

Vereinfachte Fließzonentheorie (Zarka-Methode) zur Berechnung von Ermüdung und Ratcheting

Hartwig Hübel

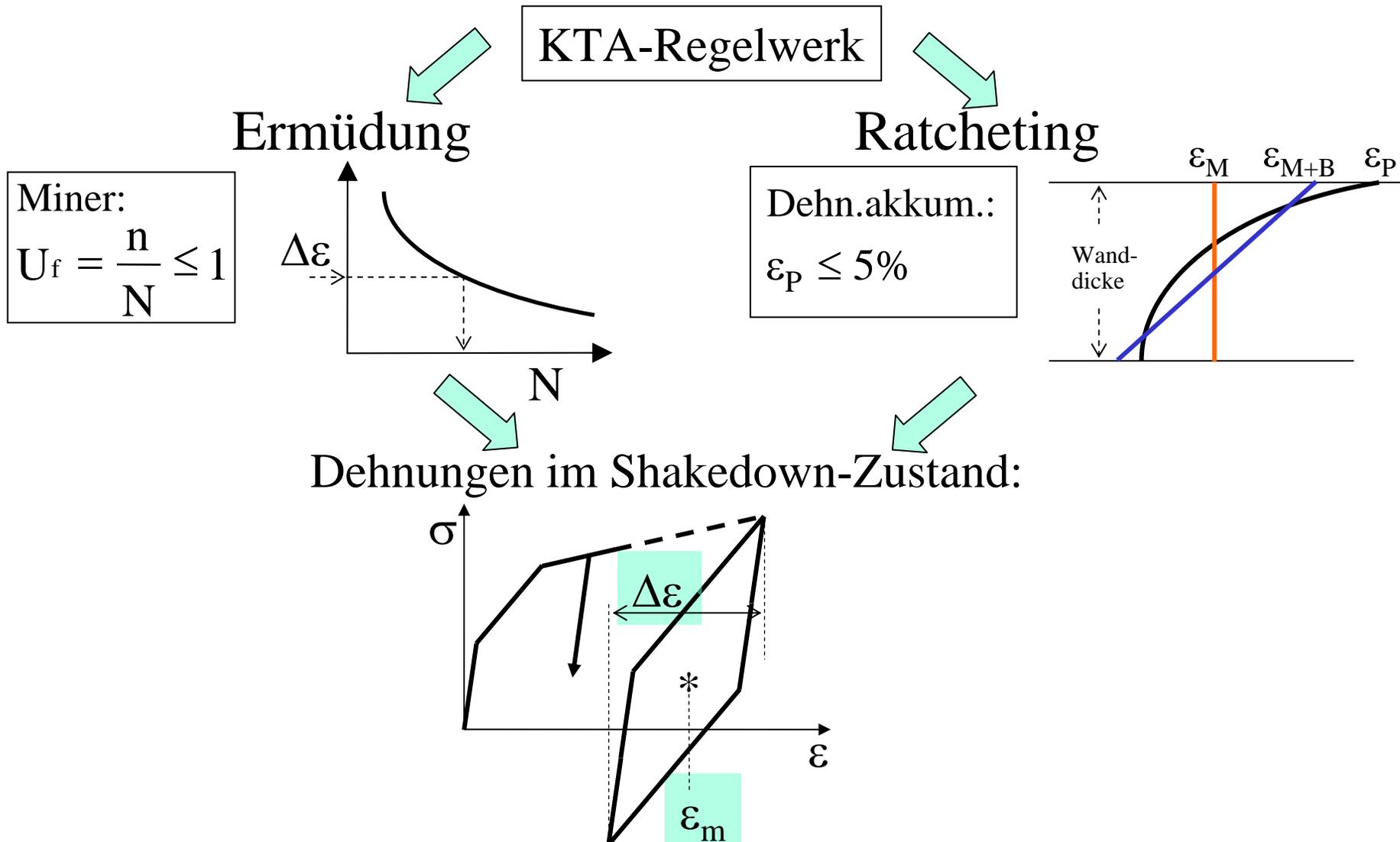
KTA-Arbeitsgremium 3211.2

21. Januar 1999

Vereinfachte Fließzonentheorie (VFZT)

- zur Bezeichnung:
 - VFZT beruht auf der Zarka-Methode
 - zusätzlich einiger Spezialisierungen bzgl. Einsatz in der Kerntechnik
 - zusätzlich Erweiterungen des Theorie-Gerüsts etwa zur besseren Beschreibung von Ratcheting
- Einsatzmöglichkeiten/Literatur: (in deutscher Sprache)
 - Vorhaben SR 2221 (1996): Zarka-Methode hinsichtlich → **Ermüdung** (Ermittlung von Ke)
 - BAUINGENIEUR 11 (1998): Vereinfachte Fließzonentheorie (vorwiegend → **monotone Belastung**)
 - Vorhaben SR 2298 (1999): VFZT hinsichtlich → **Ratcheting** (Fertigstellung ca. Februar 1999)

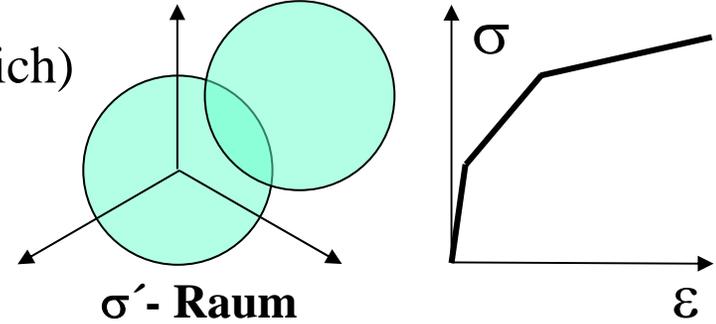
Ziel vereinfachter elastisch-plastischer Lebensdaueranalysen



beides ($\Delta\epsilon$ und ϵ_m) läßt sich mit der VFZT vereinfacht berechnen

Grundlagen der VFZT

- **Werkstoffmodell:**
 - Fließfläche: z.B. Mises (aber auch Tresca möglich)
 - Verfestigung:
 - » multilinear (enthält als einfachsten Fall ein bilineares σ - ε -Diagramm)
 - » rein kinematisch
 - Temperatur-Abhängigkeit der Werkstoffparameter: nur bzgl. Streckgrenzen
- ⇒ nicht alle Arten von Material-Ratcheting erfaßbar



- “Vereinfachung” in zweierlei Hinsicht:

nur **Teil-Informationen** erhältlich

- keine Evolution von σ , ε mit Zyklenzahl
- keine $\sigma - \varepsilon$ - Hysteresen
- Ergebnisse nur für Shakedown-Zustand
- eingeschränkte Genauigkeit (V_p , σ , ε)

reduzierter **Berechnungsaufwand**

- Belastungshistogramm muß nicht schrittweise abgearbeitet werden
- es genügen wenige elastische Analysen + „lokale“ Berechnungen

- basiert auf Abschätzungen (und iterativer Verbesserung) der
 - plastischen Zone V_p
 - speziell definierter interner Variabler

Theorie der VFZT

- bei
- monotoner 1-Parameter-Belastung
 - 1-achsiger Spannung
 - bilinearem Werkstoffgesetz:

