

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

Aufgabenblatt 7

Besprechung in KW 2/ Abgabe in KW 3

Kriterium für erfolgreiche Bearbeitung des Übungsblattes:

Bearbeitung von: – Aufgabe 1,
– Aufgabe 2, wird aber nicht korrigiert,
– Aufgaben 31 und 32

Aufgabe 1

Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

Aufgabe 2

Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

Aufgabe 3

Lesen Sie das Übungsblatt vor dem nächsten Übungstermin durch. Recherchieren Sie gegebenenfalls unbekannte Begriffe. Bitte den Aufgabentext bei den Übungstunden zu Verfügung haben.

Aufgabe 4

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen: [Recherchieren Sie die Begriffe *endlich*, *abzählbar*, *abzählbar unendlich* und *überabzählbar*.]

1. Die Klasse der kontextfreie Sprachen über $\{0, 1\}^*$ ist endlich.
2. Die Klasse der kontextfreie Sprachen über $\{0, 1\}^*$ ist abzählbar unendlich.
3. Die Klasse der kontextfreie Sprachen über $\{0, 1\}^*$ ist überabzählbar unendlich.

Aufgabe 5

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet. Geben Sie linkslineare und rechtslineare Grammatiken sowie erkennende (nicht-deterministischen) Kellerautomaten für folgende Sprachen über Σ an:

$$\emptyset, \{\lambda\}, \emptyset^*, \{\lambda\}^*, \{a, b, c\}^*, \{a, b\}^+, \{a, b, c\}, \{abc\}, \{a, b, c\}^3$$

Aufgabe 6

Wir betrachten das Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie erkennende (nicht-deterministische) Kellerautomaten sowie erzeugende kontextfreie Grammatiken für folgende Sprachen L_i an:

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\} \\ L_2 &:= \{w \in \{a, b, c\}^* \mid aba \text{ oder } bab \text{ ist Teilwort } w\} \\ L_3 &:= L_1 \cup L_2 \\ L_4 &:= L_1 \cap L_2 \\ L_5 &:= L_1 \cdot L_2 \end{aligned}$$

Versuchen Sie jeweils, Keller-Alphabete mit wenigen Zeichen zu benutzen.

Aufgabe 7

Wir betrachten das Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie erkennende Kellerautomaten sowie erzeugende kontextfreie Grammatiken für folgende Sprachen L_i an:

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{wv \mid v \in \{c\}^+, w \in \{a, b\}^*, |w| = |v|\} \\ L_2 &:= \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}, i < j\} \\ L_3 &:= L_1 \cdot L_2 \end{aligned}$$

Aufgabe 8

Sei $G = (\{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit:

$$P = \{S \rightarrow aA \mid bB \mid aS \mid bS, A \rightarrow aA \mid bA \mid cC, B \rightarrow aB \mid bB \mid cD, \\ C \rightarrow cC \mid aF, D \rightarrow cD \mid bF, E \rightarrow aE \mid bE \mid \lambda, F \rightarrow E\}$$

1. Konstruieren Sie einen finiten Automaten M zur Sprache $L(G)$.
2. Geben Sie für alle Klassen der Relation $R_{L(G)}$ jeweils einen die Klasse beschreibenden regulären Ausdruck an.
3. Geben Sie einen regulären Ausdruck α an, der $L(G)$ beschreibt.
4. Konstruieren Sie eine linkslineare Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$.

Aufgabe 9

Geben Sie jeweils allgemeine Grammatiken an, die die Sprachen L_i erzeugen:

$$L_1 := \{a^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\} \\ L_2 := \{a^{n^2}ba^n \mid n \in \mathbb{N}\} \\ L_3 := \{\text{bin}(n) \cdot a^n \mid n \in \mathbb{N}\} \\ L_4 := \{\text{bin}(n)\$ \text{bin}(n+1) \mid n \in \mathbb{N}\} \\ L_5 := \{\text{bin}(n)\$ \text{bin}(m)\$ \text{bin}(n+m) \mid n, m \in \mathbb{N}\}$$

Notation: Für $n \in \mathbb{N}$ bezeichnet $\text{bin}(n)$ die Binärdarstellung von n , ohne führende Nullen, mit der niederwertigsten Ziffer hinten.

