius R müsste ein Kreisring mit gleichem Außenradius $5r$ haben, um identische Flächenträgheitsmomente zu besitzen?

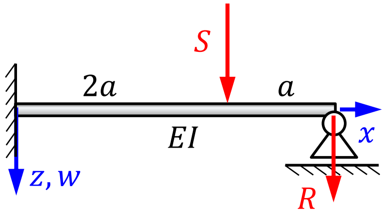


☐ $R = \sqrt[4]{9}\, r$ ☐ $R = 2\, r$

☐ $R = \sqrt[4]{37}\, r$ ☐ $R = 3\, r$

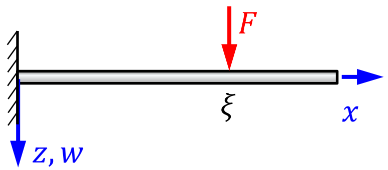
Aufgabe 4 (18 Punkte)

Das Seil in Aufgabe 1 wird über einen Balken (Länge $3a$, Biegesteifigkeit EI) geführt, der am linken Ende fest eingespannt ist und am rechten Ende gelenkig aufliegt. Das Seil übt auf den Balken außermittig im Verhältnis 2:1 die Kraft S aus, wodurch am rechten Balkenende die Lagerkraft R entsteht.



Hinweis: die Lösung kann auch mit Teilaufgabe g) begonnen werden.

a) Welche allgemeine Formel findet man in Tabellenwerken für die Biegelinie eines Kragbalkens mit Belastung durch eine Einzelkraft F an der Stelle ξ?

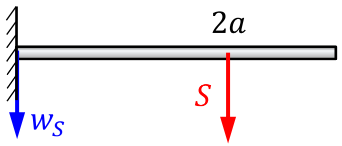


☐ $w(x) = \frac{F}{6EI}[-x^2 + \langle x-\xi\rangle^2]$

☐ $w(x) = \frac{F}{6EI}[3\xi x^2 + \langle x-\xi\rangle^0]$

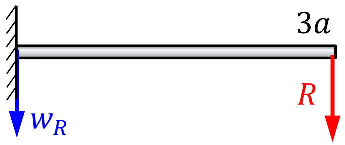
☐ $w(x) = \frac{F}{6EI}[3\xi x^2 - x^3 + \langle x-\xi\rangle^3]$

b) Welche Biegelinie ergibt sich für den Kragbalken lediglich durch die Kraft S?



$w_S =$ ______________

c) Welche Biegelinie ergibt sich für den Kragbalken lediglich durch die Kraft R?



$w_R =$ ______________

d) Welche Biegelinie ergibt sich für den Kragbalken durch Superposition beider Kräfte?

$w_{S\&R} =$ ________________________

e) Welche Anforderung ist an diese Biegelinie zu stellen, um das ursprüngliche Problem mit rechts gestütztem Kragbalken zu lösen?

$w_{S\&R}(\_\_\_\_) = \_\_\_\_$

f) Welche redundante Lagerkraft resultiert daraus?

☐ $R = -\frac{27}{14}S$ ☐ $R = \frac{27}{14}S$ ☐ $R = -\frac{14}{27}S$ ☐ $R = \frac{14}{27}S$

g) Die resultierende Biegelinie lautet

$$w(x) = \frac{S}{6EI}\left[\frac{4}{3}ax^2 - \frac{13}{27}x^3 + \langle x-2a\rangle^3\right].$$

Bestimmen Sie folgende Ableitungen:

$w'(x) =$ ____________________

$w''(x) =$ ____________________

h) Wo tritt die maximale Durchbiegung auf? Formulieren Sie eine notwendige Bedingung und bestimmen Sie den Ort $x_{max} \in (0, 2a)$.

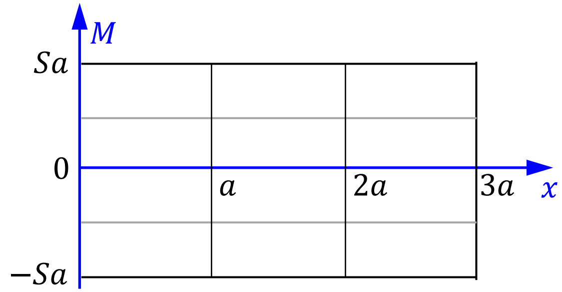
$notwendige\ Bed.:$ __________ $\Rightarrow x_{max} =$ ____

i) Welcher Momentenverlauf ergibt sich aus der Biegelinie?