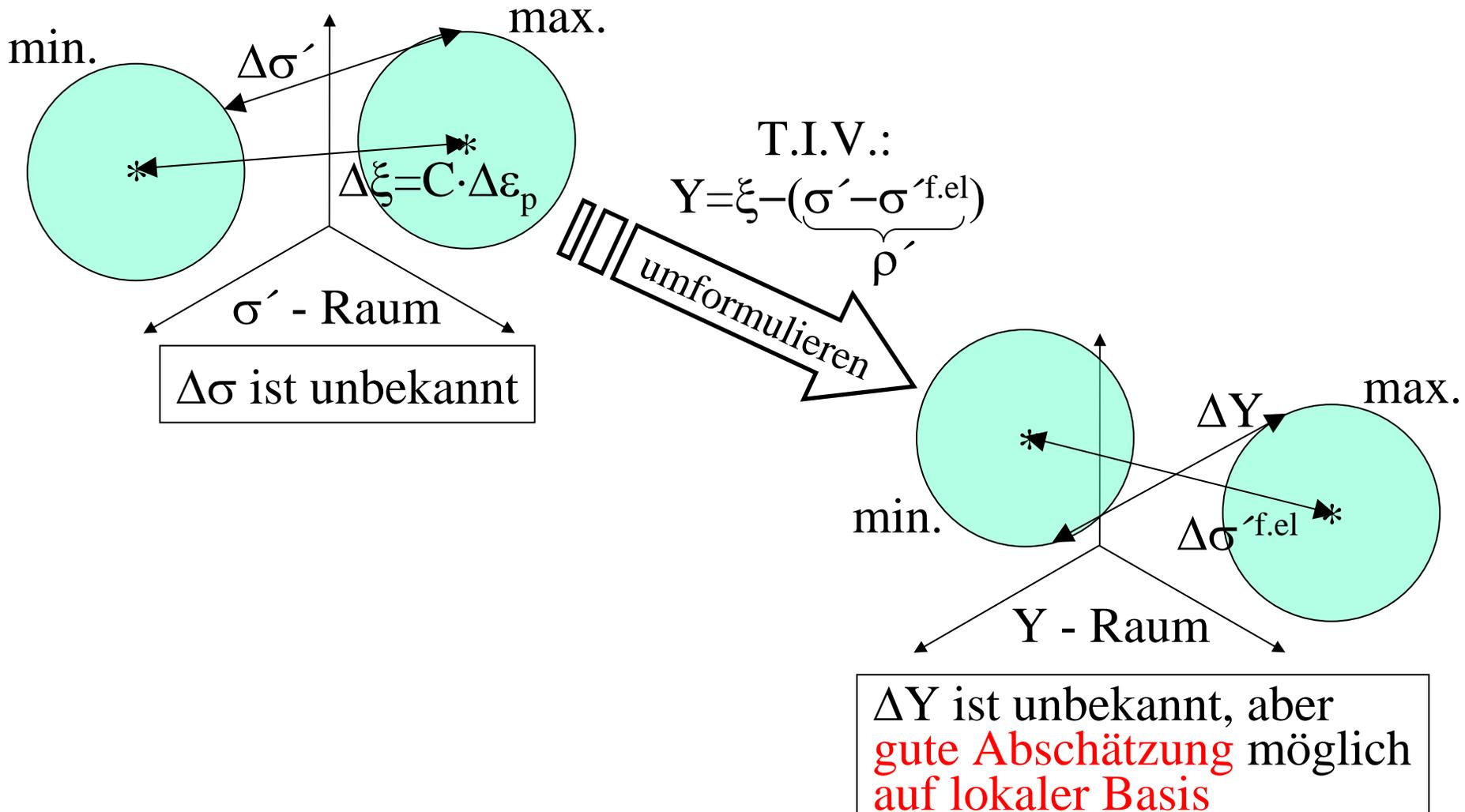
Art der Analyse	Werkstoffgesetz	Belastung	Randbed.
detailliert el.-pl.	$\varepsilon^{\text{el-pl}} = \sigma^{\text{el-pl}}/E + \varepsilon^{\text{pl}}$	ja	ja
fiktiv elastisch	$\varepsilon^{\text{f.el}} = \sigma^{\text{f.el}}/E$	ja	ja
Differenz	$\varepsilon^{\text{el-pl}} - \varepsilon^{\text{f.el}} = (\sigma^{\text{el-pl}} - \sigma^{\text{f.el}})/E + \varepsilon^{\text{pl}}$	nein	ja
(Definitionen)	$\underbrace{\varepsilon^{\text{el-pl}} - \varepsilon^{\text{f.el}}}_{\varepsilon^*} = \underbrace{(\sigma^{\text{el-pl}} - \sigma^{\text{f.el}})}_{\rho} / E + \underbrace{\varepsilon^{\text{pl}}}_{3/2 \xi / C}$ $\xi = Y + 2/3\rho$		
modifiziert elastisch	$\varepsilon^* = \rho/E^* + \varepsilon_0$ $\text{mit } 1/E^* = 1/E + 1/C$ $\varepsilon_0 = 3/2 Y/C$	nein; bzw. $\varepsilon^* = \rho/E^*$ mit Belastung ε_0	ja

⇒ zunächst nur äquivalente *Umformulierung* des el-pl Problems, noch nicht die Lösung

⇒ „Trick“ für *Lösung* nach der VFZT: Y kann wesentlich besser abgeschätzt werden als ε^{pl}  direkt schnelle Näherungslösung

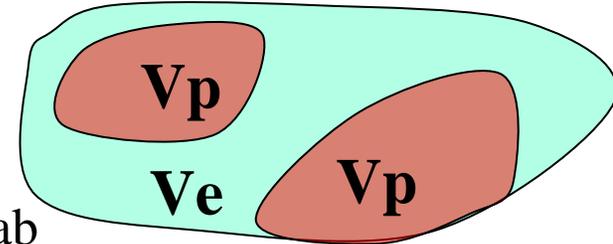
Raum der T.I.V. Y

- bei
- zyklischer 1-Parameter-Belastung
 - mehrachsigen Spannungszustand
 - bilinearem Werkstoffgesetz (lineare kinematische Verfestigung):



