Theoretische Informatik

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

Aufgabenblatt 7

Besprechung in KW 48 / Abgabe in KW 49

Kriterium für erfolgreiche Bearbeitung des Übungsblattes:

Bearbeitung von:
- Aufgabe 1,
- Aufgabe 2, wird aber nicht korrigiert,
- Aufgaben 9, 10, 11 und 12

Aufgabe 1

Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

Aufgabe 2

Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

Aufgabe 3

Drucken Sie das Übungsblatt aus, lesen Sie es vor dem nächsten Übungstermin durch, bringen Sie die ausgedruckte Version mit zu den Übungsterminen. Stecken Sie Ihre Fernsprecheinrichtungen zu Beginn der Übung in eine Tasche und nehmen Sie diese erst nach Ende des Blocks wieder heraus.

Aufgabe 4

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet. Geben Sie linkslineare und rechtslineare Grammatiken sowie erkennende (nicht-deterministischen) Kellerautomaten für folgende Sprachen über Σ an:

$$\emptyset,\ \{\lambda\},\ \emptyset^*,\ \{\lambda\}^*,\ \{a,b,c\}^*,\ \{a,b\}^+,\ \{a,b,c\},\ \{abc\},\ \{a,b,c\}^3$$

Aufgabe 5

Wir betrachten das Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie (nicht-deterministischen) Kellerautomatenn für folgende Sprachen L_i an:

$$\begin{aligned}
&L_1 := \{a^{2n}cb^n \mid n \in \mathbb{N}\}\\
&L_2 := \{w \in \{a,b,c\}^* \mid aba \text{ oder } bab \text{ ist Teilwort } w\}\\
&L_3 := \{wv \mid v \in \{c\}^*,\ w \in \{a,b\}^*,\ |w| = |v|\}\\
&L_4 := \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}\ ,\ i < j\}\\
&L_5 := L_1 \cup L_2\\
&L_6 := L_3 \cdot L_4
\end{aligned}$$

Aufgabe 6

Geben Sie jeweils rechtslineare und linkslineare Grammatiken an, die die Sprachen L_i erzeugen:

$$\begin{aligned}
L_1 &:= \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } abaab \text{ nicht}\}\\
L_2 &:= \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w) = 3\}\\
L_3 &:= \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 3 = 0 \vee \#_a(w) \bmod 3 = 2\}
\end{aligned}$$

Aufgabe 7

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

1. Recherchieren Sie die Begriffe *endlich*, *abzählbar*, *abzählbar unendlich* und *überabzählbar*.
2. Die Klasse der kontextfreie Sprachen über $\{0,1\}^*$ ist endlich.
3. Die Klasse der kontextfreie Sprachen über $\{0,1\}^*$ ist abzählbar unendlich.
4. Die Klasse der kontextfreie Sprachen über $\{0,1\}^*$ ist überabzählbar unendlich.
5. Es gibt Sprachen über $\{0,1\}^*$, die nicht-kontextfreie sind.

Aufgabe 8
Wir betrachten das Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie erkennende (nicht-deterministische) Kellerautomaten sowie erzeugende kontextfreie Grammaitiken für folgende Sprachen L_i an:

$$\begin{aligned}
L_1 &:= \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}\\
L_2 &:= \{w \in \{a,b,c\}^* \mid aba \text{ oder } bab \text{ ist Teilwort } w\}\\
L_3 &:= L_1 \cup L_2\\
L_4 &:= L_1 \cap L_2\\
L_5 &:= L_1 \cdot L_2
\end{aligned}$$

Versuchen Sie jeweils, Keller-Alphabete mit wenigen Zeichen zu benutzen.

Aufgabe 9
Wir betrachten das Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie einen erkennenden deterministischen Kellerautomaten für die folgende Sprachen L_3 an: Das Keller-Alphabet soll weniger als drei Zeichen haben (das Bottom-Zeichen zählt ggf. nicht mit).

$$\begin{aligned}
L_1 &:= \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}\\
L_2 &:= \{w \in \{a,b\}^* \mid abaab \text{ ist Teilwort } w\}\\
L_3 &:= L_1 \cap L_2
\end{aligned}$$

Aufgabe 10
Sei $G = (\{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit:

$$\begin{aligned}
P = \{&S \to aA \mid bB \mid aS \mid bS\ ,\ A \to aA \mid bA \mid cC\ ,\ B \to aB \mid bB \mid cD\ ,\\
&C \to cC \mid aF\ ,\ D \to cD \mid bF\ ,\ E \to aE \mid bE \mid \lambda\ ,\ F \to E\}
\end{aligned}$$

1. Konstruieren Sie einen finiten Automaten M zur Sprache $L(G)$.
2. Geben Sie für alle Klassen der Relation $R_{L(G)}$ jeweils einen die Klasse beschreibenden regulären Ausdruck an.
3. Geben Sie einen regulären Ausdruck α an, der $L(G)$ beschreibt.
4. Konstruieren Sie eine linkslineare Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$.

Aufgabe 11
Sei $G = (\{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit:

$$\begin{aligned}
P = \{&S \to Aa \mid Bb \mid Sa \mid Sb\ ,\ A \to Aa \mid Ab \mid Cc\ ,\ B \to Ba \mid Bb \mid D\,c,\\
&C \to Cc \mid Fa\ ,\ D \to Dc \mid Fb\ ,\ E \to Ea \mid Eb \mid \lambda\ ,\ F \to E\}
\end{aligned}$$

1. Konstruieren Sie einen finiten Automaten M zur Sprache $L(G)$.
2. Geben Sie für alle Klassen der Relation $R_{L(G)}$ jeweils einen die Klasse beschreibenden regulären Ausdruck an.
3. Geben Sie einen regulären Ausdruck α an, der $L(G)$ beschreibt.
4. Konstruieren Sie eine rechtsslineare Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$.

Aufgabe 12
Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

1. Es gibt eine kontextfreie Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft nicht hat.
2. Jede kontextfreie Sprache hat die reguläre Pumping-Eigenschaft.
3. Es gibt eine kontextfreie Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft hat.
4. Es gibt eine kontextfreie nicht-reguläre Sprache, die die reguläre Pumping-Eigenschaft hat.
