Theoretische Informatik (FH)

Prof. Meer, Dr. Gengler

Übungsblatt 4

Übungstermin: 01.12.2016

Aufgabe 1
Führen Sie ein Zeitprotokoll. Schreiben Sie an jede Aufgabe, wie lange Sie an dieser Aufgabe gearbeitet haben. Bereiten Sie die bis jetzt gehaltenen Vorlesungen nach! Geben Sie ebenfalls an, wieviel Zeit Sie hierfür aufgewendet haben.

Aufgabe 2
Schreiben Sie alle in der Vorlesung neu vorgekommenen Definitionen auf!

Aufgabe 3
Geben Sie jeweils Grammatiken an, die die Sprachen L_i erzeugen:

$$\begin{array}{lcl} L_1 & := & \{a^{5n} \mid n \in \mathbb{N}\} \\ L_2 & := & \{a^n b a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\} \\ L_3 & := & \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \text{ mit } n \neq m\} \\ L_4 & := & \{w \cdot \overleftarrow{w} \mid w \in \{a,b\}^*\} \\ L_5 & := & \{w \in \{a,b\}^* \mid abab \text{ ist Teilwort von } w\}. \end{array}$$

Aufgabe 4
Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

1. Die Klasse CFL der kontextfreien Sprachen ist abgeschlossen unter Vereinigung, Konkatenation und Iteration (*-Bildung).
2. Die Klasse CFL der kontextfreien Sprachen ist nicht abgeschlossen unter Komplementbildung und Schnitt. Sie dürfen benutzen, dass die Sprache $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ *nicht*kontextfrei ist.

Aufgabe 5
Eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$ heißt *rechtslinear*, gdw. $P \subseteq N \times (T^* \cdot N \cup T^*)$. Sie heißt *linkslinear*. gdw. $P \subseteq N \times (N \cdot T^* \cup T^*)$. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

1. Eine Sprache L ist regulär.
2. Es gibt eine rechtslineare Grammatik, die L erzeugt.
3. Es gibt eine linkslineare Grammatik, die L erzeugt.

Aufgabe 6
Sei $L := \{w \in \{a,b\}^* \mid abab \text{ ist nicht Teilwort von } w\}$.

1. Geben Sie einen deterministischen finiten Automaten M für L an.
2. Konstruieren Sie zu M eine rechtslineare Grammatik G, die L erzeugt.
3. Konstruieren Sie zu M eine linkslineare Grammatik G', die L erzeugt.
4. Geben Sie für das Wort *abaabbabbabb* einen Ableitungsbaum bzgl. G und einen Ableitungsbaum bzgl. G' an.

Aufgabe 7

Sei $G = (\{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit:

$$P = \{S \to aA \mid bB \mid aS \mid bS \ , \ A \to aA \mid bA \mid cC \ , \ B \to aB \mid bB \mid cD \ ,$$
$$C \to aC \mid a \ , \ D \to bD \mid b\}$$

1. Konstruieren Sie einen finiten Automaten M zur Sprache $L(G)$.
2. Geben Sie einen regulären Ausdruck α an, der $L(G)$ beschreibt.
3. Konstruieren Sie eine linkslineare Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$.

Aufgabe 8

Zeigen Sie, dass die Menge der regulären Sprachen eine echte Teilmenge der Menge der kontextfreiin Sprachen bildet.

Aufgabe 9

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet. Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen die kontexfreie Pumping-Eigenschaft haben.

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{w \in \{a,b\}^+ \mid : |w| \leq 5\} \\ L_2 &:= \{wcv \mid w, v \in \{a,b\}^+\} \\ L_3 &:= \{a^{4n}b^n \mid n \in \mathbb{N}\} \end{aligned}$$

Aufgabe 10

Zeigen Sie mit Hilfe des kontextfreien Pumping-Lemmas, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind.

$$\begin{aligned} L_4 &:= \{w \in \{a,b\}^+ \mid \exists n \in \mathbb{N} : |w| = n^5\} \\ L_5 &:= \{wcw \mid w \in \{a,b\}^+\} \\ L_6 &:= \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\} \\ L_7 &:= \{a^n \mid n \in \mathbb{N} \ \wedge \ k \text{ ist Kubikzahl}\} \end{aligned}$$