Prüfungsklausur Technische Mechanik I

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

1. Die Prüfung umfasst 7 Aufgaben auf 6 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

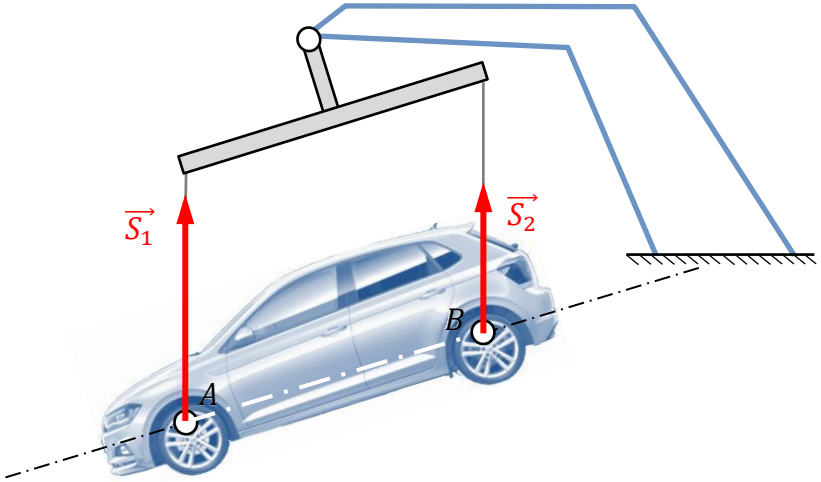
.....
(Unterschrift)

Gesamtpunktzahl:	72
zum Bestehen erforderlich:	36

Punkte	Note	

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Ein Fahrzeug wird zum Abschleppen über zwei Seile zwischen den Felgen und einem masselosen Hilfsrahmen angehoben. Dabei entstehen die Seilkräfte $\vec{S_1}$ und $\vec{S_2}$ wie eingezeichnet.

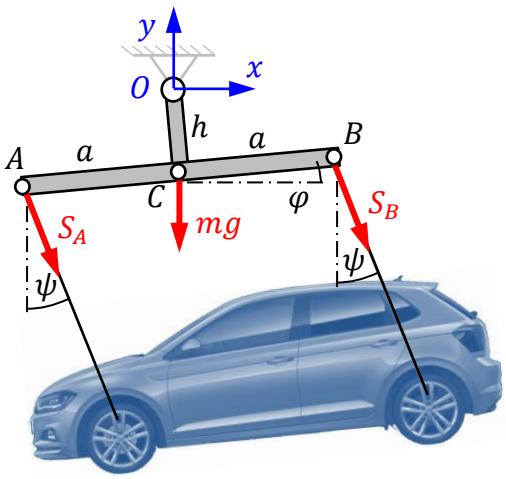


a) Ergänzen Sie ein Kräftepaar (jeweils Vektorlänge 2 cm) so, dass es resultierend einem Nullvektor entspricht und zur Addition der parallelen Seilkräfte geeignet ist.

b) Konstruieren Sie die Resultierende $\vec{R}$ der beiden parallelen Seilkräfte.

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Durch das Fahrzeug wirken auf den im Lager O gelenkig aufgehängten Rahmen (Masse m, Schwerpunkt C, Höhe h, Seilabstand $2a$, Neigungswinkel φ) die Seilkräfte S_A, S_B (Seilwinkel ψ).



a) Geben Sie die Lage des Rahmenschwerpunkts C und der Seilanlenkpunkte A und B im Koordinatensystem an.

$$\boldsymbol{r}_C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{r}_A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{r}_B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

b) Beschreiben Sie das Rahmengewicht und die beiden Seilkräfte im Koordinatensystem.

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{S}_A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{S}_B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

c) Berechnen Sie folgende Kreuzprodukte:

$$\boldsymbol{r}_C \times \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{S}_A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{r}_B \times \boldsymbol{S}_B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

d) Wie wird der resultierende Kraftwinder $\{\boldsymbol{R}, \boldsymbol{M}_O\}$ dieses Kräftesystems bez. des Aufhängepunkts O gebildet?

