Prüfungsklausur Technische Mechanik I

Familienname, Vorname	
Matrikel-Nummer	Fachrichtung

1. Die Prüfung umfasst 6 Aufgaben auf 6 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den **gegebenen** Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Zugelassene Hilfsmittel: Fachliteratur, eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner. Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
6. Bearbeitungszeit: 90 min
7. Unterschreiben Sie die Prüfung bitte **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

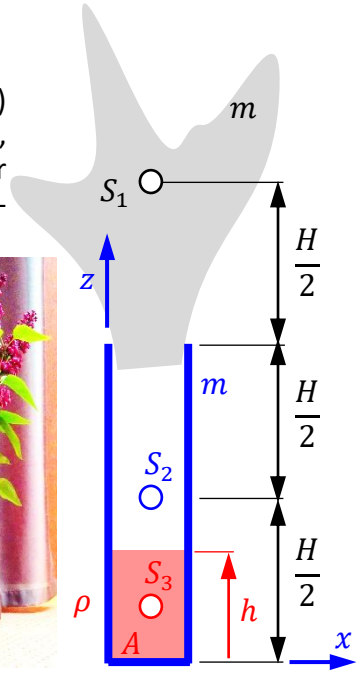
.....
(Unterschrift)

Gesamtpunktzahl:	72
zum Bestehen erforderlich:	36

Punkte	Note	

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Ein Blumenstrauß (Masse m, Schwerpunkt S_1) steckt in einer zylindrischen Vase (Masse m, Höhe H, Schwerpunkt S_2). Die Vase ist bis zur Höhe h mit Wasser (Dichte ρ, Querschnittsfläche A) gefüllt.



a) Geben Sie die Masse m_3 und Schwerpunkthöhe z_3 des eingefüllten Wassers an.

$m_3 =$ _ _ _ _ _ _ _ ,

$z_3 =$ _ _ _ _ _ _ _ _

b) Bestimmen Sie die Gesamtmasse m_{ges} und Schwerpunkthöhe z_{ges} des Blumenstraußes inkl. Vase und Wasser.

$m_{ges} =$ _ _ _ _ _ _ _ _ , $z_{ges} = \left(\_\_\_\_\_ \right) / m_{ges}$

c) Zur Vereinfachung werden Gesamtschwerpunkthöhe und Wasserhöhe auf die Vasenhöhe H bezogen, d.h. $\varsigma = z_{ges}/H$, $x = h/H$. Zudem sei die Vase so schwer wie die halbe Wasserfüllung, d.h. $m = \varrho A H/2$. Welche Funktion ergibt sich damit für die Schwerpunkthöhe?

☐ $\varsigma = \dfrac{2}{2-\sin x}$ ☐ $\varsigma = \dfrac{2+e^x}{2}$ ☐ $\varsigma = \dfrac{2+x^2}{2(1+x)}$

d) Differenzieren Sie die Funktion $\varsigma(x)$ nach x.

$\dfrac{\mathrm{d}\varsigma}{\mathrm{d}x} =$ _

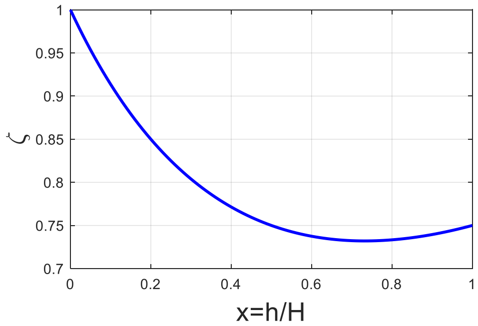
e) Geben Sie eine notwendige Bedingung für ein lokales Minimum der Funktion $\varsigma(x)$ an und bestimmen Sie daraus die optimale Füllhöhe für einen möglichst tiefen Gesamtschwerpunkt und damit maximale Standsicherheit.