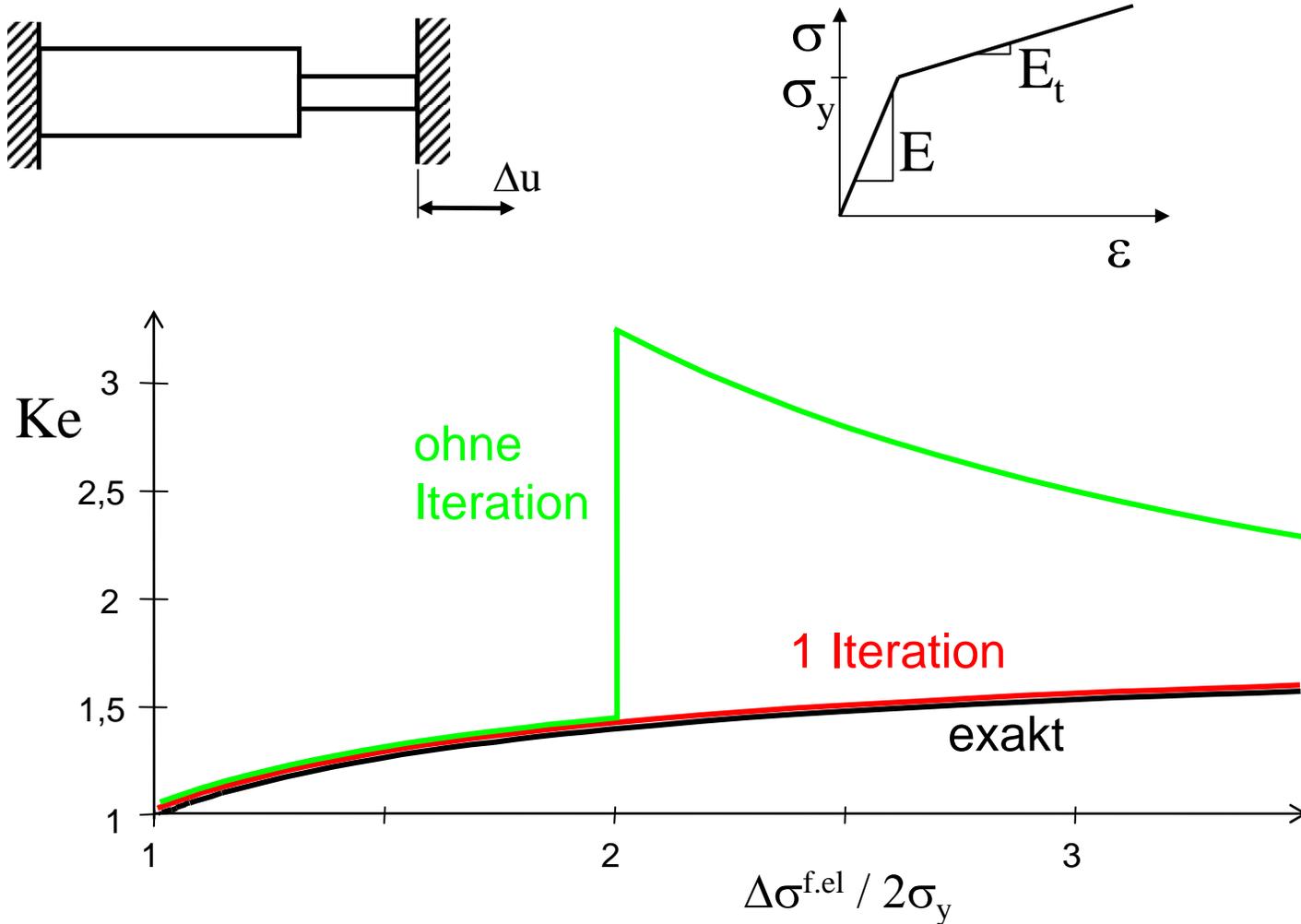
Vorgehensweise bei der VFZT

- führe elastische Analysen der beiden extremalen Belastungszustände durch (fiktiv elastisch) $\rightarrow \Delta\sigma^{f.el}, \sigma_m^{f.el} \dots$
- schätze die Ausdehnung der plastischen Zone V_p ab \rightarrow rein lokale Betrachtung (also ohne Umlagerungen)!
- schätze die speziell definierte interne Variable Y in V_p ab \rightarrow rein lokale Betrachtung (also ohne Umlagerungen)!
- führe elastische Analyse durch (modifiziert elastisch)
 - » modifiziere elastische Parameter in $V_p \rightarrow E^*=E_t, \nu^*=0,5-(0,5-\nu)\cdot E_t/E$
 - » modifiziere Belastung: tatsächliche Belastung = 0, Anfangsdehnung = Y/C in V_p
 - » man erhält Restspannungen ρ
- elastisch-plastische Lösung: $\sigma = \sigma^{f.el} + \rho$ (dann ε aus dem Werkstoffmodell)
- untersuche, ob V_p und Y zutreffend abgeschätzt worden waren; falls nicht: iterative Verbesserung (durch wiederum rein lokale Betrachtungen)



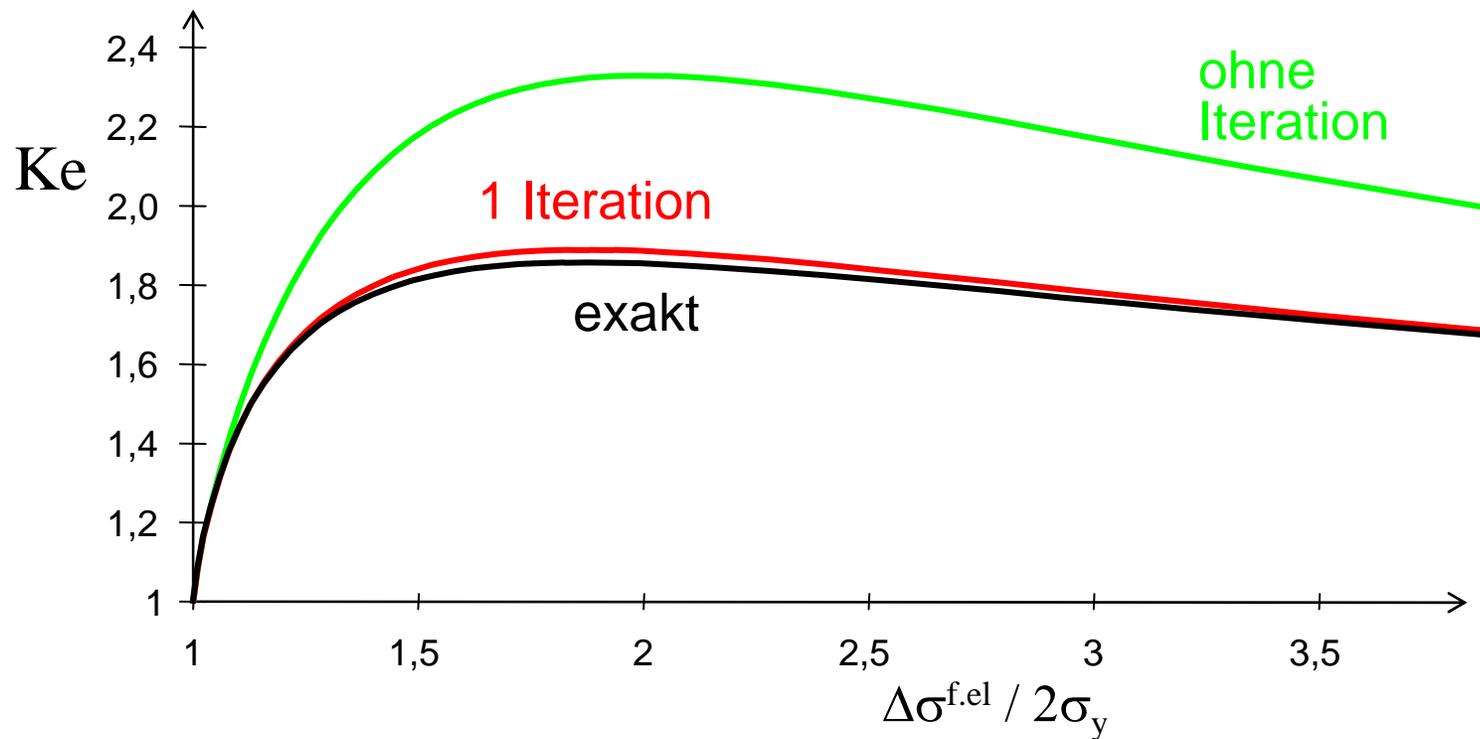
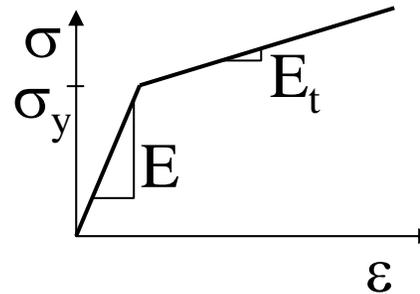
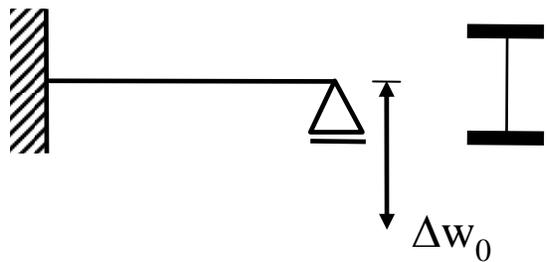
-
- erforderlicher numerischer Aufwand:
 - » wenige elastische Analysen (fiktiv und modifiziert)
 - » lokale Berechnungen

Bsp. Ke: Stab aus 2 Teilen



- Iteration erforderlich
- exakte Ergebnisse erreicht nach maximal 1 Iteration

Bsp. Ke: Balken mit idealem I-Profil

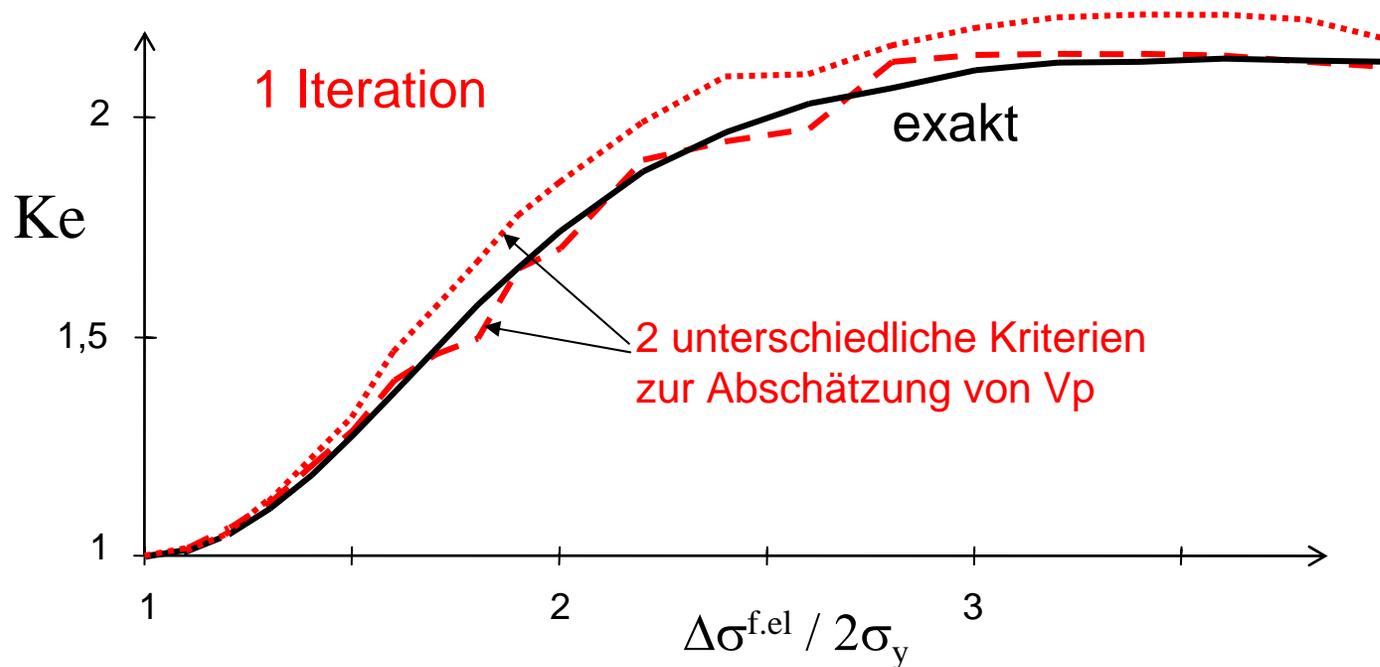


- nach 1 Iteration nahe an exakter Lösung

Bsp. Ke: Balken mit rechteckigem Querschnitt (FE-Berechnung)