Aufgabe 10

Angenommen, wir nehmen folgende Änderungen in der Definition der kontextfreien Pumping-Eigenschaft vor:

1. “ $(\forall z \in L \text{ mit } |z| \geq k)$ ” durch “ $(\forall z \in L)$ ” ersetzen.
2. “ $(\forall z \in L \text{ mit } |z| \geq k)$ ” durch “ $(\forall z \in \Sigma^* \text{ mit } |z| \geq k)$ ” ersetzen.
3. Die Bedingung “ $vx \neq \lambda$ ” weglassen.
4. “ $(\forall i \in \mathbb{N}_0)$ ” durch “ $(\forall i \in \mathbb{N} \setminus \{0\})$ ” ersetzen.
5. “ $vx \neq \lambda$ ” durch “ $v \neq \lambda \wedge x \neq \lambda$ ” ersetzen
6. “ $(\forall i \in \mathbb{N}_0) : uv^iwx^iy$ ” durch “ $(\forall i, j \in \mathbb{N}_0) : uv^iwx^jy$ ” ersetzen.
7. “ $(\exists u, v, w, x, y \text{ mit } \dots)(\forall i \in \mathbb{N}_0)$ ” durch “ $(\forall i \in \mathbb{N}_0)(\exists u, v, w, x, y \text{ mit } \dots)$ ” ersetzen.

Welche Auswirkungen hätten diese Änderungen? Geben Sie gegebenenfalls Sprachen an, die die geänderte Eigenschaft erfüllen, die ungeänderte Eigenschaft jedoch nicht (oder umgekehrt). Begründen Sie Ihre Aussagen.

Hinweis: Denken Sie bei 5. an $L = \{a^n b^n c^n d^m \mid n, m \in \mathbb{N}_0\} \cup \{a, b, c\}^*$, und bei 7. an $L = \{b^j a^p b^p c^p \mid j \in \mathbb{N}_0, j \neq 0, p \in \mathbb{N}_0, p \neq 0\}$.

Aufgabe 11

Wir definieren die Wortfolge $(w_i \mid i \in \mathbb{N})$ induktiv vermöge $w_0 := \lambda$ und $w_{i+1} := w_i \cdot b \cdot a^i$ für $i \in \mathbb{N}$. Weiter sei $L := \{w_i \mid i \in \mathbb{N}_0\}$. Beweisen Sie:

1. $\{|w| \mid w \in L\} = \{\frac{n(n+1)}{2} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$.
2. $\forall w \in L \quad \forall p \in \mathbb{N}_0 \quad \exists n \in \mathbb{N}_0 : (n > |w| \wedge L \cap \{v \in \{a, b\}^* \mid n \leq |v| \leq n+p\} = \emptyset)$.
3. L hat die kontextfreie Pumping-Eigenschaft nicht.

Aufgabe 12

Beweisen Sie, dass die folgenden Sprachen L_i die kontextfreie Pumping-Eigenschaft nicht haben:

$$L_1 = \{a^n b^{2n} c^{3n} \mid n \in \mathbb{N}_0\} \\ L_2 = \{a^n b^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}_0\} \\ L_3 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\} \\ L_4 = \{a^m \mid \exists n \in \mathbb{N}_0 : n = m^2\} \\ L_5 = \{a^p \mid p \text{ Primzahl}\}$$

Aufgabe 13

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei? Beweisen sie Ihre Aussagen!

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \{wv \mid w, v \in \{a, b\}^*, w = v\} \\
 L_2 &= \{wv \mid w, v \in \{a, b\}^*, |w| = |v|\} \\
 L_3 &= \{wv \mid w, v \in \{a, b\}^*, w \neq v\} \\
 L_4 &= \{wv \mid w, v \in \{a, b\}^*, w \neq v, |w| = |v|\} \\
 L_5 &= \{a, b\}^* \setminus \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\} \\
 L_6 &= \{wv \mid w, v \in \{a, b\}^*, w = \overleftarrow{v}\} \\
 L_7 &= \{wv \mid w, v \in \{a, b\}^*, |w| = |\overleftarrow{v}|\} \\
 L_8 &= \{wv \mid w, v \in \{a, b\}^*, w \neq \overleftarrow{v}\} \\
 L_9 &= \{wvu \mid w, v, u \in \{a, b\}^*, w = v = u\} \\
 L_{10} &= \{wcvcu \mid w, v, u \in \{a, b\}^*, w = v = u\} \\
 L_{11} &= \{wvu \mid w, v, u \in \{a, b\}^*, w = \overleftarrow{v} = u\}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 14

Konstruieren Sie zur kontextfreien Grammatik $G := (\{X\}, \{a, b\}, P, X)$ Pushdown-Automaten nach dem in der Vorlesung beschriebenen Verfahren, mit $P : X \rightarrow XX \mid aXb \mid bXa \mid ab \mid ba$.