$\Rightarrow x_{opt} =$

______________________ ______

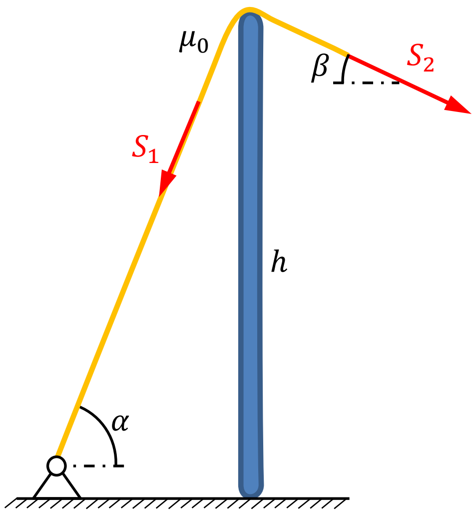
f) Nebenstehendes Diagramm zeigt die Funktion $\varsigma(x)$. Welche optimale Füllhöhe lässt sich daraus ablesen?

$\frac{h_{opt}}{H} =$ ______



Aufgabe 2 (11 Punkte)

Eine masselose Stütze (Höhe h) wird gelenkig auf den Boden gestellt und mit einem Seil abgespannt, das über die Stütze geführt wird. Die Stütze wird am Stützenkopf durch Seilreibung (Haftreibungskoeffizient μ_0) und eine geeignete Wahl der Winkel α und β gehalten.



a) Formulieren Sie das Momentengleichgewicht der Stütze bzgl. des Bodenkontaktpunktes und bestimmen Sie daraus das Verhältnis der Seilkräfte zueinander.

____

$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} =$ ______ (1)

b) Wie groß ist der Umschlingungswinkel des Seils am Stützenkopf?

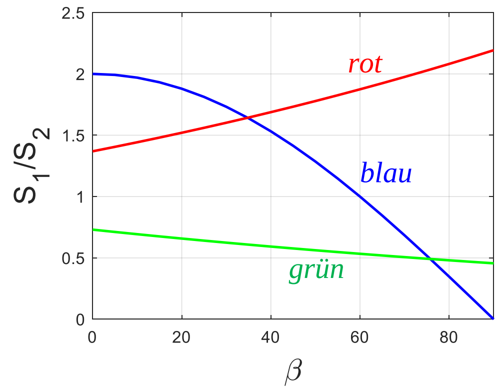
$\varphi =$ ______

c) Welche Haftreibungsgrenzen ergeben sich aus der Seilreibung am Stützenkopf

$\leq \frac{S_1}{S_2} \leq$

__________(2) __________(3)

d) Das Diagramm zeigt für $\alpha = 60°$ und $\mu_0 = 0.3$ die Graphen der in Teilaufgaben a) und c) mit Ziffern (1) bis (3) gekennzeichneten Funktionen. Ordnen die die Kurven diesen Funktionen zu.



Graph	*Funktion*		
grün	☐ (1)	☐ (2)	☐ (3)
blau	☐ (1)	☐ (2)	☐ (3)
rot	☐ (1)	☐ (2)	☐ (3)

e) In welchem Winkelbereich für β bleibt die Stütze stehen?

$\leq \beta \leq$

______ ______

f) Was passiert für $\beta = 0$ für beliebig große Kräfte S_2?

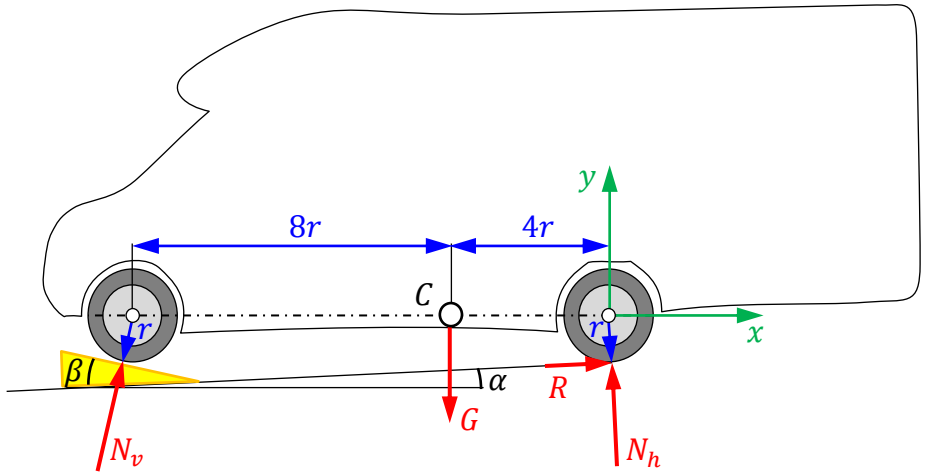
☐ *Stütze fällt nach links*

☐ *Stütze fällt nach rechts*

☐ *Stütze bleibt stehen*

Aufgabe 3 (16 Punkte)