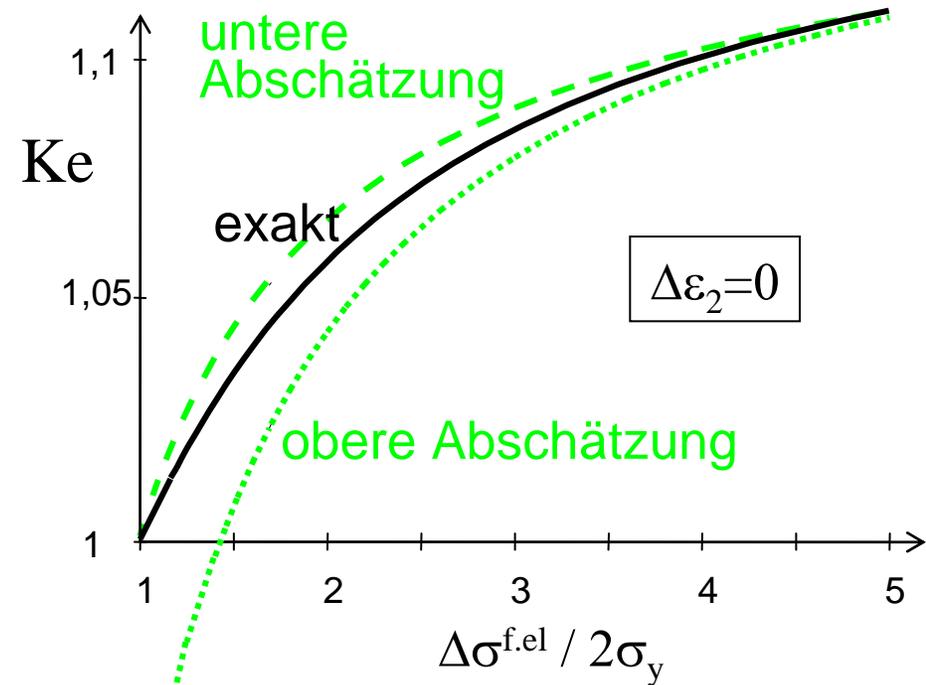
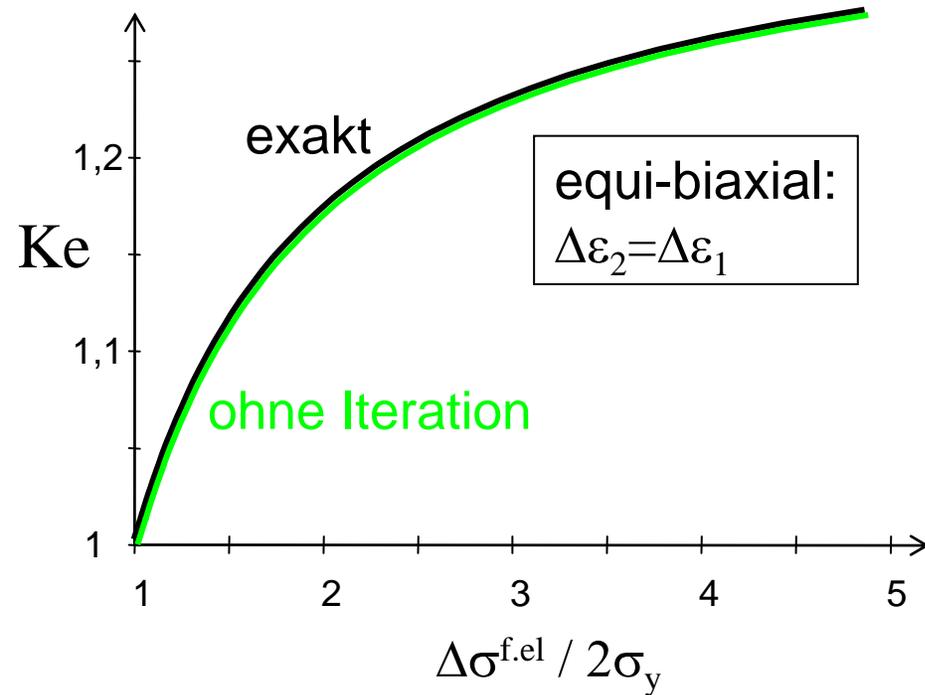
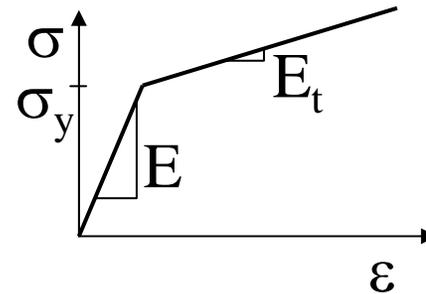
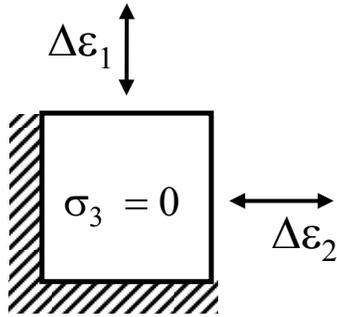


- ad-hoc Implementierung in ANSYS (APDL)
- 2D-solids (Balkenelemente nicht möglich)



- gute Näherung nach 1 Iteration

Bsp. Ke: Ebener Spannungszustand



- keine Iteration erforderlich (weil V_p bekannt)
- obere Abschätzung: nicht geeignet bei moderatem Belastungsniveau

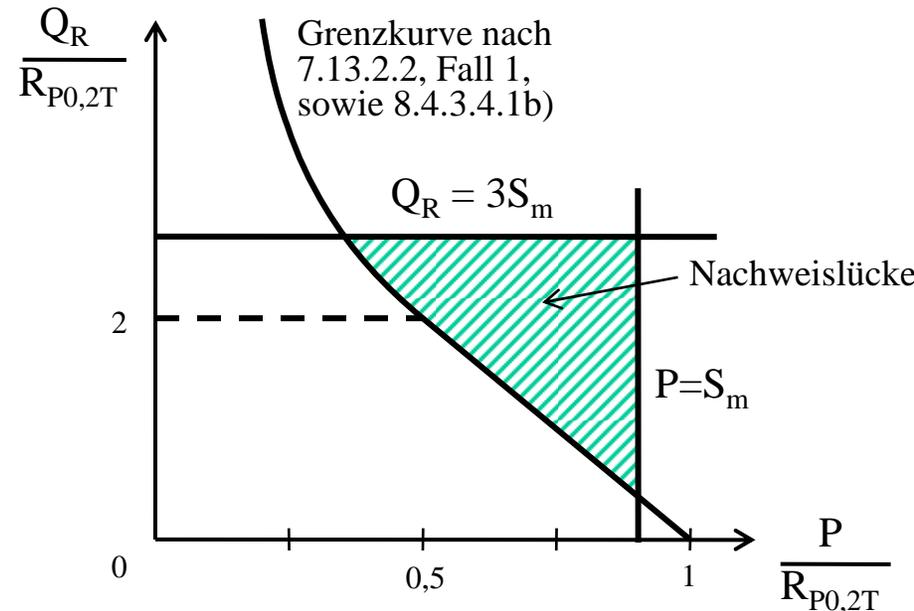
Zusammenfassung bzgl. Ke

- die VFZT erfaßt alle 4 maßgebenden Einflußgrößen zur Bestimmung von Ke:
 - individuelle Bauteilgeometrie
 - beliebige Belastungsart
 - Belastungsniveau
 - Verfestigung des Werkstoffes
- sie gilt für alle Primär-, Sekundär- und Spitzenspannungen
- sie erfaßt Querdehnungs-, lokale Kerb- und globale Struktureffekte gleichzeitig und konsistent
- sie erlaubt eine Genauigkeitskontrolle durch 2 aufeinanderfolgende Iterationsschritte
- sie erfordert einen relativ geringen Rechenaufwand:
wenige elastische (f.el. und m.e.) Analysen sowie einige lokale Berechnungen
- als Werkstoffgesetz erscheint ein bilineares bereits ausreichend (multilinear nicht erforderlich)
- die obere Abschätzung der T.I.V. erscheint verzichtbar, die untere ausreichend