Sei $w := baabba$. Geben Sie alle Ableitungsbäume für w bezüglich der Grammatik G an. Geben Sie für den konstruierten Pushdown-Automaten jeweils Läufe auf dem Wort w an, die den verschiedenen Ableitungsbäumen entsprechen. Kommentieren Sie Ihre Vorgehensweise!

Aufgabe 15

Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik mit $N = \{S\}$, $T = \{(\cdot), \# , a, b, c, \cdot, \cup, *\}$ und $P = \{S \rightarrow (\cdot), S \rightarrow (a), S \rightarrow (b), S \rightarrow (c), S \rightarrow (S \cdot S), S \rightarrow (S \cup S), S \rightarrow (S)^*\}$.

Welche Sprache wird von der Grammatik G erzeugt?

Aufgabe 16

Sei $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N} \wedge (i = j \vee j = k)\}$.

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G für L an.
2. Konstruieren Sie nach dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren zu G einen Kellerautomaten P , der L erkennt.
3. Geben Sie für Ihre Grammatik G zum Wort $w = a^3 b^3 c^3$ alle Ableitungsbäume an.
4. Geben Sie zu jedem der Ableitungsbäume die entsprechenden Läufe auf w von P an.

Aufgabe 17

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

1. Die Klasse CFL der kontextfreien Sprachen ist abgeschlossen unter Vereinigung, Konkatenation, Iteration, Homomorphismus, inversem Homomorphismus und Schnitt mit regulären Mengen.
Hinweis: Benutzen Sie bei „Schnitt mit regulären Mengen“ die Produktautomatenkonstruktion für einen erkennenden Keller-Automaten und einen endlichen Automaten, bei „Homomorphismus“ erzeugende kontextfreie Grammatiken und bei „inversem Homomorphismus“ erkennende Keller-Automaten.
2. Die Klasse CFL der kontextfreien Sprachen ist nicht abgeschlossen unter Komplementbildung und Schnitt.

Aufgabe 18

Konstruieren Sie zur kontextfreien Grammatik $G := (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$ Pushdown-Automaten nach dem in der Vorlesung beschriebenen Verfahren, wobei

$P := \{S \rightarrow AbS, S \rightarrow CAB, A \rightarrow cA, A \rightarrow a, B \rightarrow CBb, B \rightarrow b, C \rightarrow dd\}$.

Sei $w := ccabddcadddbbb$. Geben Sie einen Ableitungsbaum B für w an. Geben Sie für den konstruierten Pushdown-Automaten jeweils einen dem Ableitungsbaum B entsprechenden Lauf auf dem Wort w an. Kommentieren Sie Ihre Vorgehensweise!

Aufgabe 19

Sei $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N} \wedge (i = j \vee j = k)\}$.

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G für L an.
2. Konstruieren Sie nach dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren zu G einen Kellerautomaten P , der L erkennt.
3. Geben Sie für Ihre Grammatik G zum Wort $w = a^3 b^3 c^3$ alle Ableitungsbäume an.
4. Geben Sie zu jedem der Ableitungsbäume die entsprechenden Läufe auf w von P an.

Aufgabe 20

Sei: $L_1 := \{a, d\}^* \cdot \{b, d\}^* \cdot \{c, d\}^*$
 $L_2 := \{w \in L_1 \mid \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w)\}$
 $L_3 := \{xyz \in L_1 \mid x, z \in \{a, b, c, d\}^* \wedge y \in \{ab, bc\}\}$
 $L_4 := L_2 \cup L_3$

Welche der Sprachen L_1, \dots, L_4 besitzen die kontextfreie Pumping-Eigenschaft? Welche der Sprachen L_1, \dots, L_4 sind kontextfrei?

Hinweis: Welche Rolle spielen die Zeichen d in den Sprachen L_1, \dots, L_4 ?

Aufgabe 21

Sei $P = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ ein nichtdeterministischer Kellerautomat (NPDA). Sei \perp ein neues Zeichen, dass weder in Σ noch in Γ ist. Wir definieren:

$$\begin{aligned} L(P) &:= \{w \in \Sigma^* \mid \exists p \in F \text{ mit } (q_0, w, \lambda) \vdash_P^* (p, \lambda, \lambda)\} \\ L_\lambda(P) &:= \{w \in \Sigma^* \mid \exists p \in K \text{ mit } (q_0, w, \lambda) \vdash_P^+ (p, \lambda, \lambda)\} \\ L_f(P) &:= \{w \in \Sigma^* \mid \exists p \in F \exists \alpha \in \Gamma^* \text{ mit } (q_0, w, \lambda) \vdash_P^* (p, \lambda, \alpha)\} \\ L_\perp(P) &:= \{w \in \Sigma^* \mid \exists p \in F \text{ mit } (q_0, w, \perp) \vdash_P^* (p, \lambda, \lambda)\} \end{aligned}$$