Um ein Wohnmobil (Masse m, Schwerpunkt C, Raddurchmesser $2r$, Radstand $12r$) auf einer schiefen Ebene (Neigungswinklel α) horizontal auszurichten, werden vorn Keile (Öffnungswinkel β) unterlegt. In der dargestellten Situation ist das Hinterrad durch die Handbremse blockiert, während das Vorderrad frei rollen kann (jeweils Haftreibungskoeffizient μ_0 zwischen Reifen und Gegenkontakt).



a) Klassifizieren Sie die eingezeichneten Kräfte und geben Sie ggf. das dazugehörige Kraftgesetz an.

Kraft	*eingeprägt*	*Reaktion*	*Kraftgesetz*
G	☐	☐	
N_v, N_h	☐	☐	
R	☐	☐	

b) Formulieren Sie das Kräftegleichgewicht des Wohnmobils im angegebenen Koordinatensystem.

– –

– –

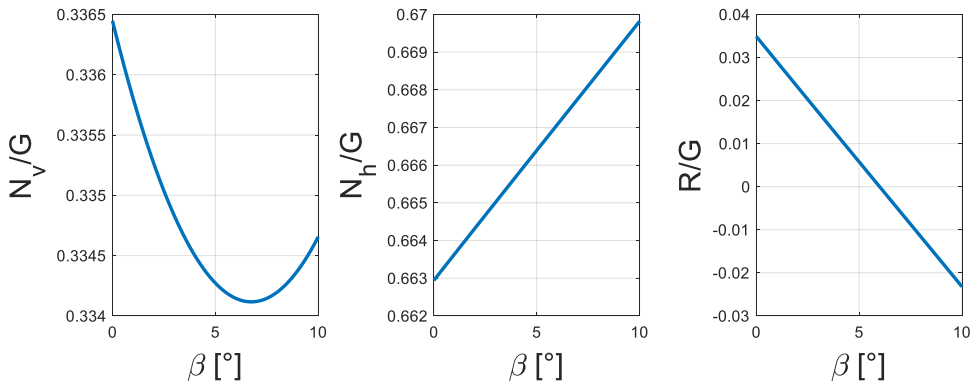
c) Formulieren Sie das Momentengleichgewicht des Wohnmobils mit der Hinterachse als Bezugspunkt (entspricht Koordinatenursprung).

– –

d) Ähnlich dem Knotenpunktsverfahren für Fachwerke kann man die Gleichgewichtsbedingungen in Teilaufgabe b) und c) in einem Gleichungssystem $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ zusammenfassen:

$$\begin{bmatrix} \sin(\beta-\alpha) & & \\ \cos(\beta-\alpha) & & \\ -12\mathrm{r}\cos(\beta-\alpha) & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_v \\ N_h \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

Die Diagramme zeigen die Lösung für den Neigungswinkel $\alpha = 2°$.



e) Was passiert nach dem Lösen der Handbremse für $\alpha = 2°$ und folgende Keilwinkel β?

Keilwinkel	*Wohnmobil rollt*		
$\beta = \alpha$	☐ *nach vorn*	☐ *nach hinten*	☐ *nicht*
$\beta = 2\alpha$	☐ *nach vorn*	☐ *nach hinten*	☐ *nicht*
$\beta = 3\alpha$	☐ *nach vorn*	☐ *nach hinten*	☐ *nicht*
$\beta = 4\alpha$	☐ *nach vorn*	☐ *nach hinten*	☐ *nicht*

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Aufgabe 3 kann man auch dadurch lösen, dass man alle beteiligten Körper freischneidet, wobei Räder und Keil als masselos betrachtet werden. Im Unterschied zu obiger Aufgabe sind nun beide Räder blockiert, das Hinterrad durch die Handbremse und das Vorderrad bei stillstehendem Motor durch den Vorderradantrieb.

a) Ergänzen Sie in nebenstehendem Freischnittbild alle Kräfte und Momente und benennen Sie diese.

