

# Theoretische Informatik

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

## Aufgabenblatt 3

Besprechung in KW 45 / Abgabe in KW 46

### Kriterium für erfolgreiche Bearbeitung des Übungsblattes:

Bearbeitung von:

- Aufgabe 1,
- Aufgabe 2, wird aber nicht korrigiert,
- Aufgaben 11

#### Aufgabe 1

Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

#### Aufgabe 2

Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

#### Aufgabe 3

Lesen Sie das Übungsblatt vor dem nächsten Übungstermin durch. Recherchieren Sie gegebenenfalls unbekannte Begriffe. Bitte den Aufgabentext bei den Übungstunden zu Verfügung haben.

#### Aufgabe 4

Geben Sie einen deterministischen Automaten für die folgenden Sprache  $L_1$  und  $L_2$  an:

$$L_1 := \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar und } babbabb \text{ ist nicht Teilwort von } w\}$$

$$L_2 := \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar oder } babbabb \text{ ist nicht Teilwort von } w\}$$

#### Aufgabe 5

Sei  $K = \{q_1, \dots, q_n\}$  und  $M = (K, \Sigma, \delta, q_1, \{q_n\})$  ein NFA. Wir benutzen die Definitionen von  $R(i, j, k)$  aus der Vorlesung. Zeigen Sie mit Hilfe der in Vorlesung bewiesenen Gleichung

$$R(i, j, k) = R(i, j, k-1) \cup R(i, k, k-1) \cdot (R(k, k, k-1))^* \cdot R(k, j, k-1)$$

die folgenden Aussagen:

1.  $\forall i \in \{1, \dots, n\} \forall k \in \{0, \dots, n\} : \lambda \in R(i, i, k)$
2.  $\forall i, k \in \{1, \dots, n\} : R(i, k, k) = R(i, k, k-1) \cdot (R(k, k, k-1))^*$
3.  $\forall i, k \in \{1, \dots, n\} : R(k, i, k) = (R(k, k, k-1))^* \cdot R(k, i, k-1)$
4.  $\forall k \in \{1, \dots, n\} : R(k, k, k) = (R(k, k, k-1))^*$

#### Aufgabe 6

Geben Sie reguläre Ausdrücke zu den von den Automaten aus Aufgabe 7 von Blatt 2 erkannten Sprachen an.

**Hinweis:** Nutzen Sie das in der Vorlesung vorgestellte systematische Verfahren, sowie die vorstehende Aufgabe.

**Aufgabe 7**

Zu einem endlichen Automaten  $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$  betrachten wir den den endlichen Automaten  $M' = (Q, \Sigma, \delta', s, \{s\})$  wobei  $\delta' := \delta \cup \{(q, \lambda, s) \mid q \in F\}$ . Gilt im Allgemeinen

1.  $L(M') = (L(M))^*$  ?
2.  $L(M') \subseteq (L(M))^*$  ?
3.  $L(M') \supseteq (L(M))^*$  ?

**Aufgabe 8**

Sei  $\Sigma$  ein endliches Alphabet mit  $k := |\Sigma|$ .

1. Bestimmen Sie für  $n \in \mathbb{N}$  die Mächtigkeit von  $\Sigma^n$ .
2. Bestimmen Sie für  $n \in \mathbb{N}$  die Mächtigkeit von  $\Sigma^{\leq n} := \{w \in \Sigma^* \mid |w| \leq n\}$ .
3. Bestimmen Sie für  $n \in \mathbb{N}$  die Anzahl der Sprachen mit der Eigenschaft  $L \subseteq \Sigma^{\leq k}$ .

**Aufgabe 9**

Recherchieren Sie die Begriffe: abzählbar, abzählbar unendlich, überabzählbar.

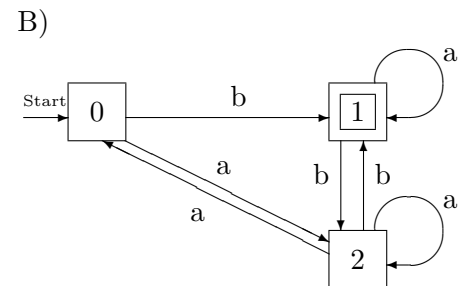
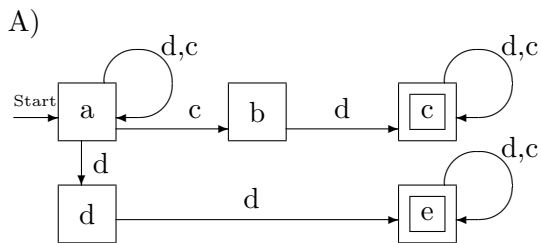
**Aufgabe 10**

Sei  $\Sigma$  ein endliches Alphabet.

1. Zeigen Sie, dass die Menge  $\Sigma^*$  der Wörter über  $\Sigma$  abzählbar unendlich ist (d.h. gleichmächtig  $\mathbb{N}$  ist).
2. Zeigen Sie, dass die Potenzmenge  $\mathcal{P}(\Sigma^*)$  nicht gleichmächtig  $\Sigma^*$  ist.
3. Zeigen Sie, dass die Menge der regulären Sprachen abzählbar unendlich ist.
4. Zeigen Sie, dass es nicht-reguläre Sprachen gibt.

**Aufgabe 11**

Gegeben seien die folgenden finiten Automaten (der Startzustand  $s$  ist durch "Start" gekennzeichnet, die akzeptierenden Zustände durch die doppelte Einrahmung).



1. Konstruieren Sie äquivalente, vollständige, deterministische finite Automaten zu den Automaten.
2. Geben Sie reguläre Ausdrücke zu den von den Automaten erkannten Sprachen an.

Kommentieren Sie Ihre Vorgehensweise.