$M(x) =$ ____________________

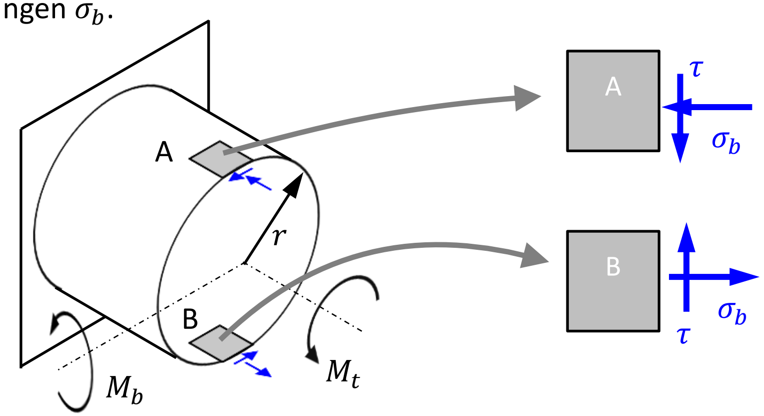
j) Berechnen Sie das Biegemoment an folgenden Stellen und zeichnen Sie den Momentenverlauf?

x	0	$2a$	$3a$
$\frac{M}{Sa}$			



Aufgabe 5 (12 Punkte)

Die Belastungen in Aufgabe 2 auf einen Balken mit kreisförmigem Querschnitt (Radius r) führen auf ein Torsionsmoment M_t durch Seilreibung und ein Biegemoment M_b durch Querkräfte. In den Oberflächenelementen am oberen und unteren Rand entstehen dadurch Schubspannungen τ und Biegespannungen σ_b.



a) Wie groß sind axiales Flächenträgheitsmoment I_y und polares Flächenträgheitsmoment I_p des Kreisquerschnitts mit Radius r?

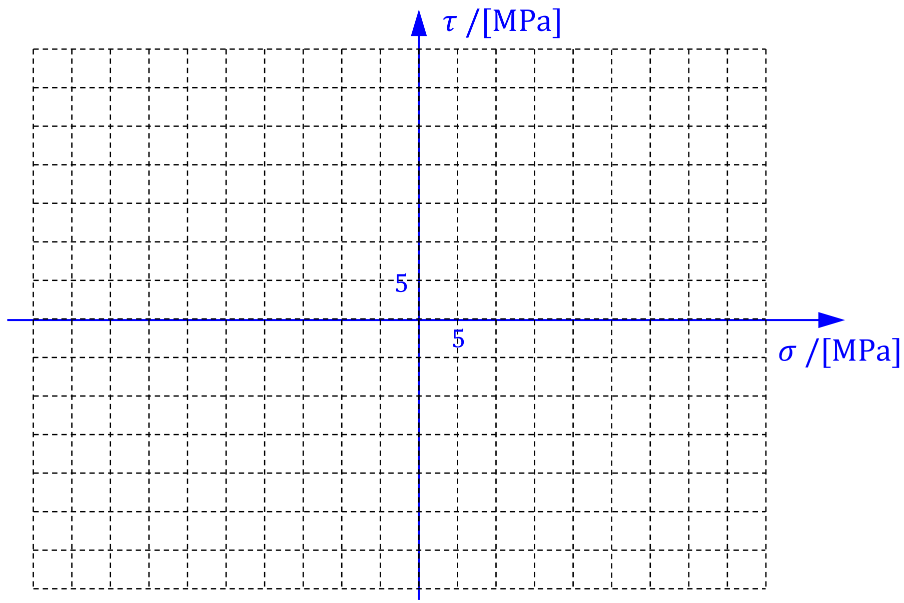
$I_y =$ __________, $I_p =$ __________

b) Wie berechnen sich die beiden Momente aus den gegebenen Spannungen τ und σ_b?

$M_b =$ __________, $M_t =$ __________

c) Konkret ergeben sich in den beiden Oberflächenelementen die folgenden Spannungen. Vervollständigen Sie die Spannungen jeweils an allen vier Kanten.

