

# Theoretische Informatik

Prof. Meer, Dr. Gengler

## Aufgabenblatt 10

Besprechung in KW 01 / Abgabe in KW 02

Heften Sie unbedingt alle Blätter Ihrer Lösung zusammen und geben Sie oben auf dem ersten Blatt Ihren Namen und Vornamen an.

### Kriterium für erfolgreiche Bearbeitung des Übungsblattes:

Bearbeitung von: – Aufgabe 1,  
– Aufgabe 2, wird aber nicht korrigiert,  
– Aufgaben 11 und 12

#### Aufgabe 1

Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

#### Aufgabe 2

Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

#### Aufgabe 3

Seien  $A_1, \dots, A_n$  paarweise disjunkte, abzählbare Teilmengen von  $\{0, 1\}^*$  und sei  $A$  die Vereinigung der Mengen  $A_1, \dots, A_n$ . Zeigen Sie: Falls  $A$  entscheidbar ist, dann sind auch alle Mengen  $A_i$  entscheidbar ( $i = 1, \dots, n$ ).

#### Aufgabe 4

Sei  $\Sigma$  ein Alphabet, so dass  $H_1 \subseteq \Sigma^*$  und  $a, b, c$  weitere Zeichen (also  $\Sigma \cap \{a, b, c\} = \emptyset$ ). Wir definieren:

$$\begin{aligned} L_0 &:= \{a^i b^i c^i \mid i \in \mathbb{N}\} \cup H_1 \\ L_1 &:= \{a^i b^i c^i \mid i \in \mathbb{N}\} \cup \Sigma^* \\ L_2 &:= \{a^i b^i \mid i \in \mathbb{N}\} \cdot L(c^*) \cup \Sigma^* \\ L_3 &:= L(a^* b^* c^*) \cup \Sigma^* \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass  $L_0 \subset L_1 \subset L_2 \subset L_3$  und dass  $L_3$  regulär,  $L_2$  kontextfrei und nicht-regulär,  $L_1$  kontextsensitiv und nicht-kontextfrei sowie  $L_0$  abzählbar und nicht-kontextsensitiv ist.

#### Aufgabe 5

Zeigen Sie:

1. Zu jeder unendlichen abzählbaren Sprache  $L$  gibt es unendlich viele verschiedene Funktionen  $f$ , die  $L$  aufzählen.
2. Zu jeder semi-entscheidbaren Sprache  $L$  gibt es unendlich viele verschiedene Turingmaschinen  $M$ , die  $L$  semi-entscheiden.
3. Zu jeder entscheidbaren Sprache  $L$  gibt es unendlich viele verschiedene Turingmaschinen  $M$ , die  $L$  entscheiden.

#### Aufgabe 6

Zeigen Sie:  $L$  entscheidbar  $\Rightarrow \bar{L}$  entscheidbar.

**Aufgabe 7**

Wir betrachten die Grammatik  $G = (\{S, A, B, Z, T, E\}, \{0, 1, 2, a, b\}, S, P)$  mit  $P = \{S \rightarrow 01Z, Z \rightarrow 2, Z \rightarrow BAE, aB \rightarrow Ba, 1B \rightarrow b1, aA \rightarrow BBAA, 1A \rightarrow 1T, Ta \rightarrow aT, TE \rightarrow aZ\}$ .

1. Welche Sprache wird durch die Grammatik  $G$  erzeugt?
2. Ist die Sprache  $L(G)$  kontextsensitiv?
3. Ist die Sprache  $L(G)$  kontextfrei?
4. Geben Sie eine Turing-Maschine an, die  $L(G)$  entscheidet.

**Aufgabe 8**

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Geben Sie eine Aufzählungsfunktion für  $\Sigma^*$  an. Begründen Sie, dass Ihre Funktion auch wirklich  $\Sigma^*$  aufzählt. Denken Sie daran, dass eine Aufzählungsfunktion berechenbar sein muss.

**Aufgabe 9**

Geben Sie eine Aufzählungsfunktion für  $\{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$  an.

**Aufgabe 10**

$\Sigma = \{a, b\}$ . Wir definieren  $L := \{wc^i \mid w \in \Sigma^* \wedge i \in \mathbb{N} \wedge 0 \leq i \leq |w|\}$ . Geben Sie eine Aufzählungsfunktion für  $L$  an.

---

**Aufgabe 11**

Ist die Klasse REC der entscheidbaren Sprachen abgeschlossen unter Schnitt, Vereinigung, Komplementbildung, Konkatenation, Iteration(\*-Bildung), Homomorphismus, inversem Homomorphismus? Begründen Sie jeweils kurz Ihre Antwort.

**Aufgabe 12**

Ist die Klasse RE der aufzählbaren Sprachen abgeschlossen unter Schnitt, Vereinigung, Komplementbildung, Konkatenation, Iteration(\*-Bildung), Homomorphismus, inversem Homomorphismus? Begründen Sie jeweils kurz Ihre Antwort.

---

E schéine Kréschtdag an e glécklecht neit Joer!  
Vrolijk Kerstmis en een een Gelukkig Nieuwjaar!

God Jul och Gott Nytt Å r!

Joyeux Noël et une Bonne Nouvelle Année!

Frohe Weihnachten und einen Guten Rutsch ins Neue Jahr!

---