Approximationsalgorithmen

Prof. Dr. Klaus Meer, Ameen Naif

Aufgabenblatt 4

Version 16.01.2018

Aufgabe 1.

(Bin Packing Variation) Sei $\frac{1}{3}$-BP die Teilklasse von Bin Packing, bei der alle Instanzen nur Gewichte mit $c_s > \frac{B}{3}$ haben.

(a) Formulieren Sie $\frac{1}{3}$-BP und Matchingproblem als kombinatorische Optimierungsprobleme. Wobei Matchingproblem wie folgt definiert ist: Gegeben ein Graph G, finde ein maximales Matching von G mit größter Kardinalität.

(b) Können Sie Matchingproblem benutzen, um eine Lösung für $\frac{1}{3}$-BP zu finden?

(c) Überprüfen Sie, ob das obige Matchingproblem in Polynomialzeit lösbar ist. Was folgt daraus für $\frac{1}{3}$-BP?

(d) Was passiert, wenn nur $c_s \geq \frac{B}{3}$ garantiert ist?

Aufgabe 2.

Beschreiben Sie Minimum-Partition und Knapsack als Kombinatorische Optimierungsprobleme. Warum liegen beide in NPO?

Aufgabe 3.

Lösen Sie das Minimum-Partition-Problem mit einem Simple-Knapsack-Algorithmus und lösen Sie das Knapsack-Problem mit einem ganzzahligen Linearen Programmierungsalgorithmus.

Aufgabe 4.

(Knapsack) Betrachten wir das FPTAS für Knapsack aus der Vorlesung.

(a) Schätzen Sie die gesamte Laufzeit in Abhängigkeit von n und ε ab.

(b) Verändern Sie im Algorithmus den Wert μ so, dass die gesamte Laufzeit nur noch quadratisch in n ist. (Die Abhängigkeit von ε bleibt natürlich bestehen.)

Aufgabe 5.

(Simple-Knapsack)

(a) Beweisen Sie, dass der Greedy-Algorithmus für Simple-Knapsack in Polynomialzeit läuft.

(b) Beweisen Sie, dass dieser ein 2-Approximationsalgorithmus ist.

(c) Beweisen Sie, dass 2 auch die untere Schranke für die Approximationsgüte des Greedy-Algorithmus ist. Tip: Die Schranke erreicht man als Grenzwert für beliebig große Bingröße B.