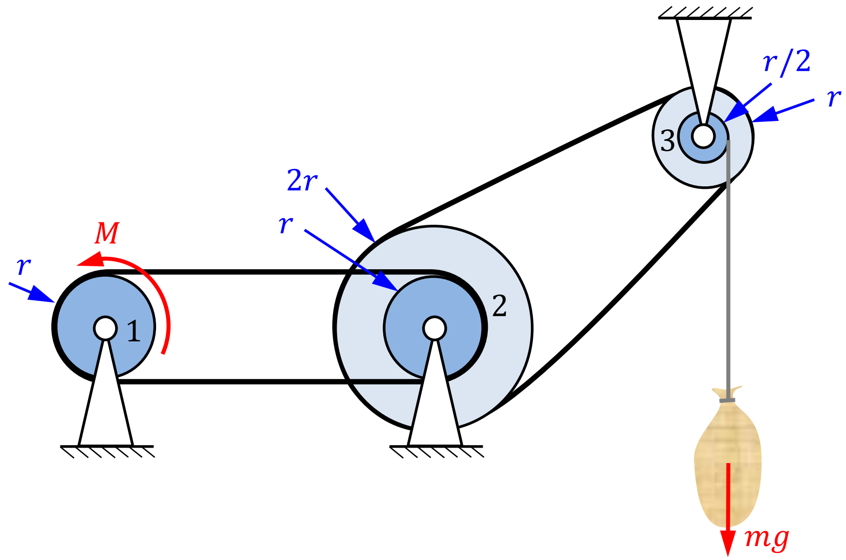
d) Zeichnen Sie den Mohrschen Spannungskreis für das Oberflächenelement A.



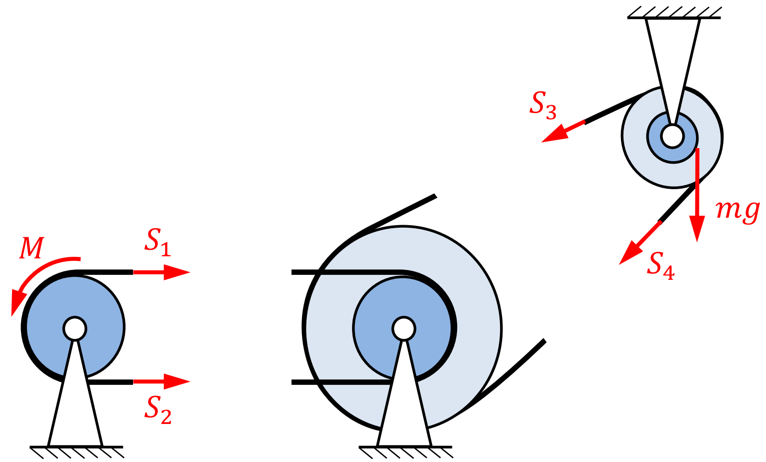
e) Zeichnen Sie den Mohrschen Spannungskreis für das Oberflächenelement B in das gleiche Diagramm.

Aufgabe 6 (12 Punkte)

Zum Heben von Lasten finden sich in einer Mühle viele Mechanismen und Getriebe. Im vorliegenden Getriebe wird die Riemenscheibe 1 (Radius r) vom Wasser- oder Windrad mit dem Moment M angetrieben. Dieses treibt über gespannte Riemen das Stufenrad 2 (Radien r und $2r$) und die Seilwinde 3 (Riemenradius r, Seilradius $r/2$) an, um den Sack (Masse m) zu heben.



a) Ergänzen Sie im Freischnittbild alle Schnittkräfte und benennen Sie diese.



b) Formulieren Sie für alle drei Riemenscheiben jeweils die Momenten-Gleichgewichtsbedingung.

1: __________________________

2: __________________________

3: __________________________

c) Welchen Zusammenhang zwischen Antriebsmoment und Sackgewicht findet man nach Elimination aller Schnittkräfte?

☐ $M = \frac{1}{2}mgr$ ☐ $M = mgr$ ☐ $M = 2mgr$ ☐ $M = 4mgr$

d) Ähnlich dem Knotenpunktsverfahren für Fachwerke kann man die Gleichungen in Teilaufgabe b) als Gleichungssystem $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ für den Vektor $\boldsymbol{x}$ der unbekannten Schnittkräfte zusammenfassen:

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

e) Warum lassen sich daraus zwar der Zusammenhang in Teilaufgabe c) herstellen, nicht aber alle Schnittkräfte berechnen?

____

____

ENDE