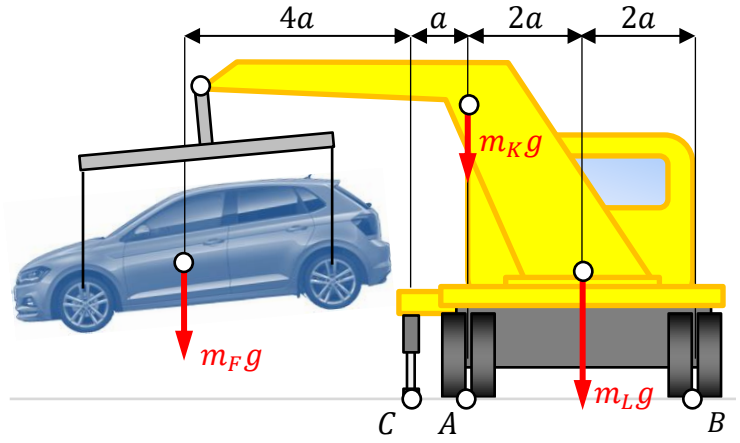
- ☐ $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{G} - \boldsymbol{S}_A - \boldsymbol{S}_B$
- ☐ $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{G} + \boldsymbol{S}_A + \boldsymbol{S}_B$
- ☐ $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{G} + \boldsymbol{S}_A - \boldsymbol{S}_B$
- ☐ $\boldsymbol{M}_O = \boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{S}_A - \boldsymbol{r}_B \times \boldsymbol{S}_B$
- ☐ $\boldsymbol{M}_O = -\boldsymbol{r}_C \times \boldsymbol{G} + \boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{S}_A - \boldsymbol{r}_B \times \boldsymbol{S}_B$
- ☐ $\boldsymbol{M}_O = \boldsymbol{r}_C \times \boldsymbol{G} + \boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{S}_A + \boldsymbol{r}_B \times \boldsymbol{S}_B$

e) Wie lautet das Momentengleichgewicht für den Rahmen bez. des Gelenkpunkts O?

- ☐ $M_{Oz} = h(S_A + S_B)\sin(\psi - \varphi) + a(S_A - S_B)\cos(\psi - \varphi) - h\,mg\sin\varphi$
- ☐ $h(S_A + S_B)\sin(\psi - \varphi) + a(S_A - S_B)\cos(\psi - \varphi) + h\,mg\sin\varphi = 0$
- ☐ $h(S_A + S_B)\sin(\psi - \varphi) + a(S_A - S_B)\cos(\psi - \varphi) - h\,mg\sin\varphi = 0$

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Das Bild zeigt den Ladevorgang von hinten. Das System besteht aus abzuschleppendem Fahrzeug (Masse m_F), Kran (Masse m_K) und Lkw (Masse m_L). Kontakte mit der Straße ergeben sich über die Räder (Aufstandspunkte A bzw. B, Haftreibungskoeffizient μ_R) und die Stütze (Aufstandspunkt C, Haftreibungskoeffizient μ_S).



a) Tragen Sie alle Kontaktkräfte in den dargestellten Kontaktpunkten ein und bezeichnen Sie diese.

b) Welche Kontaktbedingungen sind im Punkt C im Anschluss an die Berechnung zu prüfen?

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ , _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

c) Charakterisieren Sie das Problem der Bestimmung der Kontaktkräfte.

☐ *statisch bestimmt*

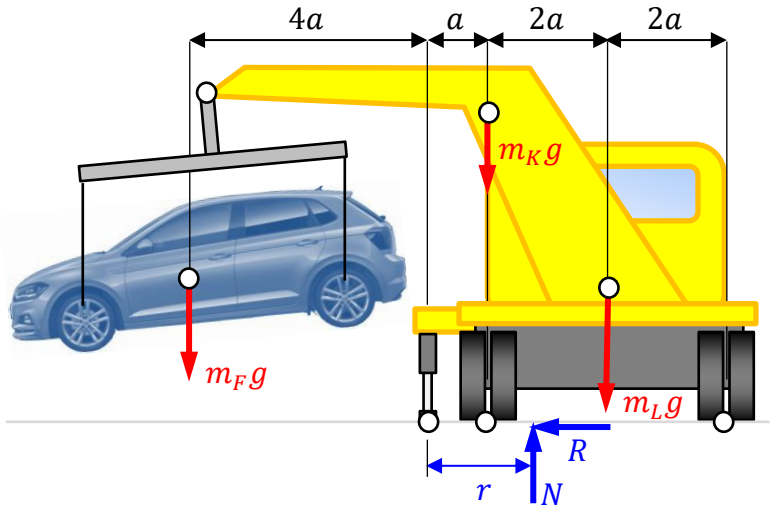
☐ *1-fach statisch unbestimmt*

☐ *2-fach statisch unbestimmt*

☐ *3-fach statisch unbestimmt*

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Das Problem in Aufgabe 3 lässt sich durch Zusammenfassen der Kontaktkräfte in einem gemeinsamen Kraftwinder lösen.



a) In welchem Bereich kann der Angriffspunkt der Normalkraft aus geometrischen Gründen nur liegen?

_ _ _ _ $\leq r \leq$ _ _ _ _

b) Charakterisieren Sie das Problem der Kontaktkraftbestimmung erneut.

