Approximationsalgorithmen

Prof. Dr. Klaus Meer, Ameen Naif

Aufgabenblatt 6
Version 30.01.2018

Aufgabe 1.
Beweisen Sie für PCP folgende Äquivalenzen:

(a) $\mathrm{PCP}(0,0) = \mathrm{P}$. Dem Verifier stehen also kein Zufall und keine Informationen aus dem Beweis zur Verfügung.

(b) $\mathrm{PCP}(0, \mathrm{Poly}) = \mathrm{NP}$. Dem Verifier steht also kein Zufall zur Verfügung. Aber er kann polynomial viel vom Beweis lesen.

(c) $\mathrm{PCP}(\mathcal{O}(\log \mathrm{n}), 1) = \mathrm{P}$. Logarithmisch viel Zufall, aber in jedem Lauf nur genau 1 Bit aus dem Beweis.

(d) $\mathrm{PCP}(\mathcal{O}(\log \mathrm{n}), 2) = \mathrm{P}$. Logarithmisch viel Zufall, und in jedem Lauf genau 2 Bit aus dem Beweis. Tip: Dabei entsheht eine 2SAT-Formel, deren Erfüllbarkeit überprüft wird.

(e) Warum ist dieselbe Strategie für $\mathrm{PCP}(\mathcal{O}(\log \mathrm{n}), 3) = \mathrm{P}$ nicht erfolgreich?

Aufgabe 2.
(aus Vazirani: Approximation Algorithms)
Beweisen Sie, dass $\mathrm{PCP}(\mathcal{O}(\log \mathrm{n}), \mathcal{O}(1)) = \mathrm{PCP}(\mathcal{O}(\log \mathrm{n}), \mathrm{poly}(\mathrm{n}))$ ist. Dafür darf $3\mathrm{SAT} \in \mathrm{PCP}(\mathcal{O}(\log \mathrm{n}), \mathcal{O}(1))$ verwendet werden. Tip:

$$\mathrm{NP} \subseteq \mathrm{PCP}(\mathcal{O}(\log \mathrm{n}), \mathcal{O}(1)) \subseteq \mathrm{PCP}(\mathcal{O}(\log \mathrm{n}), \mathrm{poly}(\mathrm{n})) \subseteq \mathrm{NP}\ .$$

Aufgabe 3.
(aus Vazirani: Approximation Algorithms)
Definition MAX-ACCEPT: Sei V ein $(\mathcal{O}(\log n), \mathcal{O}(1))$ Verifier für SAT. Für eine Eingabe Φ soll ein Beweis gefunden werden, der die Akzeptanz-Wahrscheinlichkeit von V maximiert.

(a) Zeigen Sie, dass es keinen 2-Approximationsalgorithmus für MAX-ACCEPT geben kann, wenn $\mathrm{P} \neq \mathrm{NP}$ ist.

(b) Zeigen Sie, dass es ebenso kein PTAS für MAX-ACCEPT gibt.