Brandenburgische Technische Universität Cottbus-Senftenberg
Fakultät 3
Prof. Dr.-Ing. D. Döring

Prüfung im Modul „Rechnergestützte Systemanalyse und Modellbildung“ Studiengang Elektrotechnik

12.07.2016 (13:00-15:00 Uhr),
Dauer: **120 Minuten**

Name:	....
Vorname:	....
Matrikelnummer	....

- Schalten Sie Ihre Mobilfunktelefone aus.
- Berechnungen werden nur dann gewertet, wenn der Rechenweg nachvollziehbar ist.
- Hilfsmittel: alle Unterlagen, Taschenrechner, *Matlab/Simulink Release 2015b.*

Soll-Punkte: 50

Aufgabe 1 (Punkte: 10)
Gegeben sei ein dynamisches System

$$\begin{aligned} \underline{\dot{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}(t) \end{aligned}$$

1.1 Bestimmen Sie die Eigenwerte des Systems und die Fundamentalmatrix $\Phi(t) = e^{At} = \alpha_0 I + \alpha_1 A$! Ermitteln Sie nun die analytische Lösung des Systems!
Hinweis: $\underline{x}(t) = \Phi(t - t_0)\underline{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \Phi(t - \tau)\underline{b}u(\tau)d\tau$
$\underline{x}(0) = 0$, $u(t) = 2\sigma(t)$ und $t_0 = 0$ $[sec]$ (Punkte: 7)

1.2 Skizzieren Sie die Verläufe von $x_1(t)$ und $x_2(t)$! (Punkte: 1)

1.3 Validieren Sie Ihre Ergebnisse indem Sie das dynamische System mit *Matlab* realisieren! (Punkte: 2)

Aufgabe 2 (Punkte: 10)
Gegeben ist die Differentialgleichung vierter Ordnung eines dynamischen Systems.

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) + 1.31\ddot{y}(t) + 0.34\dot{y}(t) + 0.03y(t) = u_e(t)$$

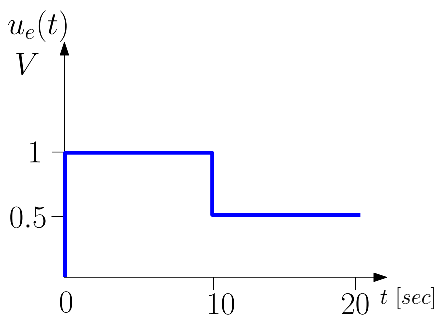
2.1 Geben Sie die analytische Lösung der Differentialgleichung für ***einen Einheitssprung*** an! Ermitteln Sie auch den stationären Endwert der Ausgangsgröße $y(\infty)$!
Hinweis: Die Konstanten c_i müssen Sie nicht bestimmen, es genügt die allgemeine Lösung der Differentialgleichung. (Punkte: 2.5)

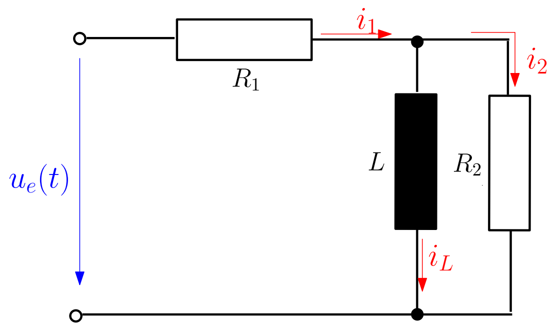
2.2 Geben Sie analytisch das Zustandsraummodell in Regelungsnormalform an! Bestimmen Sie auch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{y(s)}{u_e(s)}$ ($\underline{x}(0) = \underline{0}$)! (Punkte: 3)

2.3 Ermitteln Sie die Lösung der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t = 0 \ldots 50$ *sec* unter Verwendung von Matlab!
Anfangswerte: $y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = y^{(3)}(0) = 0.1$
(Punkte: 1)
Hinweis: Für die Differentialgleichungen erster Ordnung ist eine *function* mit dem Namen „dgl01“ zu realisieren!