Lücken im Ratcheting-Nachweis der KTA 3201.2

- allgemeine Nachweislücken:

- Beschränkung auf $\Delta\sigma^{f.el} \geq 3S_m$ ist nicht gerechtfertigt
- Beschränkung des Ratcheting-Nachweises auf einzelne Belastungspaare erscheint nicht gerechtfertigt
- es fehlen Hinweise zur Behandlung von Material-Ratcheting in Werkstoffmodellen (z.B. durch "bounded yield surface")



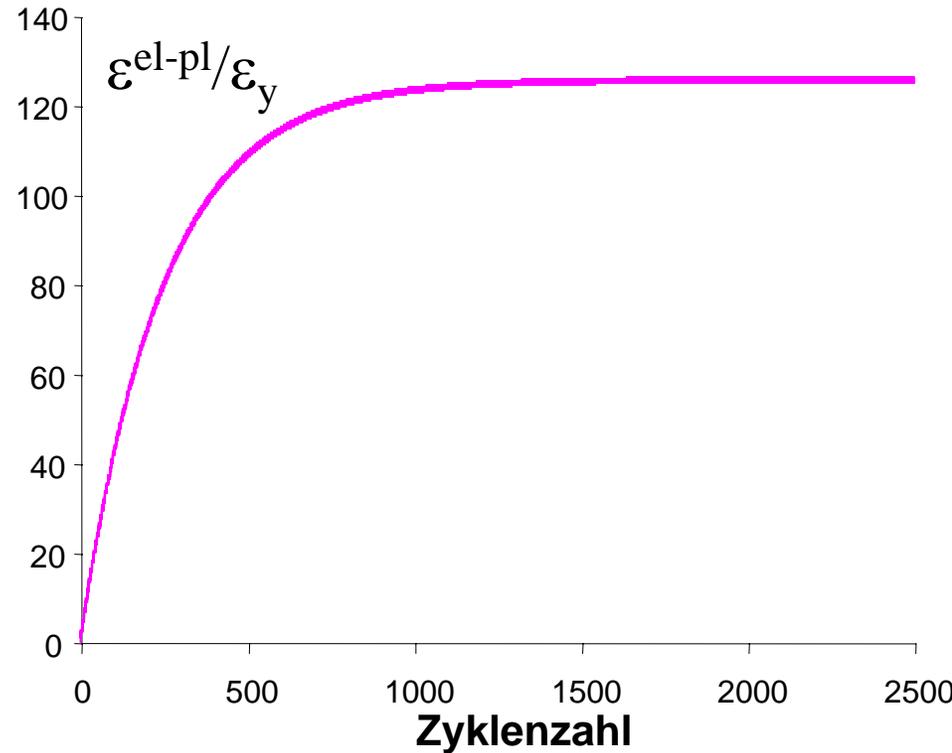
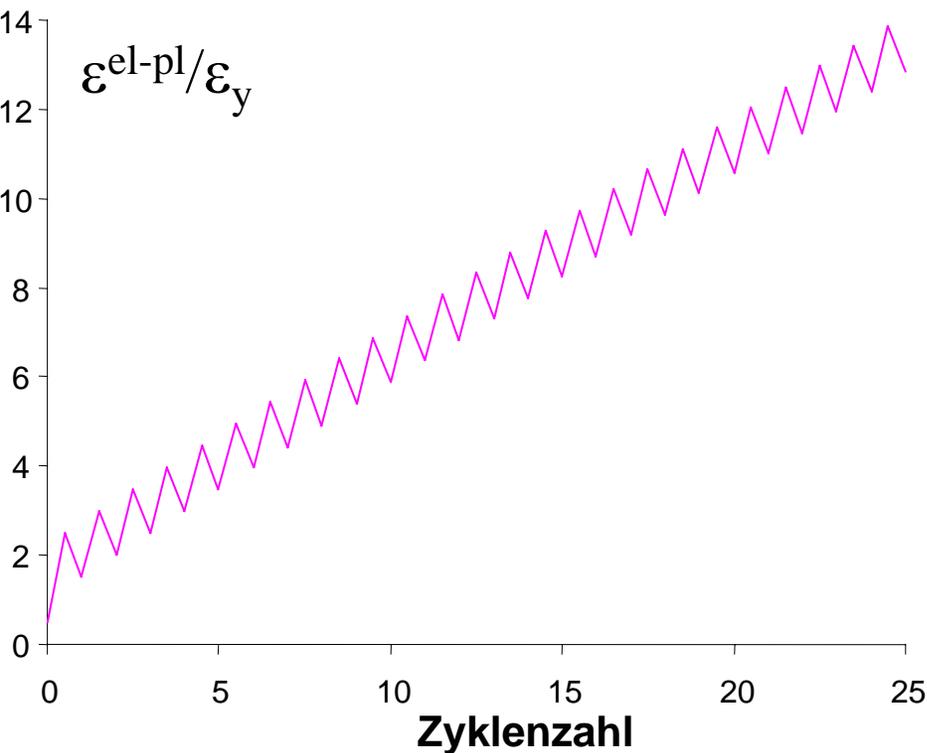
- Lücken bei vereinfachten Nachweisen:

in KTA 3201.2 fehlen vereinfachte Methoden zur Berechnung akkumulierter Dehnungen bei

- beliebiger Bauteilgeometrie (statt nur gerades Rohr)
- beliebiger Belastung (statt nur Innendruck und radialem T-Gradient)
- Werkstoffverfestigung (statt nur elastisch-ideal plastisch)

diese Lücken entsprechen auch etwa den bereits früher identifizierten Lücken bei der vereinfachten elastisch-plastischen Ermüdungsanalyse (Faktor K_e)

Sinn der VFZT zur Berechnung zyklisch akkumulierter Dehnungen



Aufwand zur Berechnung des Einspielzustandes:

bei detaillierter el.-pl. Analyse

- mehr als 1000 Zyklen erforderlich
- mit je etwa 10 Lastschritten
- mit je etwa 5 Gleichgewichtssiterationen