☐ *statisch bestimmt*

☐ *1-fach statisch unbestimmt*

☐ *2-fach statisch unbestimmt*

☐ *3-fach statisch unbestimmt*

c) Zeichnen Sie einen Bezugspunkt P für ein Momentengleichgewicht zur direkten Bestimmung von r ohne weitere Unbekannte ein.

d) Formulieren Sie dieses Momentengleichgewicht und bestimmen Sie r.

_ _

_ _

$\rightarrow\ r =$

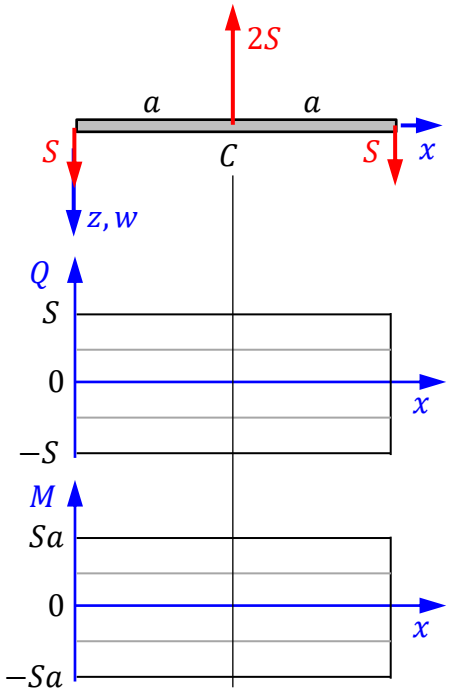
_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

e) Bestimmen Sie das maximal mögliche Fahrzeuggewicht, das angehoben werden darf.

☐ $m_F \leq \frac{3m_L + m_K}{4}$ ☐ $m_F \leq m_L + m_K$ ☐ $m_F \leq \frac{3m_L}{4}$

Aufgabe 5 (12 Punkte)

Der Rahmenträger (Länge $2a$) wird nun an den Enden durch die Seilkräfte S sowie in der Mitte C durch die doppelte Lagerkraft $2S$ belastet.



a) Beschreiben Sie den Querkraftverlauf für $0 \leq x < 2a$ mithilfe der Föppl-Symbolik.

$Q(x) =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

b) Ermitteln Sie den zugehörigen Momentenverlauf.

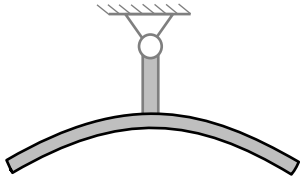
$M(x) =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

c) Zeichnen Sie Querkraft- und Momentenverläufe.

d) Wie lautet die Differentialgleichung der Biegelinie $w(x)$ für den Rahmenträger (Biegesteifigkeit EI)?

$EI\, w'' =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

e) Formulieren Sie Randbedingungen dafür, dass der Träger in der Mitte C waagerecht bleibt und sich nicht absenkt.



_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ ,

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

f) Welche Biegelinie ergibt sich daraus?

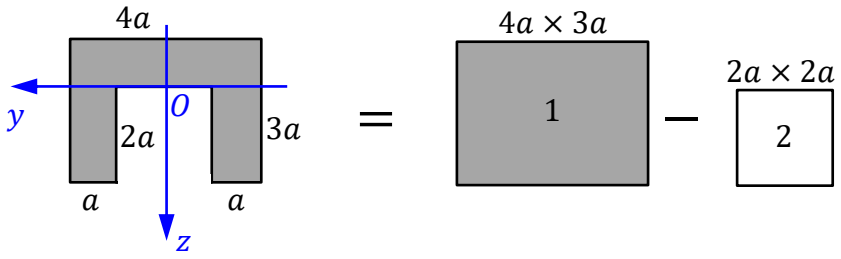
☐ $w(x) = \frac{S}{EI}\left[\frac{a^3}{3} - \frac{a^2}{2}x + \frac{x^3}{3} - \frac{1}{6}\langle x-a\rangle^3\right]$

☐ $w(x) = \frac{S}{EI}\left[\frac{a^3}{3} - \frac{a^2}{2}x + \frac{x^3}{6} - \frac{1}{3}\langle x-a\rangle^3\right]$

☐ $w(x) = \frac{S}{EI}\left[\frac{a^3}{2} + \frac{a^2}{3}x + \frac{x^3}{6} + \frac{1}{3}\langle x-a\rangle^3\right]$

Aufgabe 6 (11 Punkte)

Der Rahmen in Aufgabe 1 besteht aus einem U-Profil (Außenmaße $4a \times 3a$, Profildicke a). Für die Berechnung seines Flächenträgheitsmoments lässt es sich in zwei Rechtecke 1 und 2 aufteilen, die voneinander subtrahiert werden.



a) Machen Sie für die beiden Rechtecke folgende Angaben:

	Rechteck	
	1	2
Flächeninhalt A_i		
Koordinate z_i des Flächenmittelpunkts		
$z_i A_i$		
$z_i^2 A_i$		
Flächenträgheitsmoment I_{y,C_i} bez. individuellem Flächenmittelpunkt		
Flächenträgheitsmoment $I_{y,O}$ bez. Koordinatenursprung O		

b) Bestimmen Sie für das U-Profil den Flächeninhalt A und den Flächenmittelpunkt $C\ (y_C, z_C)$.

