

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

Aufgabenblatt 8

Besprechung in KW 3 / Abgabe in KW 4

Kriterium für erfolgreiche Bearbeitung des Übungsblattes:

Bearbeitung von: – Aufgabe 1,
 – Aufgabe 2, wird aber nicht korrigiert,
 – Aufgaben 13 und 14

Aufgabe 1

Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

Aufgabe 2

Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

Aufgabe 3

Lesen Sie das Übungsblatt vor dem nächsten Übungstermin durch. Recherchieren Sie gegebenenfalls unbekannte Begriffe. Bitte den Aufgabentext bei den Übungstunden zu Verfügung haben.

Aufgabe 4

Konstruieren Sie Turing-Maschinen, die die folgenden Bandinhalte in der angegebenen Weise verändern. Die Turing-Maschinen starten auf dem ersten Non-Blank-Zeichen, und sollen beim Stoppen wiederum auf diesem Feld stehen (Eingabealphabet ist $\{0, 1, a\}$, $n, m \in \mathbb{N}$).

1. $a^n 1 a^m$ nach $a^{n \dot{-} m}$, wobei $n \dot{-} m := \begin{cases} n - m & \text{falls } n \geq m, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$
2. $a^n 1 a^m$ nach $a^{n \cdot m}$.
3. $a^n 1 a^m$ nach $a^{n // m}$, wobei $n // m$ die ganzzahlige Division von n durch m bezeichnet.
4. $a^n 1 a^m$ nach $a^{n \bmod m}$.
5. a^n nach $\text{bin}(n)$, wobei $\text{bin}(n)$ die Binärdarstellung von n ist (niederwertige Bits hinten).
6. $\text{bin}(n)$ nach a^n .
7. $\text{bin}(n) \square \text{bin}(m)$ nach $\text{bin}(n + m)$.
8. $\text{bin}(n) \square \text{bin}(m)$ nach $\text{bin}(n \cdot m)$.
9. $\text{bin}(n)$ nach $\text{bin}(n^2)$ überführt.

Kommentieren Sie Ihre Programme!

Aufgabe 5

Geben Sie für folgende Sprachen jeweils entscheidende Turing-Maschinen an:

$$\begin{aligned} L_1 &= \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{N}\} \\ L_2 &= \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{abbb ist nicht Teilwort von } w\} \\ L_3 &= \{w c w \mid w \in \{a, b\}^*\} \\ L_4 &= \{a^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\} \end{aligned}$$

Kommentieren Sie Ihre Programme!

Aufgabe 6

Geben Sie Turing-Maschinen an, die aus einem Bandinhalt der Form $w_1 \square w_2 \square \dots \square w_k$ (beliebige Anzahl nichtleerer Worte, jeweils durch ein Blank (\square) getrennt) die folgenden Bandinhalte erzeugen ($w_1, w_2, \dots, w_k \in \{0, 1\}^+$):

1. $w_1 \square w_2 \square \dots \square w_k \square w_1$.
2. $w_1 \square w_2 \square \dots \square w_{k-1} \square w_k \square w_1 \square w_2 \square \dots \square w_{k-1} \square w_k$.
3. $w_1 \square w_3 \square w_5 \square \dots \square w_n$ mit $n = \begin{cases} k-1 & \text{falls } k \text{ gerade,} \\ k & \text{falls } k \text{ ungerade.} \end{cases}$
4. $w_1 \square w_2 \square w_1 \square w_3 \square w_1 \square w_4 \square \dots \square w_{k-1} \square w_1 \square w_k$.

Kommentieren Sie Ihre Programme!

Aufgabe 7

Geben Sie eine Turing-Maschinen (mit Kommentierung) an, die folgende Funktion f berechnet:

$$f : \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^* \text{ mit } f(w) = \begin{cases} ww & , \text{ falls } \#_a(w) \text{ nicht durch 4 teilbar,} \\ \text{undefiniert} & , \text{ sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe 8

Geben Sie eine Turing-Maschine M an, die $\text{bin}(n)$ nach $\text{hex}(n)$ überführt, wobei $\text{hex}(n)$ die Hexadezimaldarstellung von n ist (niederwertige Stellen hinten). Geben Sie einen Lauf von M auf dem Wort 11110100101 an. Kommentieren Sie Ihre Vorgehensweise und Ihr Programm!

Aufgabe 9

Geben Sie Turing-Maschinen an, die aus einem Bandinhalt der Form $w_1 \square w_2 \square \dots \square w_k$ (beliebige Anzahl nichtleerer Worte, jeweils durch ein Blank (\square) getrennt) die folgenden Bandinhalte erzeugen ($w_1, w_2, \dots, w_k \in \{0, 1\}^+$):

1. $w_1 \square w_2 \square \dots \square w_k \square w_1$.
2. $w_1 \square w_2 \square \dots \square w_{k-1} \square w_k \square w_1 \square w_2 \square \dots \square w_{k-1} \square w_k$.
3. $w_1 \square w_3 \square w_5 \square \dots \square w_n$ mit $n = \begin{cases} k-1 & \text{falls } k \text{ gerade,} \\ k & \text{falls } k \text{ ungerade.} \end{cases}$
4. $w_1 \square w_2 \square w_1 \square w_3 \square w_1 \square w_4 \square \dots \square w_{k-1} \square w_1 \square w_k$.

Kommentieren Sie Ihre Programme!

Aufgabe 10

Geben Sie eine Turing-Maschine an, die aus einem Bandinhalt der Form $w_1 \square w_2 \square \dots \square w_k$ (beliebige Anzahl nichtleerer Worte, jeweils durch ein Blank (\square) getrennt. $w_1, w_2, \dots, w_k \in \{0, 1\}^+$) den Bandinhalt $w_1 \square w_2 \square \dots \square w_{k-1} \square w_k \square w_k \square w_{k-1} \square \dots \square w_2 \square w_1$ erzeugt.

Aufgabe 11

Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$. Zeigen Sie, dass die folgenden Eigenschaften äquivalent sind:

1. L ist entscheidbar.
2. L und \bar{L} sind semi-entscheidbar.
3. Es gibt eine Turingmaschine, die akzeptierend stoppt falls $x \in L$, und verwerfend stoppt, falls $x \notin L$.
4. $L = \text{Bild}(f)$ für eine totale berechenbare streng-monoton steigende Funktion $f : \{1\}^* \rightarrow \Sigma^*$ oder L ist endlich.
5. Die charakteristische χ_L Funktion von L ist berechenbar.

Aufgabe 12

Beweisen Sie die folgenden Aussagen. Recherchieren Sie gegebenenfalls die Begriffe.

1. Die Menge der abzählbaren Sprachen über Σ ist überabzählbar.
 2. Die Menge der aufzählbaren Sprachen über Σ ist abzählbar.
 3. Es gibt nicht-aufzählbare Sprachen über Σ .
-

Aufgabe 13

Geben Sie eine entscheidende Turing-Maschine (mit Kommentierung) für die folgende Sprache an:

$$L := \{wcwca^n \mid w \in \{a, b\}^* \wedge n \in \mathbb{N} \wedge 3 \cdot |w| = n\}$$

Aufgabe 14

Geben Sie eine Turing-Maschinen (mit Kommentierung) an, die folgende Funktion f berechnet:

$$f : \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^* \text{ mit } f(w) = \begin{cases} (bba)^{3 \cdot \#_b(w)} & , \text{ falls } \#_a(w) \text{ nicht durch 4 teilbar,} \\ \text{undefiniert} & , \text{ sonst.} \end{cases}$$
