Theoretische Informatik (FH)

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

Übungsblatt 1

Übungstermin: 26.10.2017

Aufgabe 1
Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

Aufgabe 2
Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

Aufgabe 3
Recherchieren Sie im Internet den Begriff *(zweistellige) Relation auf einer Menge*, sowie die Begriffe *reflexiv*, *symmetrisch*, *transitiv.*

Aufgabe 4
Sei Q die Menge der Bundesländer der Bundesrepublik Deutschland, und K die Menge der Paare $(a, b) \in Q \times Q$ für die das Bundesland a und das Bundesland b eine gemeinsame Grenze haben. Ist die Relation K reflexiv, symmetrisch, transitiv?

Geben Sie jeweils eine kurze Begründung!

Hinweis: `http://de.wikipedia.org/wiki/Deutschland`

Aufgabe 5
Geben Sie für jede der folgenden Relationen an, welche der Eigenschaften reflexiv, symmetrisch, und transitiv auf sie zutreffen. Die Relationen seien jeweils über der Menge der Deutschen definiert.

1. x hat den gleichen Vater wie y.
2. x und y haben ein gemeinsames Kind.
3. x ist Vorfahre von y.

Geben Sie jeweils eine kurze Begründung!

Aufgabe 6
Se9i $A := \{aa, aaaaa\}$ und $B := \{bb, bbb\}$.
Bilden Sie $A \cdot B, A \cdot A, A^*, B^*, (A \cup B)^*$.

Aufgabe 7
Sei Σ ein endliches Alphabet.

1. Bestimmen sie die Anzahl der Wörter über Σ der Länge n für $n \in \mathbb{N}$.
2. Bestimmen sie die Anzahl der Wörter über Σ mit Länge kleiner gleich n für $n \in \mathbb{N}$.
3. Bestimmen Sie die Anzahl unterschiedlicher Sprachen in Σ^n für $n \in \mathbb{N}$.
   $(\Sigma^n = \{w \in \Sigma^* \mid |w| = n\})$

Aufgabe 8
Sei A eine beliebige Wortmenge über dem endlichen Alphabet Σ. Zeigen Sie:

1. Für $i \in \mathbb{N}$ gilt: $A \cdot A^i = A^i \cdot A$
2. Für $i \in \mathbb{N}$ gilt: $\{\lambda\}^i = \{\lambda\}$

Aufgabe 9
Geben Sie deterministische endliche Automaten für die folgenden Sprachen an:

$$L_1 := \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } ababb \text{ und } \#_a(w) \text{ ist durch 7 teilbar}\}$$

$$L_2 := \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } abba \text{ oder } \#_a(w) \text{ ist nicht durch 4 teilbar}\}$$

Notation: $\#_a(w)$ bezeichnet die Anzahl der Vorkommen des Zeichens a im Wort w..

Aufgabe 10
Seien A und B beliebige Teilmengen von $\{0,1\}^*$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche sind falsch? Beweisen Sie Ihre Aussagen!

1. $(A \cup B)^* = A^* \cup B^*$,
2. $(A \cap B)^* = A^* \cap B^*$,
3. $(A^*)^* = A^*$,
4. $(A \cdot B)^* = A^* \cdot B^*$,
5. $(A \cdot B)^* = (A \cup B)^*$.
6. $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$,
7. $\overline{(A \cup B)} \cap A = (A \cap B) \cup A$.
8. $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$,
9. $A^+ \subseteq A^*$,
10. $(A \cap B)^* \supseteq (A^* \cap B^*)$,
11. $(A \cdot B)^* = (B \cdot A)^*$.

Aufgabe 11
Zeigen Sie surch vollständiger Induktion:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$