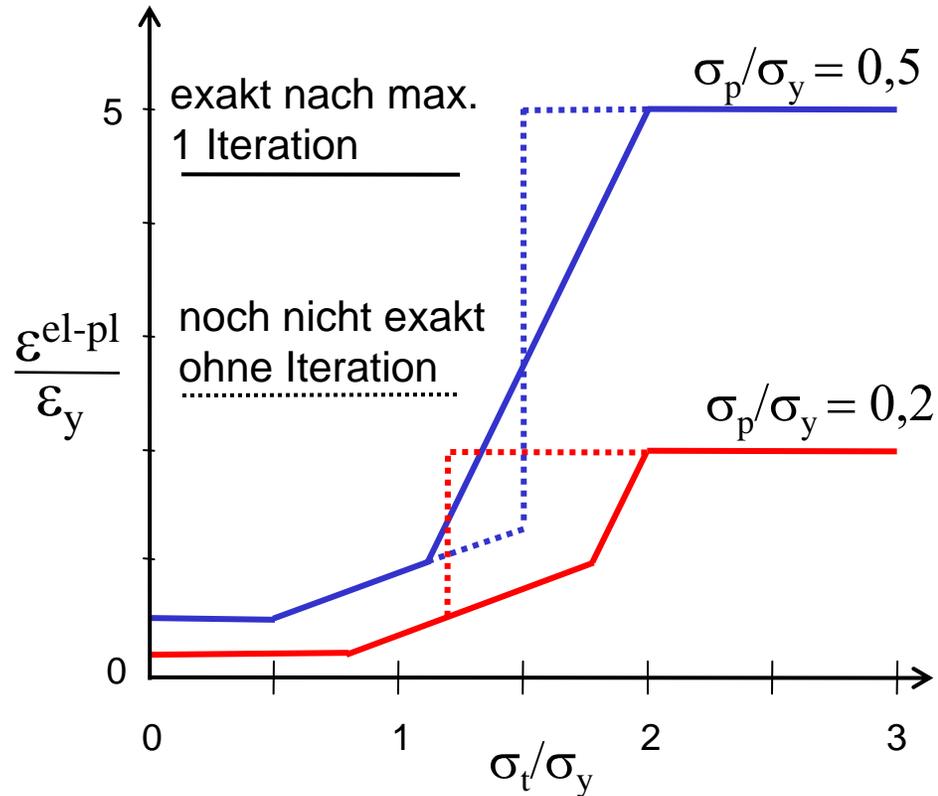
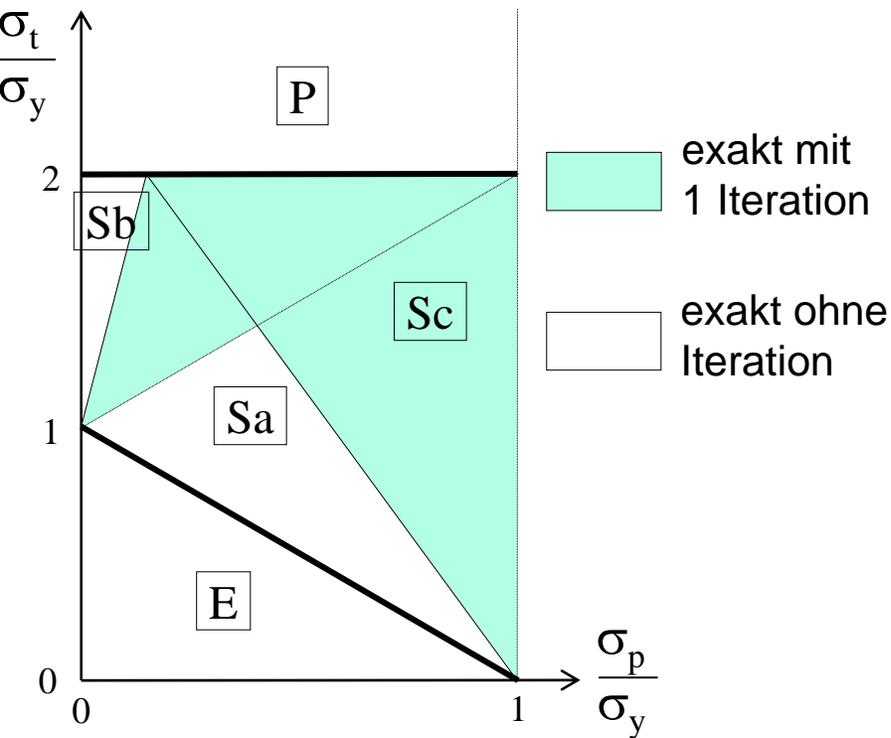
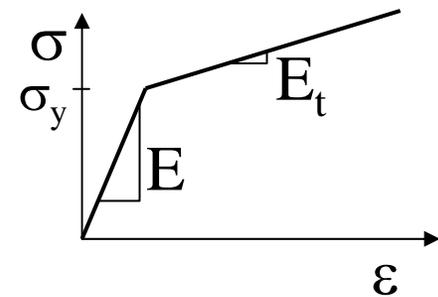
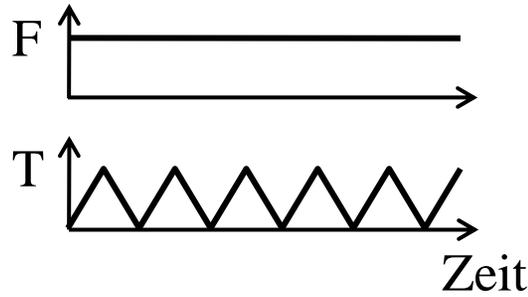
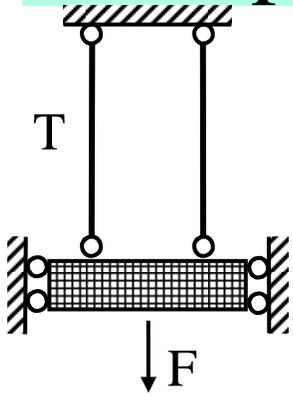
50.000 elastische Analysen

bei VFZT

- 2 fiktiv elastische Analysen
- etwa 3 modifiziert elastische Analysen

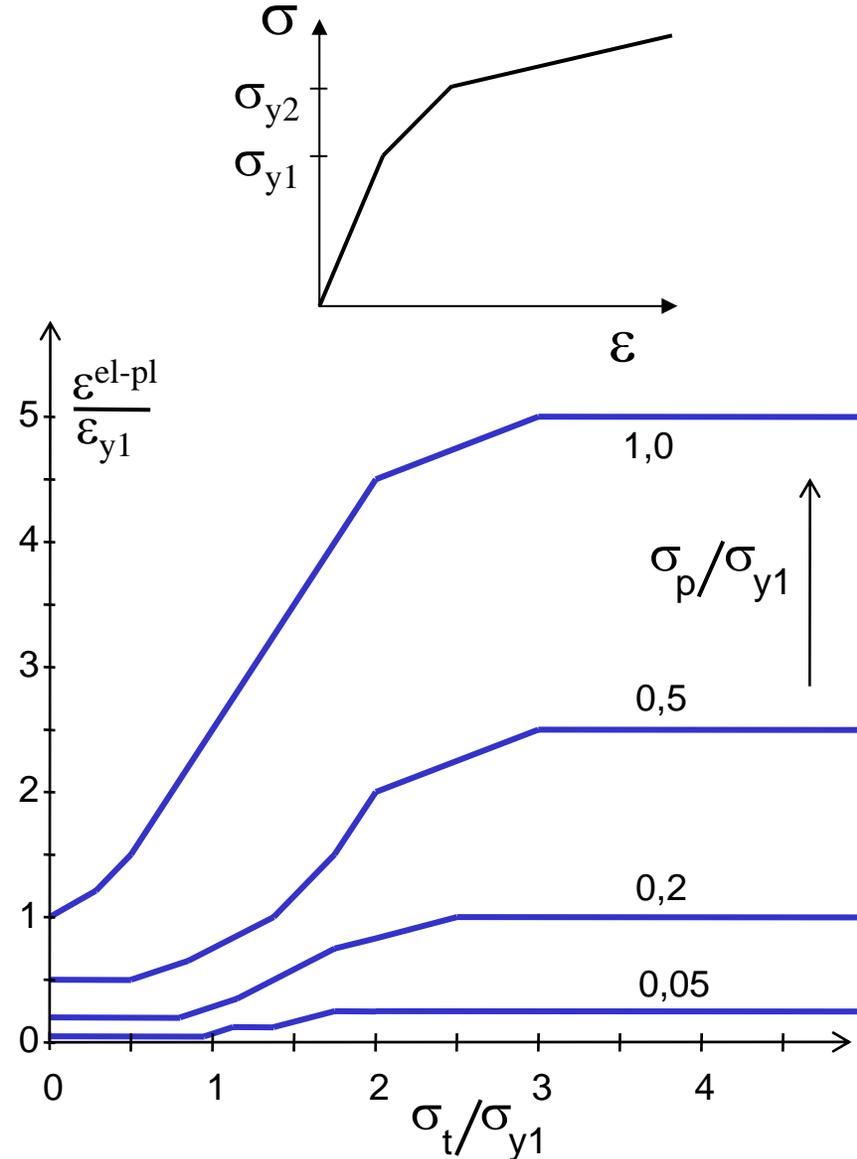
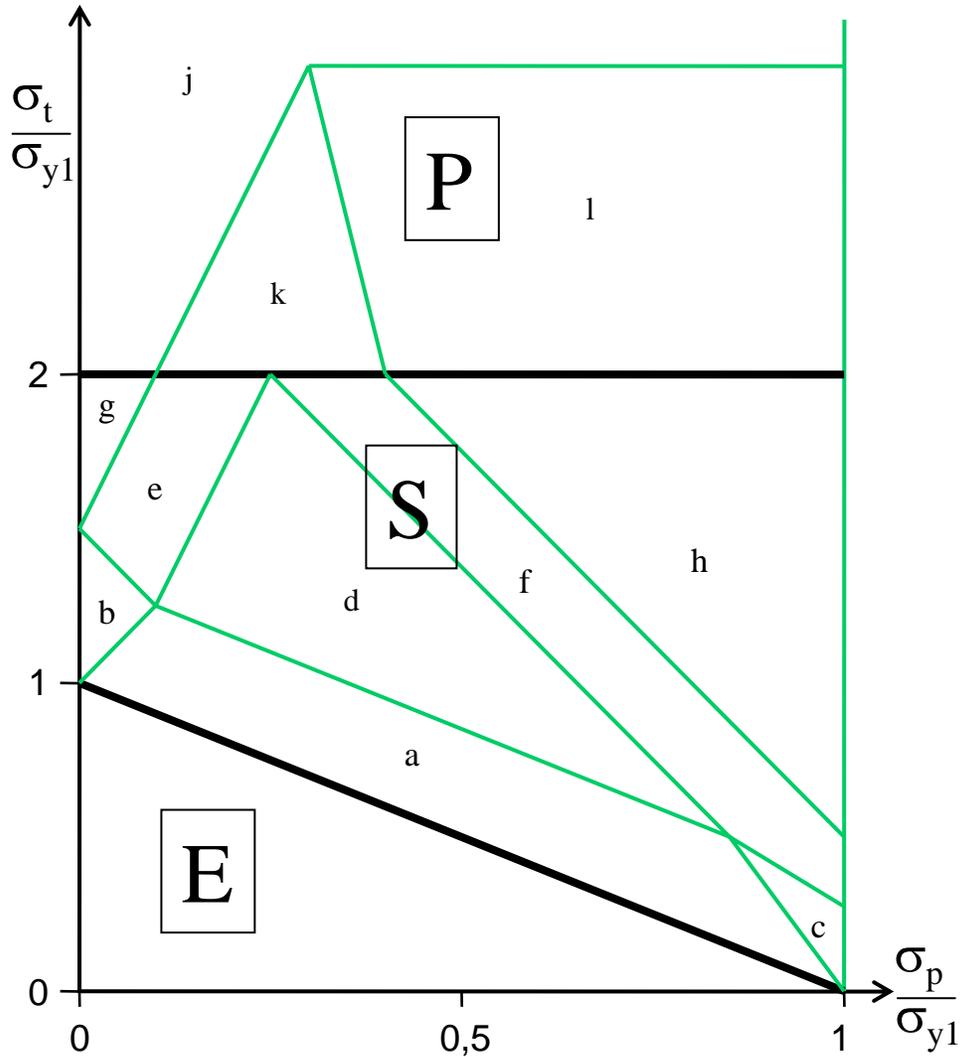
≈ 5 elastische Analysen