$A =$ _____ , $y_C =$ _____ , $z_C =$ _____

c) Wie groß ist das Flächenträgheitsmoment des U-Profils bez. des Koordinatenursprungs O?

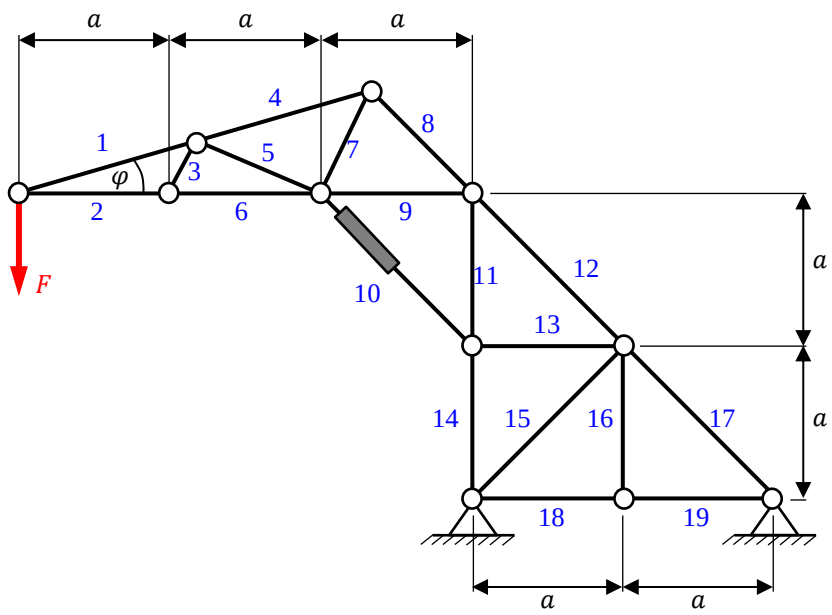
$I_{y,O} =$ _____

d) Wie groß ist das Flächenträgheitsmoment des U-Profils bez. des Flächenmittelpunkts C?

☐ $I_{y,C} = \frac{25}{6} a^4$ ☐ $I_{y,C} = \frac{37}{6} a^4$ ☐ $I_{y,C} = \frac{47}{6} a^4$

Aufgabe 7 (18 Punkte)

Der Abschleppkran besteht aus einem vertikalen Säulenteil und einem horizontalen Auslegerteil, der durch die Kraft F belastet ist und von einem Hydraulikzylinder gehalten wird. Beide Teile sind als Fachwerke gestaltet und der Hydraulikzylinder wird als masseloser Stab 10 betrachtet.



a) Klassifizieren Sie das Fachwerk bei festgehaltener Länge des Hydraulikzylinders.

☐ *einfach* ☐ *nicht einfach*

☐ *statisch bestimmt* ☐ *statisch unbestimmt*

☐ *kinematisch bestimmt* ☐ *kinematisch unbestimmt*

b) Identifizieren Sie offensichtliche Nullstäbe.

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

c) Bestimmen Sie die Hydraulikkraft S_{10} mithilfe des Ritterschen Schnittverfahrens. Zeigen Sie den freigeschnittenen Fachwerkteil, den Bezugspunkt ihres Momentengleichgewichts sowie das Momentengleichgewicht mit Lösung.

$\rightarrow S_{10} =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

d) Bestimmen Sie die Kräfte in den Stäben 1 und 2 mithilfe des Knotenpunktverfahrens.

Gleichungen: _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ , _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Stabkräfte: $S_1 =$ _ _ _ _ _ _ _ _ , $S_2 =$ _ _ _ _ _ _ _ _

e) Wie verhalten sich die Stabkräfte S_1 und S_2 für $\varphi \rightarrow 0$?

$\lim_{\varphi \rightarrow 0} S_1 \rightarrow$ _ _ _ _ _ , $\lim_{\varphi \rightarrow 0} S_2 \rightarrow$ _ _ _ _ _

f) Hinsichtlich welcher Versagenfälle muss Stab 2 geprüft werden?

☐ *Zug* ☐ *Druck* ☐ *Schub*

☐ *Biegung* ☐ *Torsion* ☐ *Knicken*

ENDE