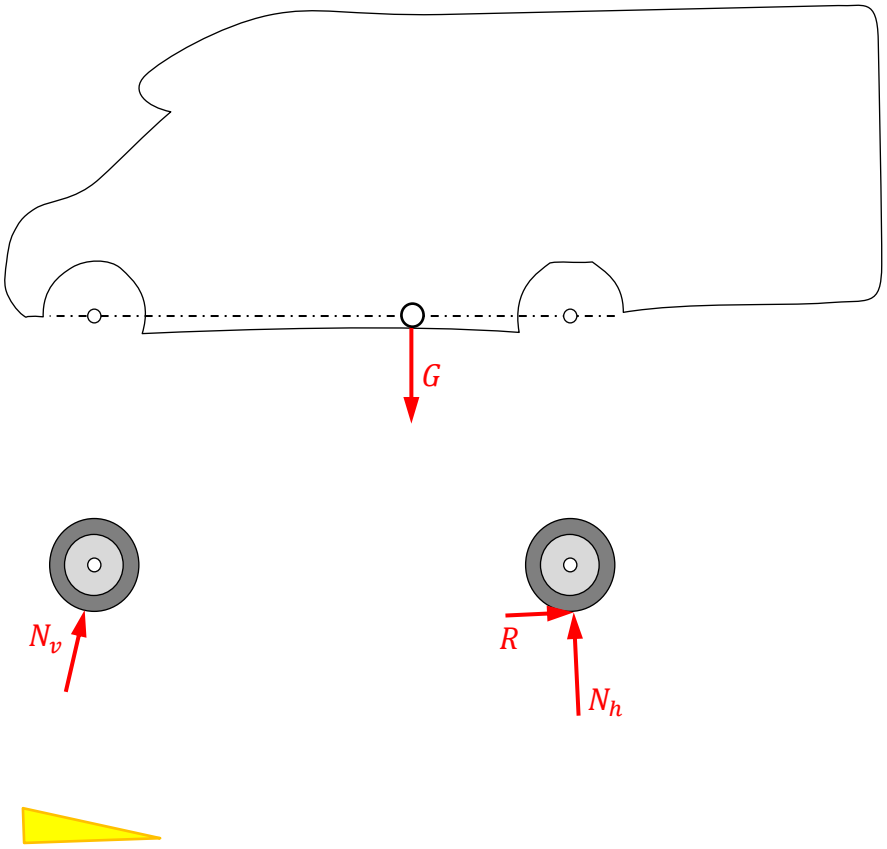
b) Charakterisieren Sie das System im Sinne einer ebenen Betrachtung durch folgende Kennwerte:

Freiheitsgrad des freigeschnittenen Systems $f^u =$ _____

Zahl der aller Bindungen $n^c =$ _____

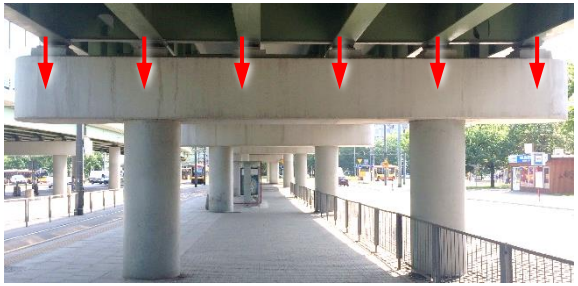
Zahl der redundanten Bindungen $r =$ _____

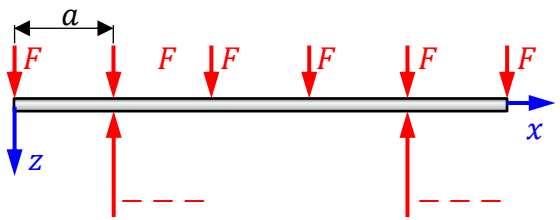
Freiheitsgrad des gebundenen Systems $f =$ _____



Aufgabe 5 (13 Punkte)

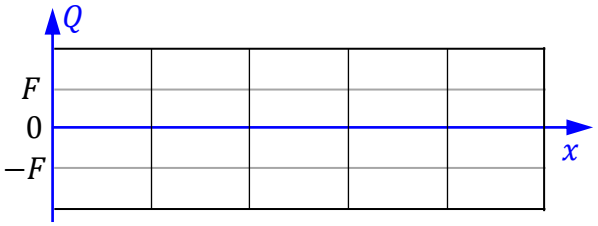
Der Träger einer Brücke über die Wisla in Warschau wird an sechs Stellen jeweils im Abstand a von oben durch sechs gleich große Kräfte F belastet. Das Eigengewicht des Trägers wird vernachlässigt.





a) Tragen Sie die Beträge der Stützkräfte durch die beiden Säulen ein, die den sechs Kräften das Gleichgewicht halten.

b) Zeichnen Sie den zugehörigen Querkraftverlauf.



