

# Theoretische Informatik

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

## Aufgabenblatt 2

Besprechung in KW 43 / Abgabe in KW 44

---

Heften Sie unbedingt alle Blätter Ihrer Lösung zusammen und geben Sie oben auf dem ersten Blatt Ihren Namen und Vornamen an.

---

### Kriterium für erfolgreiche Bearbeitung des Übungsblattes:

Bearbeitung von:

- Aufgabe 1,
- Aufgabe 2, wird aber nicht korrigiert,
- Aufgaben 9, 10, 11 und 12

---

#### Aufgabe 1

Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

#### Aufgabe 2

Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

---

#### Aufgabe 3

Wir betrachten das Alphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Geben Sie reguläre Ausdrücke für folgende Sprachen an:

$$\emptyset, \{\lambda\}, \Sigma, \Sigma^*, \Sigma^+$$

#### Aufgabe 4

Geben Sie einen regulären Ausdruck für die folgende Sprache an:

$$L := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } abba \text{ oder } \#_a(w) \text{ ist nicht durch } 4 \text{ teilbar}\}$$

Kommentieren Sie Ihre Vorgehensweise!

**Notation:**  $\#_a(w)$  bezeichnet die Anzahl der Vorkommen des Zeichens  $a$  im Wort  $w$ .

#### Aufgabe 5

Geben Sie einen regulären Ausdruck für die folgende Sprache an:

$$L_5 := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bababb \text{ und } \#_a(w) \text{ ist durch } 5 \text{ teilbar}\}$$

#### Aufgabe 6

Sei  $A$  eine beliebige Wortmenge über dem endlichen Alphabet  $\Sigma$ . Zeigen Sie:

1. Für  $i \in \mathbb{N}$  gilt:  $A \cdot A^i = A^i \cdot A$
2. Für  $i \in \mathbb{N}$  gilt:  $\{\lambda\}^i = \{\lambda\}$
3. Für  $i \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  gilt:  $\emptyset^i = \emptyset$
4.  $\emptyset^* = \{\lambda\}$

**Aufgabe 7**

Seien  $A$  und  $B$  beliebige Teilmengen von  $\{0, 1\}^*$ . Welche der folgenden Gleichungen sind richtig, welche sind falsch? Beweisen Sie Ihre Aussagen!

1.  $(A \cup B)^* = A^* \cup B^*$ ,
2.  $(A \cap B)^* = A^* \cap B^*$ ,
3.  $(A^*)^* = A^*$ ,
4.  $(A \cdot B)^* = A^* \cdot B^*$ ,
5.  $(A \cdot B)^* = (A \cup B)^*$ .

**Aufgabe 8**

Wir betrachten das Alphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Geben Sie endliche Automaten für folgende Sprachen an:

$$\emptyset, \{\lambda\}, \Sigma, \Sigma^*, \Sigma^+$$


---

**Aufgabe 9**

Seien  $A$  und  $B$  beliebige Teilmengen von  $\{0, 1\}^*$ . Welche der folgenden Gleichungen sind richtig, welche sind falsch? Beweisen Sie Ihre Aussage!

1.  $A^+ \subseteq A^*$ ,
2.  $(A \cap B)^* \supseteq (A^* \cap B^*)$ ,
3.  $(A \cdot B)^* = (B \cdot A)^*$ .

**Aufgabe 10**

Auf den natürlichen Zahlen  $\mathbb{N}$  betrachten wir die Relation  $R$  definiert durch:

$$iRj \quad :\iff \quad (\forall k \in \mathbb{N} \text{ mit } k \text{ Primzahl: } k|i \implies k|j)$$

Welche der folgenden Eigenschaften besitzt  $R$ : reflexiv, symmetrisch, asymmetrisch, antisymmetrisch, transitiv? Begründen Sie Ihre Antworten!

**Aufgabe 11**

Seien  $A$  eine beliebige Teilmenge von  $\{0, 1\}^*$ . Zeigen Sie:

$$\lambda \in A^+ \iff \lambda \in A$$

**Aufgabe 12**

Sei  $\Sigma$  ein endliches Alphabet. Zeigen Sie, dass die Menge  $\Sigma^*$  der Wörter über  $\Sigma$  abzählbar unendlich ist (d.h. gleichmächtig  $\mathbb{N}$  ist) sowie dass die Potenzmenge  $\mathcal{P}(\Sigma^*)$  nicht gleichmächtig  $\Sigma^*$  ist.