Bsp. Ratcheting: Zwei-Stab-Modell

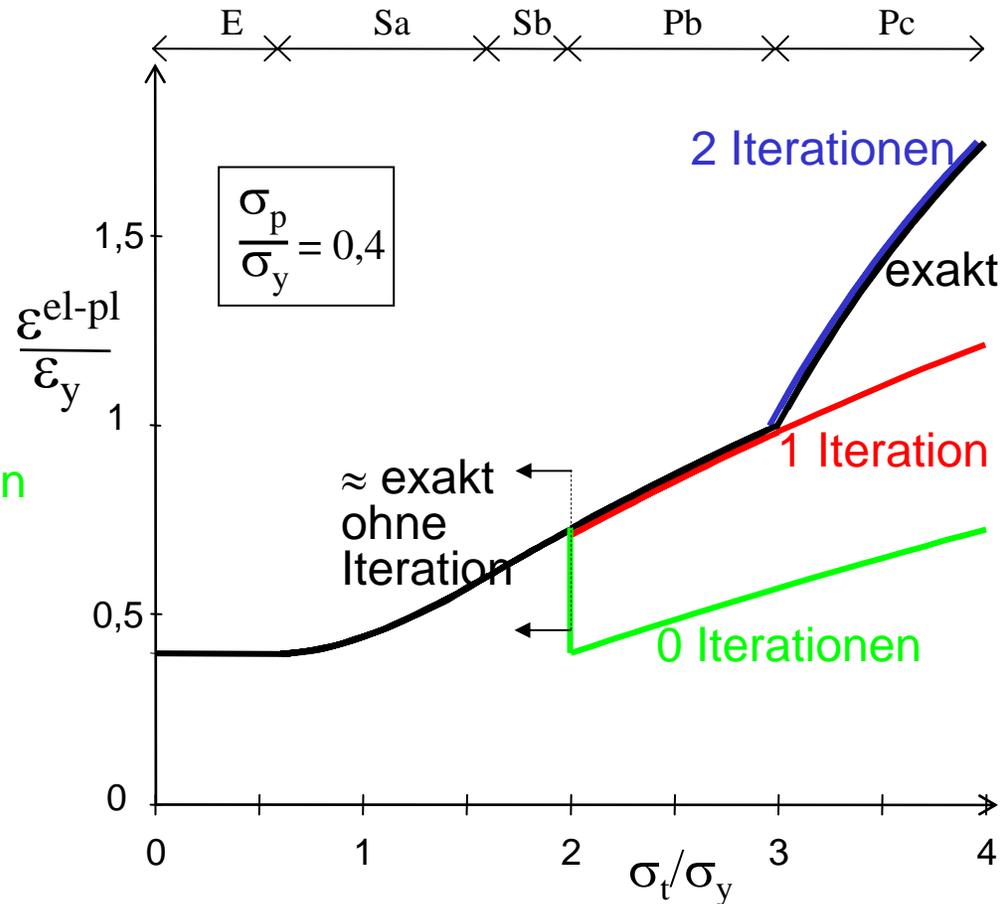
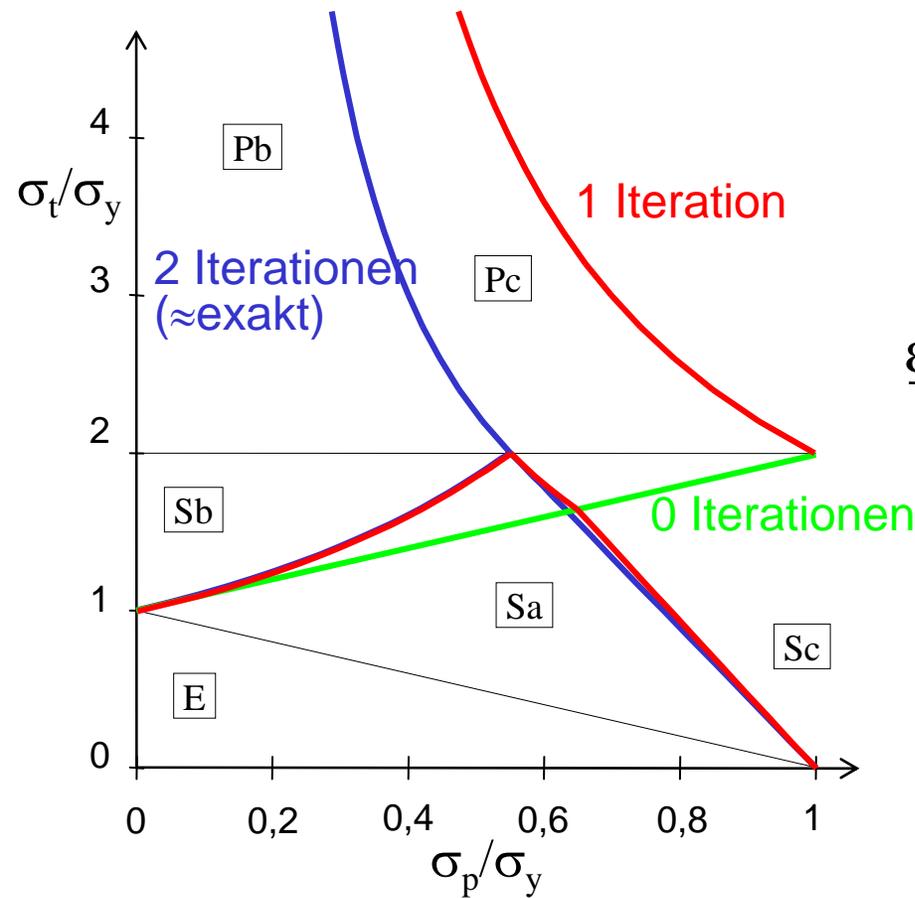
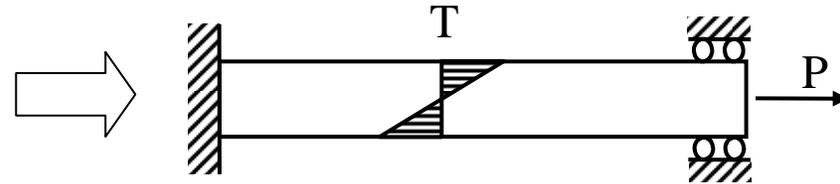
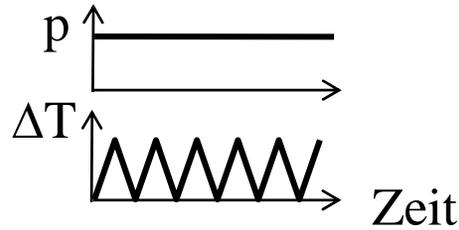
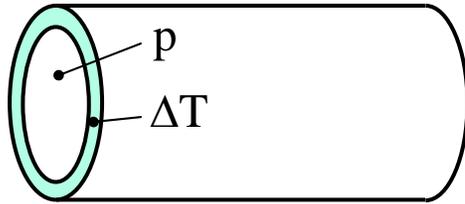


