

# Neuronale Netze

Prof. Dr. Klaus Meer, M. Sc. Ameen Naif

Aufgabenblatt 3  
17. Mai 2017

---

**Aufgabe 1.**

Beweisen Sie folgende Aussage unter der Voraussetzung, dass  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  stetig differenzierbar ist:

$$f \text{ ist konvex} \Leftrightarrow \forall x, y \in \mathbb{R}^n : f(y) - f(x) \geq Df(x)^T(y - x)$$

**Aufgabe 2.**

Seien  $M \subseteq \mathbb{R}^n$  konvex und  $f : M \rightarrow \mathbb{R}$  konvex. Zeigen Sie:

- (a) dass jedes lokale Minimum von  $f$  auf  $M$  schon globale Minimum ist.
- (b) Ist  $f$  strikt konvex, dann gibt es nur ein globales Minimum von  $f$  auf  $M$ .

**Aufgabe 3.**

Bestimmen Sie die  $QR$ -Zerlegung der Matrix  $M$ :

$$M = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = Q \cdot R.$$

Wobei  $Q \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$  orthogonale Spalten hat und  $R \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  obere Dreiecksmatrix mit Diagonaleinträgen 1 ist.

**Aufgabe 4.**

Betrachten Sie zwei Zentren  $c^{(1)} := (1, 1)$  und  $c^{(2)} := (0, 0)$  zusammen mit  $\phi_i(x) := \|x - c^{(i)}\|_2^2, i = 1, 2$ . Untersuchen Sie das XOR-Problem mithilfe des RBF-Netzwerks, das  $\phi_1$  und  $\phi_2$  als interne Aktivierungsfunktionen hat. Kann das Netz das XOR-Problem lösen, wenn eine Schwellenwertaktivierung beim Ausgabeneuron verwendet wird?

Betrachten Sie dasselbe Problem, diesmal aber mit  $\phi_i(x) := e^{-\|x - c^{(i)}\|_2^2}, i = 1, 2$ .

**Aufgabe 5.**

Zeigen Sie, dass die optimale trennende Hyperebene im Fall linear trennbarer Muster eindeutig bestimmt ist. Überlegen Sie dazu ob die Zielfunktion des Minimierungsproblems strikt konvex ist, und wie die Darstellung einer Lösung  $w$  durch Support Vektoren bei der Frage hilft.