1. Gilt für jeden NPDA P , dass $L(P) = L_f(P)$ ist? (Begründung!)
2. Sei $L \subseteq \Sigma^*$. Zeigen Sie:
Es gibt ein NPDA P mit $L(P) = L \iff$ es gibt ein NPDA P mit $L_f(P) = L$.
3. Sei $L \subseteq \Sigma^*$. Zeigen Sie:
Es gibt ein NPDA P mit $L(P) = L \iff$ es gibt ein NPDA P mit $L_\perp(P) = L$.
4. Gilt für jeden NPDA P , dass $L(P) = L_\lambda(P)$ ist? (Begründung!)
5. Zeigen Sie: Für jeden NPDA P gilt: $\lambda \in L_\lambda(P)$
6. Sei $L \subseteq \Sigma^*$. Gilt die folgende Aussage: Es gibt ein NPDA P mit $L(P) = L \iff$ es gibt ein NPDA P mit $L_\lambda(P) = L$.

Aufgabe 22

Zu einer kontextfreien Grammatik $G = (N, T, P, S)$ definieren wir:

$$\begin{aligned} N_{\text{erz}} &:= \{X \in N \mid \exists w \in T^* (X \xrightarrow{*} w)\} && \text{erzeugende Nonterminals} \\ N_{\text{err}} &:= \{X \in N \mid \exists \alpha, \beta \in (T \cup N)^* (S \xrightarrow{*} \alpha X \beta)\} && \text{erreichbare Nonterminals} \\ N_{\text{ntz}} &:= \{X \in N \mid \exists \alpha, \beta \in (T \cup N)^* \exists w \in T^* (S \xrightarrow{*} \alpha X \beta \xrightarrow{*} w)\} && \text{nützliche Nonterminals} \end{aligned}$$

Geben Sie ein Verfahren an, das zu einer Grammatik $G = (N, T, P, S)$ die Mengen N_{erz} , N_{err} und N_{ntz} bestimmt.

1. Gilt im Allgemeinen $N_{\text{ntz}} = N_{\text{erz}} \cap N_{\text{err}}$?
2. Geben Sie ein Verfahren an, das entscheidet, ob $L(G) = \emptyset$ ist.
3. Gibt es zu jeder kontextfreien Grammatik G eine äquivalente Grammatik G' , die nur nützliche Nonterminals besitzt?
4. Geben Sie ein Verfahren an das zu einer Grammatik G mit $L(G) \neq \emptyset$ eine äquivalente Grammatik G' erzeugt, die nur nützliche Nonterminals besitzt.
5. Wenden Sie Ihr Verfahren auf die Grammatik $G := (\{A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, A)$ an, wo $P := \{A \rightarrow AC, A \rightarrow B, B \rightarrow bb, C \rightarrow CD, C \rightarrow a, C \rightarrow Ca, E \rightarrow aE, E \rightarrow aa\}$

Aufgabe 23

Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Auf N ist die Relation \sim definiert vermöge

$$X \sim Y :\iff X \xrightarrow{*} Y \wedge Y \xrightarrow{*} X.$$

sowie auf N/\sim die Relation \rightsquigarrow vermöge

$$A \rightsquigarrow B :\iff \exists X \in A, \exists Y \in B \text{ mit } (X, Y) \in P.$$

Zeigen Sie, dass \sim eine Äquivalenzrelation und \rightsquigarrow^* eine Ordnungsrelation ist. (\rightsquigarrow^* ist die reflexiv transitive Hülle von \rightsquigarrow .)

Aufgabe 24

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

1. Es gibt eine kontextfreie Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft nicht hat.
2. Jede reguläre Sprache hat die kontextfreie Pumping-Eigenschaft.
3. Es gibt eine Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft hat, aber nicht die kontextfreie Pumping-Eigenschaft hat.
4. Jede Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft hat, hat auch die kontextfreie Pumping-Eigenschaft.
5. Jede Sprache, die die kontextfreie Pumping-Eigenschaft hat, hat auch die reguläre Pumping-Eigenschaft.
6. Jede Sprache, die die kontextfreie Pumping-Eigenschaft hat ist regulär.