- exakte Lösung erreicht nach maximal 1 Iteration

Bsp. Ratcheting: Zwei-Stab-Modell, trilineares $\sigma - \varepsilon$ -Diagramm

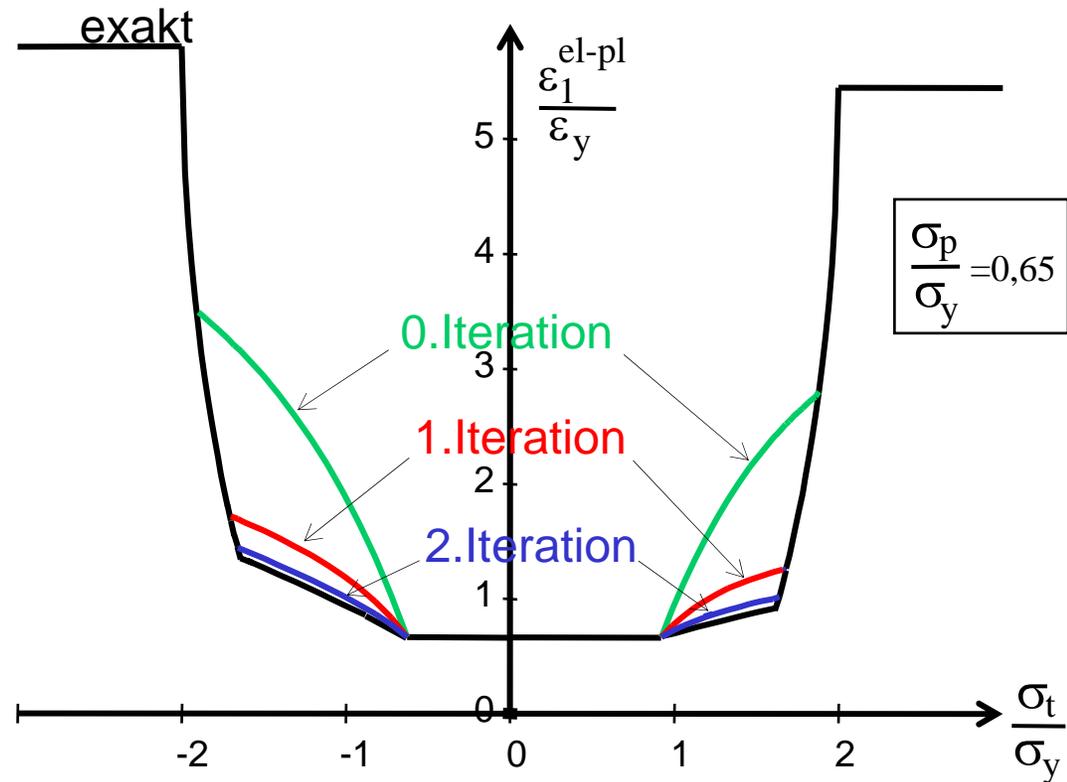
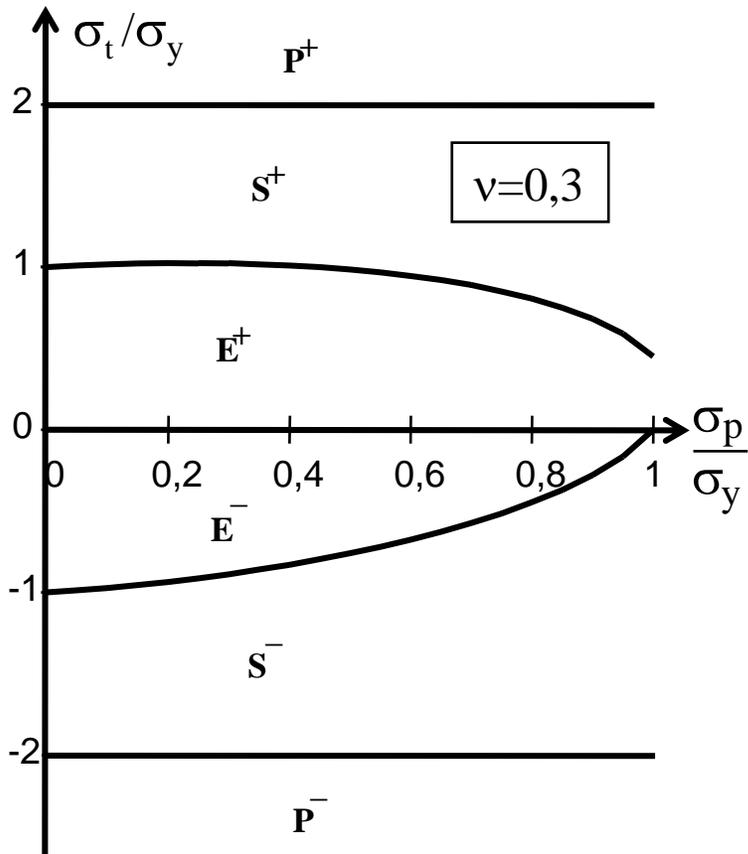
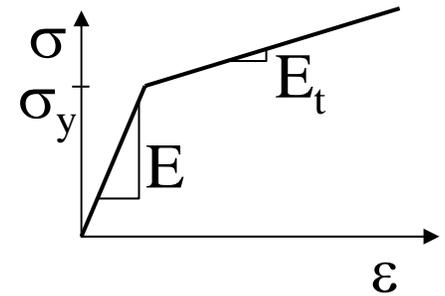
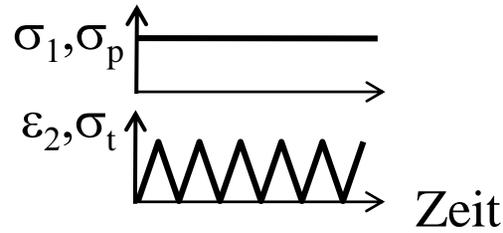
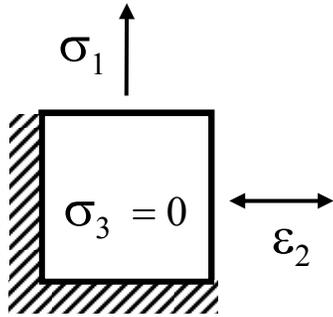


Bsp. Ratcheting: Bree-Model



- exakte Lösung erreicht nach maximal 2 Iterationen

Bsp. Ratcheting: Ebener Spannungszustand



Zusammenfassung/Ausblick

- Beispielrechnungen zeigen:
 - Struktur-Ratcheting ist mit VFZT gut quantifizierbar (nebst einigen Arten von Material-Ratcheting)
 - Berechnungsaufwand ist gering: bei bilinearem Werkstoffgesetz 2 Iterationen ausreichend (also 3 modifizierte elastische Analysen), sofern K_e bekannt; bei trilinearem Werkstoffgesetz evt. 1 bis 2 mehr
- systematische Erweiterung des KTA-Regelwerks durch VFZT möglich:
 - hinsichtlich allgemeiner Geometrie, Belastung, Werkstoffverfestigung
 - einheitliche Berechnungsmethode hinsichtl. Ermüdung (K_e) und Ratcheting (akkumulierte Dehnungen)
 - Extrapolation detailliert elastisch-plastischer Analysen nach wenigen Zyklen auf den “unendlichsten” Zyklus (Einspielzustand)
 - simultane Behandlung von mehr als 2 Belastungszuständen
- offene Fragen:
 - Werkstoffgesetz:
 - * ist zur Berechnung von Struktur-Ratcheting generell ein bilineares Werkstoffgesetz ausreichend, oder ein trilineares erforderlich?
 - * wie können generell sowie im Rahmen der VFZT weitere Arten von Material-Ratcheting erfaßt werden? z.B. durch trilineares Werkstoffgesetz mit $E_{t2}=0$?
 - Details der simultanen Behandlung von mehr als 2 Belastungszuständen müssen noch ausgefeilt werden
 - Implementierung der VFZT in FE-Programm (Problem: Anfangsdehnungen meist nicht direkt aufzubringen; z.B. in ANSYS “ad hoc”- Programmierung mit APDL oder als user-subroutine erforderlich)
 - mehr Berechnungserfahrung sammeln (z.B. hinsichtlich numerischer Sensibilitäten)