Effiziente Algorithmen SS 17

Prof. Dr. Meer, Dr. Gengler

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 0
Bereiten Sie die Vorlesungen gewissenhaft nach, führen Sie dabei ein Zeitprotokoll. Sollten Sie weniger Zeit für die Nachbereitung verbrauchen als die Vorlesung dauerte, so wiederholen Sie diesen Schritt nochmal.

Aufgabe 1
Wir betrachten eine $(n \times n)$-Matrix A über dem Körper $(\{0,1\}, \wedge, \vee)$. Sei $A^* := \sum_{i=0}^{\infty} A^i$. Geben Sie einen Algorithmus an, der A^* mit $\log n$ vielen Matrixmultiplikationen bestimmt.

Aufgabe 2
$M(n)$ bezeichne den Aufwand um zwei $(n \times n)$-Matrizen miteinander zu multiplizieren und $S(n)$ bezeichne den Aufwand um eine $(n \times n)-$Matrix zu quadrieren. Zeigen Sie, dass Matrixmultiplikation und Matrixquadrierung bis auf einen konstanten Faktor den gleichen Aufwand haben, d.h., dass $M \in \mathcal{O}(S)$ und $S \in \mathcal{O}(M)$ gilt und somit $S \in \Theta(M)$ liegt.

Aufgabe 3
Sie haben in der Vorlesung die Matrix-Multiplikation nach Strassen gesehen, bei der die Zeilenanzahl jeweils halbiert wurde. Entwickeln sie einen Algorithmus, bei dem die Zeilenanzahl gedrittelt wird. (Führen Sie die Matrix-Multiplikation auf die Multiplikation von (3×3)-Matrizen zurück.) Schätzen sie die Laufzeit Ihres Algorithmus ab.

Aufgabe 4
Recherchieren Sie die Aussagen des Laplace'schen Entwicklungssatzes sowie der Cramersche Regel. Bestimmen Sie die Laufzeit eines Algorithmusses zum Lösen eines linearen $(n \times n)$-Gleichungssystems, der beide Konzepte umsetzt.