Aufgabe 25

Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Auf N ist die Relation \sim definiert vermöge

$$X \sim Y :\iff X \xrightarrow{*} Y \wedge Y \xrightarrow{*} X.$$

sowie auf N/\sim die Relation \rightsquigarrow vermöge

$$A \rightsquigarrow B :\iff \exists X \in A, \exists Y \in B \text{ mit } (X, Y) \in P.$$

Zeigen Sie, dass \sim eine Äquivalenzrelation und \rightsquigarrow^* eine Ordnungsrelation ist. (\rightsquigarrow^* ist die reflexiv transitive Hülle von \rightsquigarrow .)

Aufgabe 26

Wir betrachten das Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie erkennende Kellerautomaten sowie erzeugende kontextfreie Grammatiken für folgende Sprachen L_i an:

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{wv \mid v \in \{c\}^+, w \in \{a, b\}^*, |w| = |v|\} \\ L_2 &:= \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}, i < j\} \\ L_3 &:= L_1 \cdot L_2 \end{aligned}$$

Aufgabe 27

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

1. Es gibt eine kontextfreie Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft nicht hat.
2. Jede reguläre Sprache hat die kontextfreie Pumping-Eigenschaft.
3. Es gibt eine Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft hat, aber nicht die kontextfreie Pumping-Eigenschaft hat.
4. Jede Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft hat, hat auch die kontextfreie Pumping-Eigenschaft.
5. Jede Sprache, die die kontextfreie Pumping-Eigenschaft hat, hat auch die reguläre Pumping-Eigenschaft.
6. Jede Sprache, die die kontextfreie Pumping-Eigenschaft hat ist regulär.

Aufgabe 28

Ist $L := \{a^p \mid p, p+2 \text{ und } p+4 \text{ sind alle drei Primzahlen}\}$ eine kontextfreie Sprache? Beweisen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 29

Sei: $L_1 := \{a, d\}^* \cdot \{b, d\}^* \cdot \{c, d\}^*$
 $L_2 := \{w \in L_1 \mid \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w)\}$
 $L_3 := \{xyz \in L_1 \mid x, z \in \{a, b, c, d\}^* \wedge y \in \{ab, bc\}\}$
 $L_4 := L_2 \cup L_3$

Welche der Sprachen L_1, \dots, L_4 besitzen die kontextfreie Pumping-Eigenschaft? Welche der Sprachen L_1, \dots, L_4 sind kontextfrei?

Hinweis: Welche Rolle spielen die Zeichen d in den Sprachen L_1, \dots, L_4 ?

Aufgabe 30

L werde erzeugt von der Grammatik $G = (\{S, X, Y, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$, wobei P die folgenden Regeln hat:

$$S \rightarrow XY, Y \rightarrow CX, X \rightarrow XA \mid XB \mid AB \mid BB, A \rightarrow a, B \rightarrow b, C \rightarrow c$$

Prüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmusses, ob die folgenden Wörter in L liegen.

$$abcabcabc, abbabaa, acacacacac, ccccccccc, bbbcbbbb$$

Aufgabe 31

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet und seien $L, R \subseteq \Sigma^*$ beliebige Sprachen über Σ . Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Sie dürfen die in der Vorlesung bewiesenen Sätze verwenden, müssen diese aber zitieren.

1. Keine Teilmenge einer kontextfreien Sprache ist regulär.
2. $L \in \mathcal{P}(\Sigma^*) \wedge R \in \text{CFL} \implies L \cap R \in \text{CFL}$ (wobei $L, R \subseteq \Sigma^*$).
3. $L \in \text{CFL} \wedge R \in \text{CFL} \implies L \cap R \in \text{REG}$.
4. $L \in \text{CFL} \implies \Sigma^* \setminus L \notin \text{CFL}$.
5. Jede unendliche reguläre Sprache ist disjunkte Vereinigung zweier unendlicher regulärer Sprachen.
6. Es gibt kontextfreie nichtreguläre Sprachen, die disjunkte Vereinigung von zwei unendlichen kontextfreien Sprachen sind.
7. Die Vereinigung einer nicht-regulären Sprache mit einer kontextfreien Sprache ist nicht-regulär.
8. Zu jeder kontextfreien Sprache gibt es unendlich viele kontextfreie Grammatiken, die diese Sprache erzeugen.
9. Es gibt nur abzählbar unendlich viele kontextfreie Sprachen über dem Alphabet $\{a, b\}$.

Aufgabe 32

Sei $L := \{w \in \{a, b\}^* \mid bb \text{ ist Teilwort von } w, \text{ oder } \#_a(w) \text{ ist Primzahl, oder } \#_b(w) = 0\}$. Zeigen Sie, dass L die kontextfreie Pumping-eigenschaft hat, aber nicht kontextfrei ist.