

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

Aufgabenblatt 8

Besprechung in KW 49 / Abgabe in KW 50

Kriterium für erfolgreiche Bearbeitung des Übungsblattes:

Bearbeitung von:

- Aufgabe 1,
- Aufgabe 2, wird aber nicht korrigiert,
- Aufgaben 10 und 11

Aufgabe 1

Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

Aufgabe 2

Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

Aufgabe 3

Drucken Sie das Übungsblatt aus, lesen Sie es vor dem nächsten Übungstermin durch, bringen Sie die ausgedruckte Version mit zu den Übungsterminen. Stecken Sie Ihre Fernsprecheinrichtungen zu Beginn der Übung in eine Tasche und nehmen Sie diese erst nach Ende des Blocks wieder heraus.

Aufgabe 4

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet. Geben Sie linkslineare und rechtslineare Grammatiken sowie erkennde (nicht-deterministischen) Kellerautomaten für folgende Sprachen über Σ an:

$$\emptyset, \{\lambda\}, \emptyset^*, \{\lambda\}^*, \{a, b, c\}^*, \{a, b\}^+, \{a, b, c\}, \{abc\}, \{a, b, c\}^3$$

Aufgabe 5

Wir betrachten das Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie (nicht-deterministischen) Kellerautomaten für folgende Sprachen L_i an:

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{a^{2n}cb^n \mid n \in \mathbb{N}\} \\ L_2 &:= \{w \in \{a, b, c\}^* \mid aba \text{ oder } bab \text{ ist Teilwort } w\} \\ L_3 &:= \{wv \mid v \in \{c\}^*, w \in \{a, b\}^*, |w| = |v|\} \\ L_4 &:= \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}, i < j\} \\ L_5 &:= L_1 \cup L_2 \\ L_6 &:= L_3 \cdot L_4 \end{aligned}$$

Aufgabe 6

Geben Sie jeweils rechtslineare und linkslineare Grammatiken an, die die Sprachen L_i erzeugen:

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } abaab \text{ nicht}\} \\ L_2 &:= \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = 3\} \\ L_3 &:= \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 3 = 0 \vee \#_a(w) \bmod 3 = 2\} \end{aligned}$$

Aufgabe 7

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

1. Recherchieren Sie die Begriffe *endlich*, *abzählbar*, *abzählbar unendlich* und *überabzählbar*.
2. Die Klasse der kontextfreien Sprachen über $\{0, 1\}^*$ ist endlich.
3. Die Klasse der kontextfreien Sprachen über $\{0, 1\}^*$ ist abzählbar unendlich.
4. Die Klasse der kontextfreien Sprachen über $\{0, 1\}^*$ ist überabzählbar unendlich.
5. Es gibt Sprachen über $\{0, 1\}^*$, die nicht-kontextfrei sind.

Aufgabe 8

Wir betrachten das Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie erkennende (nicht-deterministische) Kellerautomaten sowie erzeugende kontextfreie Grammatiken für folgende Sprachen L_i an:

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\} \\ L_2 &:= \{w \in \{a, b, c\}^* \mid aba \text{ oder } bab \text{ ist Teilwort } w\} \\ L_3 &:= L_1 \cup L_2 \\ L_4 &:= L_1 \cap L_2 \\ L_5 &:= L_1 \cdot L_2 \end{aligned}$$

Versuchen Sie jeweils, Keller-Alphabete mit wenigen Zeichen zu benutzen.

Aufgabe 9

Sei $G = (\{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit:

$$\begin{aligned} P &= \{S \rightarrow aA \mid bB \mid aS \mid bS, A \rightarrow aA \mid bA \mid cC, B \rightarrow aB \mid bB \mid cD, \\ &C \rightarrow cC \mid aF, D \rightarrow cD \mid bF, E \rightarrow aE \mid bE \mid \lambda, F \rightarrow E\} \end{aligned}$$

1. Konstruieren Sie einen finiten Automaten M zur Sprache $L(G)$.
2. Geben Sie für alle Klassen der Relation $R_{L(G)}$ jeweils einen die Klasse beschreibenden regulären Ausdruck an.
3. Geben Sie einen regulären Ausdruck α an, der $L(G)$ beschreibt.
4. Konstruieren Sie eine linkslineare Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$.

Aufgabe 10

Wir betrachten das Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie einen erkennenden deterministischen Kellerautomaten für die folgende Sprachen L_3 an: Das Keller-Alphabet soll weniger als drei Zeichen haben (das Bottom-Zeichen zählt ggf. nicht mit).

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \text{ teilbar } 4\} \\ L_2 &:= \{w \in \{a, b\}^* \mid abaab \text{ ist Teilwort } w\} \\ L_3 &:= L_1 \cap L_2 \end{aligned}$$

Aufgabe 11

Sei $G = (\{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit:

$$\begin{aligned} P &= \{S \rightarrow Aa \mid Bb \mid Sa \mid Sb, A \rightarrow Aa \mid Ab \mid Cc, B \rightarrow Ba \mid Bb \mid Dc, \\ &C \rightarrow Cc \mid Fa, D \rightarrow Dc \mid Fb, E \rightarrow Ea \mid Eb \mid \lambda, F \rightarrow E\} \end{aligned}$$

1. Konstruieren Sie einen finiten Automaten M zur Sprache $L(G)$.
2. Geben Sie für alle Klassen der Relation $R_{L(G)}$ jeweils einen die Klasse beschreibenden regulären Ausdruck an.
3. Geben Sie einen regulären Ausdruck α an, der $L(G)$ beschreibt.
4. Konstruieren Sie eine rechtslineare Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$.