Theoretische Informatik

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

Aufgabenblatt 10

Besprechung in KW 1 / Abgabe in KW 2

Kriterium für erfolgreiche Bearbeitung des Übungsblattes:
Bearbeitung von:
- Aufgabe 1,
- Aufgabe 2, wird aber nicht korrigiert,
- Aufgabe 8

Aufgabe 1
Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

Aufgabe 2
Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

Aufgabe 3
Lesen Sie das Übungsblatt vor dem nächsten Übungstermin durch. Recherchieren Sie gegebenenfalls unbekannte Begriffe. Bitte den Aufgabentext bei den Übungstunden zu Verfügung haben.

Aufgabe 4
Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

1. Die Klasse CFL der kontextfreien Sprachen ist abgeschlossen unter Vereinigung, Konkatenation, Iteration, Homomorphismus, inversem Homomorphismus und Schnitt mit regulären Mengen.
   Hinweis: Benutzen Sie bei ,,Schnitt mit regulären Mengen" die Produktautomatenkonstruktion für einen erkennenden Keller-Automaten und einen endlichen Automaten, bei ,,Homomorphismus" erzeugende kontextfreie Grammatiken und bei ,,inversem Homomorphismus" erkennende Keller-Automaten.
2. Die Klasse CFL der kontextfreien Sprachen ist nicht abgeschlossen unter Komplementbildung und Schnitt.

Aufgabe 5
Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

1. Es gibt eine kontextfreie Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft nicht hat.
2. Jede reguläre Sprache hat die kontexfreie Pumping-Eigenschaft.
3. Es gibt eine Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft hat, aber nicht die kontextfreie Pumping-Eigenschaft hat.
4. Jede Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft hat, hat auch die kontexfreie Pumping-Eigenschaft.
5. Jede Sprache, die die kontextfreie Pumping-Eigenschaft hat, hat auch die reguläre Pumping-Eigenschaft.
6. Jede Sprache, die die kontextfreie Pumping-Eigenschaft hat ist regulär.

Aufgabe 6

Sei:
$$\begin{aligned} L_1 &:= \{a,d\}^* \cdot \{b,d\}^* \cdot \{c,d\}^* \\ L_2 &:= \{w \in L_1 \mid \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w)\} \\ L_3 &:= \{xyz \in L_1 \mid x,z \in \{a,b,c,d\}^* \wedge y \in \{ab,bc\}\} \\ L_4 &:= L_2 \cup L_3 \end{aligned}$$

Welche der Sprachen $L_1, \ldots, L_4$ besitzen die kontextfreie Pumping-Eigenschaft? Welche der Sprachen $L_1, \ldots, L_4$ sind kontextfrei?
Hinweis: Welche Rolle spielen die Zeichen d in den Sprachen $L_1, \ldots, L_4$?

Aufgabe 7

L werde erzeugt von der Grammatik $G = (\{S,X,Y,A,B,C\},\{a,b,c\},P,S)$, wobei P die folgenden Regeln hat:

$$S \to XY\ ,\ Y \to CX\ ,\ X \to XA \mid XB \mid AB \mid BB\ ,\ A \to a\ ,\ B \to b\ ,\ C \to c$$

Prüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmusses, ob die folgenden Wörter in L liegen.

$$abcabcabc\ ,\ abbabaa\ ,\ acacacacac\ ,\ cccccccccc\ ,\ bbbbcbbbb$$

Aufgabe 8

Sei $\Sigma = \{a,b,c\}$ ein Alphabet und seien $L, R \subseteq \Sigma^*$ beliebige Sprachen über Σ. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Sie dürfen die in der Vorlesung bewiesenen Sätze verwenden, müssen diese aber zitieren.

1. Jede kontextfreie Sprache hat eine nicht-kontexfreie Obermenge.
2. $L \in \mathcal{P}(\Sigma^*) \wedge R \in \text{CFL} \implies L \cup R \in \text{CFL}$.
3. $L \in \text{CFL} \wedge R \in \text{CFL} \implies L \cup R \in \text{REG}$.
4. $L \in \text{CFL} \implies \Sigma^* \setminus L \notin \text{CFL}$.
5. Jede unendliche reguläre Sprache ist Obermenge einer nicht-regulären Sprache.
6. Bei jeder nichtregulären kontextfreien Sprache L ist mindestens eine der Klassen der zur Sprache gehörenden Relation $\approx_L$ unendlich.
7. Die Vereinigung einer kontextfreien Sprache mit einer nicht–regulären Sprache ist nicht–regulär.
8. Zu jeder kontextfreien Sprache gibt es nicht-kontextfreie Grammatiken, die diese Sprache erzeugen.

E schéine Krëschtdag an e glécklecht neit Joer!

Vrolijk Kerstmis en een een Gelukkig Nieuwjaar!

God Jul och Gott Nytt År!

Joyeux Noël et une Bonne Nouvelle Année!

Frohe Weihnachten und einen Guten Rutsch ins Neue Jahr!