2.4 Entwerfen sie einen *Zustandsregler mit Vorfilter* und zeigen Sie, dass der Regelkreis tatsächlich stationär genau ist! Die Regelgröße ist $y = x_1$. Die gewünschten Pole des geschlossenen Regelkreises sind:
$s_1 = -0.6$
$s_{2/3} = -1.2 \pm 5j$
$s_4 = -4$
Anfangswerte: $y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = y^{(3)}(0) = 0.1$
Hinweis: Die Führungsgröße sei $w(t) = 3.5\sigma(t)$. Lösen Sie diese Teilaufgabe mit Matlab. (Punkte: 3.5)

Aufgabe 3 (Punkte: 10)
In den unteren Abbildungen sind der zeitliche Verlauf der Eingangsgröße und das Ersatzschaltbild des elektrischen Netzwerkes dargestellt.
$R_1 = 0.2$ $[\Omega]$, $R_2 = 0.2$ $[\Omega]$, $L = 0.1$ $[\frac{Vs}{A}]$, $i_L(0) = 1$ $[A]$





3.1 Entwickeln Sie für das elektrische Netzwerk ein mathematisches Modell. Die Differentialgleichung enthält als Eingangsgröße die Spannung $u_e(t)$ und als Ausgangsgröße den Spulenstrom $i_L(t)$! Lösen Sie die Differentialgleichung für das Zeitintervall $0 \leq t \leq 10$ $[sec]$! (Punkte: 4)

3.2 Ermitteln Sie für den Zeitpunkt $t = 10$ $[sec]$ den Wert der Ausgangsgröße $i_L(t = 10)$! Bestimmen Sie nun für das Zeitintervall $10 \leq t < \infty$ die Ausgangsgröße $i_L(t)$! ***Hinweis:*** Sie müssen die Differentialgleichung für diesen Zeitabschnitt lösen. (Punkte: 2)

3.3 Skizzieren Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $i_L(t)$! (Punkte: 2)

3.4 Entwickeln Sie einen Signalflussgraph und realisieren Sie diesen in *Matlab-Simulink*! (Punkte: 2)

Aufgabe 4 (Punkte: 10)
Gegeben sei ein dynamisches System

$$\begin{aligned}\underline{\dot{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0.6 \\ -2 & -0.2 \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \end{bmatrix} \underline{x}(t)\end{aligned}$$

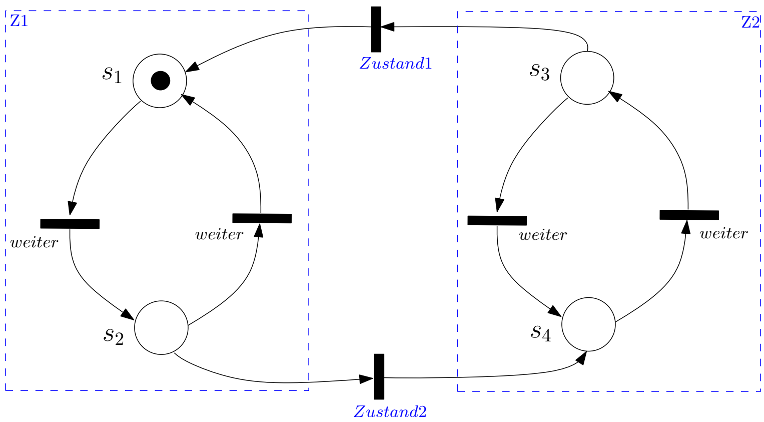
4.1 Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$! (Punkte: 1)

4.2 Überprüfen Sie ob das System steuer-und beobachtbar ist! (Punkte: 1)

4.3 Entwerfen Sie analytisch einen *Zustandsbeobachter* mittels Polvorgabe! (Punkte: 4)
Hinweis: Die Pole des Beobachters sind $s_{B1/2} = -2 \pm j$.
Anfangswert: $x_0 = [0.1\ 0.1]$,
externe Anregung: $u(t) = 1\sigma(t)$!

