

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

Aufgabenblatt 2

Besprechung in KW 44 / Abgabe in KW 45

Kriterium für erfolgreiche Bearbeitung des Übungsblattes:

- Bearbeitung von:
- Aufgabe 1,
 - Aufgabe 2, wird aber nicht korrigiert,
 - Aufgabe 9

Aufgabe 1

Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

Aufgabe 2

Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

Aufgabe 3

Lesen Sie das Übungsblatt vor dem nächsten Übungstermin durch. Recherchieren Sie gegebenenfalls unbekannte Begriffe. Bitte den Aufgabentext bei den Übungstunden zu Verfügung haben.

Aufgabe 4

Wir betrachten das Alphabet $\Sigma = \{0,1\}$. Geben Sie endliche Automaten an, die die folgenden Sprachen erkennen:

$$\emptyset, \{\lambda\}, \Sigma, \Sigma^0, \Sigma^4, \Sigma^*, \Sigma^+$$

Aufgabe 5

Geben Sie deterministische endliche Automaten und regulären Ausd

1. $L_1 := \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bbaa\}$
2. $L_2 := \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält eine gerade Anzahl von } b\}$
3. $L_3 := \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bbaa \text{ nicht}\}$
4. $L_4 := \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bbaa \text{ oder } w \text{ enthält eine gerade Anzahl von } b\}$
5. $L_5 := \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bbaa \text{ und } w \text{ enthält eine gerade Anzahl von } b\}$
6. $L_6 := \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bbaa \text{ oder } \#_a(w) \text{ ist nicht durch } 3 \text{ teilbar}\}$
7. $L_7 := \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bbaa \text{ und } \#_a(w) \text{ ist durch } 5 \text{ teilbar}\}$

Hinweis: Versuchen Sie zunächst nichtdeterministische endliche Automaten anzugeben (ggf. mit λ -Übergängen), danach deterministische endliche Automaten.

Notation: $\#_a(w)$ bezeichnet die Anzahl der Vorkommen des Zeichens a im Wort w .

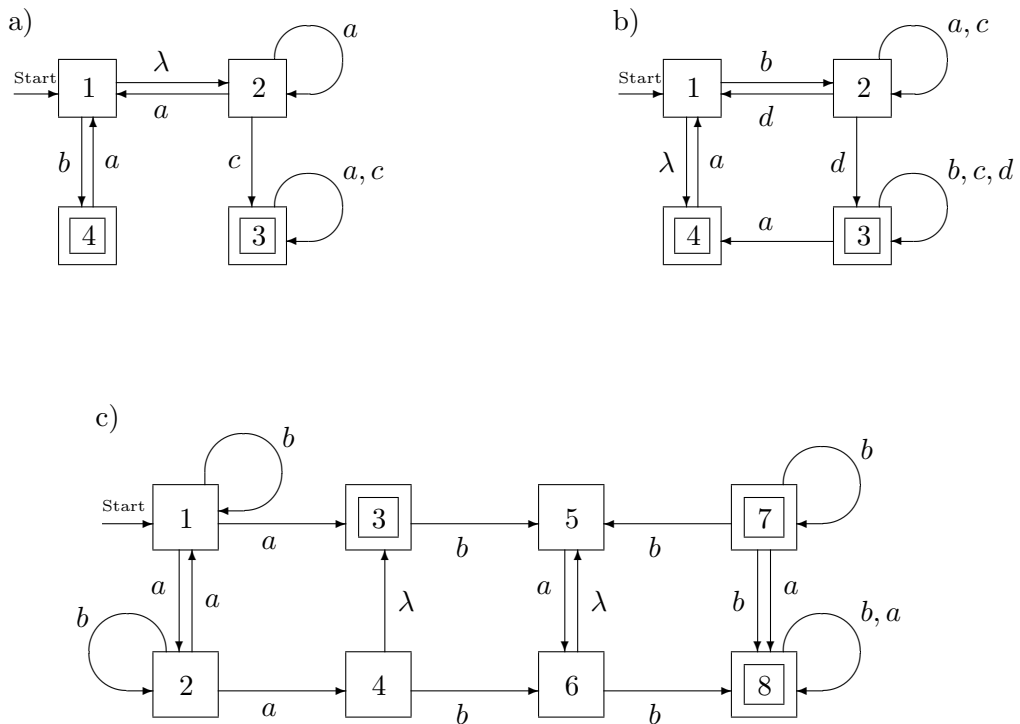
Aufgabe 6

Geben Sie einen regulären Ausdruck für die folgende Sprache L_1 an:

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w) \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar oder } \#_b(w) \text{ ist durch } 5 \text{ teilbar}\} \\ L_2 &:= \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w) \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar und } \#_b(w) \text{ ist durch } 5 \text{ teilbar}\} \\ L_3 &:= \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w) \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar oder } w \text{ enthält das Teilwort } bbaa\} \\ L_4 &:= \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w) \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar und } w \text{ enthält das Teilwort } bbaa\} \end{aligned}$$

Aufgabe 7

Gegeben seien die folgenden finiten Automaten (der Startzustand s ist durch "Start" gekennzeichnet, die akzeptierenden Zustände durch die doppelte Einrahmung). Konstruieren Sie äquivalente, vollständige, deterministische finite Automaten zu den folgenden Automaten.



Kommentieren Sie Ihre Vorgehensweise.

Aufgabe 8

Wir betrachten die Trägermenge A und binäre Relationen R und S auf A (also $R, S \subseteq A \times A$). Wir definieren die Verknüpfung \circ auf Menge der binären Relationen auf A vermöge $R \circ S := \{(x, y) \mid \exists z \in A : (x, z) \in R \wedge (z, y) \in S\}$. Weiterhin definieren wir $R^0 := \text{id}_A$ sowie $R^{i+1} := R^i \circ R$ für $i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. Schließlich $R^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N} \cup \{0\}} R^i$. Zeigen Sie:

1. Die Verknüpfung \circ ist assoziativ auf der Menge der binären Relationen über A .
[Zusatzfrage: Ist dies von Bedeutung im Hinblick auf die Definition von R^i ?]
2. R^* ist reflexiv und transitiv.
3. R^* ist die kleinste reflexiv-transitive Relation, die R umfasst.
4. Ist \mathcal{R} die Menge aller reflexiv-transitive Relationen, die R umfassen, so gilt: $R^* = \bigcap_{S \in \mathcal{R}} S$.

Aufgabe 9

Geben Sie einen deterministischen Automaten für die folgende Sprache L an:

$$L := \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar und } bbabbb \text{ ist Teilwort von } w\}$$