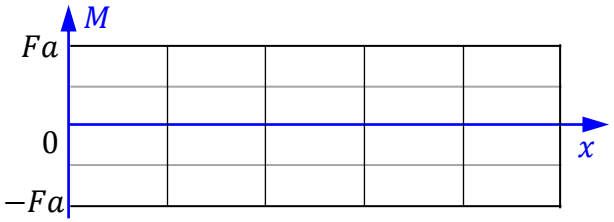
c) Bestimmen Sie graphisch den zugehörigen Momentenverlauf.

d) Wo treten die betragsgrößten Biegemomente auf?

☐ *am Rand*

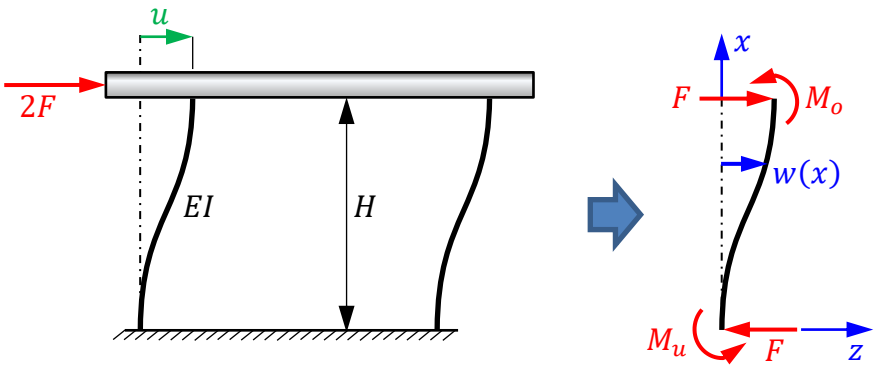
☐ *in der Mitte*

☐ *an den Säulen*



Aufgabe 6 (12 Punkte)

Belastet man den Träger in Aufgabe 5 seitlich mit der Kraft $2F$, entsteht eine seitliche Verschiebung u. Um die Verformung der Säulen (Höhe H, Biegesteifigkeit EI) zu bestimmen, werden sie freigeschnitten, wodurch unten und oben die Einspannkräfte F und unbekannte Einspannmomente M_u, M_o sichtbar werden.



a) Welcher Zusammenhang zwischen den Schnittgrößen lässt sich aus dem Momentengleichgewicht gewinnen?

$M_o =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

b) Warum lassen sich die Einspannmomente M_u und M_o nicht aus den Gleichgewichtsbedingungen gewinnen?

☐ *weil Problem statisch unbestimmt ist*

☐ *weil Problem kinematisch unbestimmt ist*

☐ *weil Säule verformbar ist*

c) Bestimmen Sie Querkraft- und Momentenverlauf mit M_u als redundanter Reaktion.

$Q(x) =$ _ _ _ _ _ _ _ _ , $M(x) =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

d) Wie lautet die Differentialgleichung der Biegelinie?

☐ $EIw''(x) = M_u$ ☐ $EIw''(x) = \frac{1}{2}Fx^2$

☐ $EIw''(x) = M_u - Fx$ ☐ $EIw''(x) = \frac{1}{2}Fx^2 - M_u x$

e) Welche Randbedingungen hat die Säule zu erfüllen?

_ _ _ _ _ _ _ _, _ _ _ _ _ _ _ _, _ _ _ _ _ _ _ _

f) Mit den Randbedingungen am unteren Ende findet man die Biegelinie

$$w(x) = \frac{1}{6EI}\left(3M_u x^2 - Fx^3\right).$$

Welche Gleichung ergibt sich damit aus der Randbedingung am oberen Ende $x = H$ und wie groß ist das Einspannmoment M_u?

_ $\Rightarrow M_u =$ _ _ _ _ _ _

g) Wie groß ist die seitliche Verschiebung?

$u =$ _ _ _ _ _ _ _ _

h) Wo versagen die Säulen bei dieser Belastung zuerst? Begründen Sie Ihre Antwort.

☐ *in der Mitte*

☐ *an den Einspannstellen*

☐ *alle Querschnitte gleich gefährdet*

weil

_ _

ENDE