4.4 Ermitteln Sie die Gleichung des Beobachters! Zeichnen Sie den Signalflussgraphen des Beobachters und realisieren Sie diesen in Simulink! Validieren Sie Ihre Ergebnisse! (Punkte: 4)

Aufgabe 5 (Punkte: 10)
Gegeben sei folgendes Petri-Netz



Hinweis: Die Kapazität der Stellen $s_1 - s_4$ sei 1!

5.1 Abstrahieren Sie das Petri-Netz unter Verwendung von *Stateflow*. Verwenden Sie vier Schalter (s. Tabelle). Mit dem Schalter *Ein* wird der Zustand s_1 aktiviert. Mit den Schaltern $Zustand1$ und $Zustand2$ (Transitionen) wechselt man zwischen den Zuständen $Z1$ und $Z2$ hin und her. (Punkte: 5)

Schalter	Bedeutung	Typ
Ein	Aktivierung von s_1	*Rising*
weiter	Weiterschalter	*Either*
Zustand1	Wechsel zum Zustand 1	*Rising*
Zustand2	Wechsel zum Zustand 2	*Rising*

5.2 Lösen Sie mit dem *Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung* die nichtlineare und zeitvariante Differentialgleichung erster Ordnung

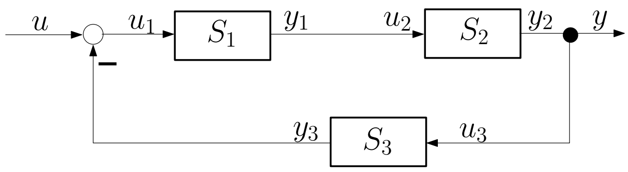
$$\dot{x}(t) + t^2\sqrt{x(t)} = 0$$

Ermitteln Sie für $n = 6$ Schritte die jeweiligen Lösungen unter Verwendung von Matlab (*m-file*).
$x(0) = 0.1$, $h = 0.2$ (Schrittweite),
Simulationszeit: $t = 0 \dots 1$ $[sec]$ (Punkte: 5)

Zusatzaufgabe (Punkte: 10)
Gegeben sind drei Teilsysteme.

$$\begin{aligned} S1: \dot{x}_1(t) &= \left[\,4\,\right] x_1(t) + \left[\,6\,\right] u_1(t) \\ y_1(t) &= \left[\,0.5\,\right] x_1(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S2: \dot{x}_2(t) &= \left[\,-3\,\right] x_2(t) + \left[\,3\,\right] u_2(t) \\ y_2(t) &= \left[\,5\,\right] x_2(t) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} S3: \dot{x}_3(t) &= \left[\,2\,\right] x_3(t) + \left[\,2\,\right] u_3(t) \\ y_3(t) &= \left[\,3\,\right] x_3(t) \end{aligned}$$

Z.1 Bilden Sie das kompositionale Gesamtmodell aus den Teilsystemen und geben Sie dieses in Vektor-und Matrizenschreibweise an! (Punkte: 5)

Gegeben seien zwei Zugehörigkeitsfunktionen.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 0.5 \\ -2x+2 & 0.5 < x < 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases} \qquad \mu_B(x) = \begin{cases} 0 & x < 0.5 \\ 2x-1 & 0.5 < x < 1 \\ -2x+3 & 1 < x < 1.5 \\ 0 & x > 1.5 \end{cases}$$

Z.2 Stellen Sie die beiden Funktionen in einem Diagramm grafisch dar! Bestimmen Sie analytisch die *Vereinigung (ODER)* und den *Durchschnitt (UND)* beider Zugehörigkeitsfunktionen und stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar! (Punkte: 5)